BAB IV

PEMBAHASAN

Pada bab ini dilakukan analisis model penyebaran penyakit AIDS dengan adanya transmisi vertikal pada AIDS. Dari model matematika tersebut ditentukan titik setimbang dan kemudian dianalisis kestabilan dari titik setimbang yang diperoleh.

4.1 Analisis Kestabilan Model Matematika AIDS dengan Transmisi Vertikal AIDS

Adapun model yang dibahas dalam proposal ini adalah model yang dibangun oleh Mahato dkk, (2014)yakni model matematika AIDS dengan adanya transmisi vertikal.Model matematika AIDS ini memberikan penularan Ibu hamil atau Ibu menyusui yang positif terinfeksi HIV ke anaknya. Ada empat kompartemen dalam model ini, yakni populasi yang sehat dan rentan tertular HIV/AIDS (*Susceptible*), populasi yang terinfeksi HIV tanpa gejala (*Exposed)*, populasi terinfeksi HIV dengan gejala (*Infected*) dan populasi kasus AIDS (*AIDS*).

Pada penulisan ini, diberikan beberapa asumsi untuk memodelkan kasus penyebaran HIV/AIDS dengan transmisi vertikal AIDS, yaitu:

1. Populasi dibagi menjadi empat kompartemen yaitu *Susceptible* merupakan pupulasi yang rentan, *Exposed* merupakan populasi yang terinfeksi HIV tanpa gejala, *Infected* merupakan populasi yang terinfeksi HIV dengan gejala, dan AIDS merupakan populasi penderita AIDS
2. Terdapat faktor penularan ibu hamil maupun ibu menyusui ke anaknya

3. Laju rekrutmen bertambah dengan Laju Konstan
4. Pada populasi AIDS diisolasi sehingga tidak dapat menularkan ke populasi yang lain khususnya populasi yang sehat
5. Kematian HIV karena AIDS diperhatikan.

Berikut ini adalah keterangan notasi yang berlaku pada model matematika AIDS dengan transmisi vertikal AIDS:

Tabel 4.1. Notasi dan Definisi Parameter Model Matematika AIDS dengan Transmisi Vertikal

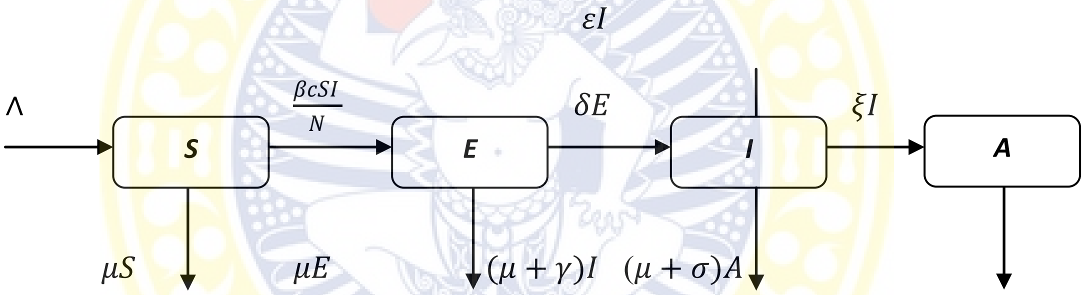
NOTASI	KETERANGAN
Λ	Laju kelahiran yang rentan
$S(t)$	Populasi yang rentan pada saat *t*
$E(t)$	Populasi yang terinfeksi HIV (tanpa gejala) pada saat *t*
$I(t)$	Populasi yang terinfeksi HIV(dengan gejala) pada saat *t*
$A(t)$	Populasi yang terkena AIDS pada saat *t*
β	Peluang transmisi penyakit/interaksi dengan individu yang terinfeksi
c	Rata-rata interaksi individu per satuan waktu
$N(t)$	Populasi total pada saat *t*
μ	Laju kematian alami
δ	Laju terinfeksi HIV baru
ε	Laju transmisi penularan vertikal
γ	Laju kematian karena terinfeksi HIV
ξ	Laju pengembangan menjadi AIDS
σ	Laju kematian kasus AIDS

Selanjutnya untuk mempermudah penulisan dengan demikian notasi $S(t), E(t), I(t), A(t)$, dan $N(t)$ berturut-turut ditulis dengan *S,E,I,A,* dan *N.* Karena notasi *S,E,I,A,* dan *N* menyatakan jumlah individu dalam populasi tertentu pada waktu tertentu sehingga diasumsikan:

$$S, E, I, A, N \geq 0$$

Selain itu, dalam ilmu fisika kelajuan merupakan salah satu besaran turunan yang tidak bergantung pada arah, sehingga kelajuan termasuk besaran skalar yang nilainya selalu positif. Dengan demikian, dalam skripsi ini dapat diasumsikan $\wedge, \beta$, c, $\mu, \delta, \varepsilon, \gamma, \xi$, dan σ merupakan parameter yang menyatakan laju, maka $\wedge, \beta$, c, $\mu, \delta, \varepsilon, \gamma, \xi, \sigma > 0$.Karena $\beta, \beta c$ menyatakan probabilitas maka $0 \leq \beta \leq 1$, dan $0 \leq \beta c \leq 1$.

Berdasarkan asumsi dan notasi di atas, maka dapat dibentuk diagram transmisi dari model penyebaran HIV/AIDS dengan adanya transmisi vertikal:



Gambar 4.1. Diagram Transmisi Model Matematika AIDS dengan Transmisi Vertikal AIDS.

Berdasarkan **Gambar 4.1** di atas, maka dapat dibentuk suatu model matematika AIDS dengan transmisi vertikal AIDS sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \wedge - \frac{\beta c S I}{N} - \mu S \tag{4.1}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta c S I}{N} - \mu E - \delta E \tag{4.2}$$

$$\frac{dI}{dt} = \delta E + \varepsilon I - (\mu + \gamma + \xi) I \tag{4.3}$$

$$\frac{dA}{dt} = \xi I - (\mu + \sigma) A\ . \tag{4.4}$$

Pada persamaan (4.1) mempresentasikan laju perubahan populasi yang sehat atau rentan per satuan waktu bertambah karena adanya laju rekrutmen dari populasi yang rentan sebesar Λ. Kemudian berkurang karena adanya interaksi populasi yang rentan dengan populasi yang terinfeksi HIV tanpa gejala sebesar $\frac{\beta cSI}{N}$dan berkurang karena adanya kematian alami sebesar μS.

Pada persamaan (4.2) mempresentasikan laju perubahan populasi yang terinfeksi HIV tanpa gejala bertambah karena terdapat populasi yang rentan yang telah berinteraksi dengan populasi yang terinfeksi HIV pada fase Isebesar $\frac{\beta cSI}{N}$. Kemudian berkurang karena adanya kematian alami pada fase E sebesar μE dan berkurang karena adanya laju terinfeksi HIV dengan munculnya gejala pada fase E sebesar δE.

Pada persamaan (4.3) mempresentasikan laju perubahan populasi HIV dengan gejala bertambah karena populasi yang terinfeksi HIV dengan gejala sebesar δI serta bertambah karena adanya laju transmisi vertikal sebesar εI. Kemudian berkurang karena adanya laju kematian yang diakibatkan HIV dengan muncul gejala sebesar γI, berkurang karena adanya kematian alami sebesar μ, dan berkurang karena berkembangnya populasi HIV dengan gejala ke tahap AIDS sebesarξI.

Pada persamaan (4.4) mempresentasikan laju populasi AIDS bertambah karena laju berkembangnya HIV dengan gejala sebesar ξ ke tahap AIDS. Kemudian berkurang karena adanya kematian alami sebesar μ dan kematian akibat AIDS sebesar σ.

Selanjutnya, populasi total dinyatakan sebagai $N = S + E + I + A$, sehingga laju perubahan dari total populasi adalah

$$\frac{dN}{dt} = \Lambda - \mu N - (\gamma - \varepsilon)I - \sigma A$$

Untuk mempermudah analisis model, Model pada persamaan (4.1) - (4.4) dapat ditulis ulang menjadi :

$$\frac{dN}{dt} = \Lambda - \mu N - (\gamma - \varepsilon)I - \sigma A \tag{4.5}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta c\,(N-E-I-A)I}{\mathrm{N}} - (\mu + \delta)E \tag{4.6}$$

$$\frac{dI}{dt} = \delta E + \varepsilon I - (\mu + \gamma + \xi)I \tag{4.7}$$

$$\frac{dA}{dt} = \xi I - (\mu + \sigma)A. \tag{4.8}$$

Selanjutnya dilakukan analisis kestabilan dari model di atas.Adapun langkah pertama yang harus dilakukan adalah menentukan titik setimbang dari model tersebut.Kemudian titik setimbang yang diperoleh disubstitusikan kedalam persamaan model yang telah dilinierisasi menggunakan matriks Jacobian.Matriks Jacobian ini merupakan hampiran linier dari sistem tak linier. Selanjutnya akan dibentuk persamaan karakteristik untuk mendapatkan nilai eigen. Nilai eigen tersebut nantinya digunakan untuk menentukan kestabilan dari model tersebut. Kestabilan model yang dihasilkan diharapkan dapat membantu untuk mengetahui dinamika perilaku sistem dari model tersebut.

Keadaan setimbang merupakan suatu kondisi ketika perubahan jumlah subpopulasi tertentu sepanjang waktu adalah nol. Dalam model ini, hal tersebut terpenuhi saat $\frac{dN}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dA}{dt} = 0.$ (4.9)

Berdasarkan persamaan (4.9) maka dari persamaan (4.5) – (4.8) diperoleh

$$\Lambda - \mu N - (\gamma - \varepsilon)I - \sigma A = 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{\beta c\,(N-E-I-A)I}{\mathrm{N}} - (\mu + \delta)E = 0 \quad (4.11)$$

$$\delta E + \varepsilon I - (\mu + \gamma + \xi)I = 0 \quad (4.12)$$

$$\xi I - (\mu + \sigma)A = 0. \quad (4.13)$$

Kemudian dari persamaan-persamaan di atas diperoleh dua titik setimbang yaitu titik setimbang non endemik (bebas penyakit) dan titik setimbang endemik.

Titik setimbang bebas penyakit adalah suatu kondisi dimana tidak ada penyebaran penyakit menular. Titik setimbang ini diperoleh ketika tidak ada individu yang terinfeksi penyakit dalam populasi$(I = 0)$. Karena tidak ada individu yang terinfeksi maka mengakibatkan tidak adanya juga individu yang terinfeksi pada fase *exposed* dan *AIDS* $(E = 0,\ A = 0)$.Titik setimbang bebas penyakit dapat dinyatakan dengan $E_0 = \left(N_0, E_0, I_{0,} A_0\right) = (N, 0, 0, 0)$ sehingga memenuhi $N = \frac{\Lambda}{\mu}$. Dengan demikian diperoleh titik setimbang bebas penyakit sebagai berikut

$$E_0 = \left(N_0, E_0, I_{0,} A_0\right) = (\tfrac{\Lambda}{\mu}, 0, 0, 0).$$

Titik setimbang endemik adalah suatu kondisi dimana terdapat penyebaran penyakit $(I \neq 0)$. Dengan kata lain titik setimbang endemik ini terjadi pada saat terdapat populasi yang terinfeksi HIV tanpa gejala, populasi HIV dengan gejala, dan populasi AIDS, sehingga diperoleh $N, E, I, A > 0$. Titik setimbang endemik dapat dinyatakan

$$E_1 = (N^*, E^*, I^*, A^*).$$

Dari persamaan (4.10), (4.12), dan (4.13) diperoleh

$$N^* = \left(\frac{\Lambda}{\mu E^*} - \left(\frac{(\mu+\sigma)(\gamma-\varepsilon)\delta-\delta^2\xi}{\mu(\mu+\sigma)(\mu+\gamma+\xi-\varepsilon)}\right)\right)E^* \tag{4.14}$$

$$I^* = \frac{\delta E^*}{\mu+\gamma+\xi-\varepsilon} \tag{4.15}$$

$$A^* = \frac{\xi\delta E^*}{(\mu+\sigma)(\mu+\gamma+\xi-\varepsilon)} \tag{4.16}$$

Berdasarkan persamaan (4.11), maka diperoleh

$$\frac{\beta c\,(N-E-I-A)I}{\mathrm{N}} - (\mu+\delta)E = 0$$

$$\beta c I^*\left(1+\frac{E^*}{N^*}+\frac{I^*}{N^*}+\frac{A^*}{N^*}\right) - (\mu+\delta)E^* = 0 \tag{4.17}$$

Dengan melakukan substitusi persamaan (4.14) – (4.16) ke persamaan (4.17) maka diperoleh

$$E^* = \frac{A}{B}$$

Dengan

$$m_1 = \mu+\delta$$

$$m_2 = \mu+\sigma$$

$$m_3 = \mu+\gamma+\xi-\varepsilon \tag{4.18}$$

$$A = \Lambda(\beta c\delta\, m_2 - \delta\, m_2(\gamma+\xi-\varepsilon) - \mu^2\, m_3(\delta+\sigma) - \mu\sigma(\delta+\gamma+\xi))$$

$$B = \delta(m_1m_2(\beta c+\varepsilon) - \gamma m_1m_2 - \xi\sigma m_1)$$

Berdasarkan dari persamaan – persamaan diatas dapat disimpulkan titik setimbang endemik dari model matematika AIDS dengan transmisi vertikal yaitu :

$E_1 = (N^*, E^*, I^*, A^*)$dengan :

$$N^* = \left(\frac{\Lambda}{\mu E^*} - \left(\frac{(\mu+\sigma)(\gamma-\varepsilon)\delta-\delta^2\xi}{\mu(\mu+\sigma)(\mu+\gamma+\xi-\varepsilon)}\right)\right)E^*$$

$$E^* = \frac{A}{B}$$

$I^* = \frac{\delta E^*}{\mu+\gamma+\xi-\varepsilon}$

$A^* = \frac{\xi\delta E^*}{(\mu+\sigma)(\mu+\gamma+\xi-\varepsilon)}$

Untuk syarat titik setimbang E_1 eksis jika

$$E^* = \frac{\Lambda(\beta c\delta\, m_2 - \delta\, m_2(\gamma+\xi-\varepsilon) - \mu^2\, m_3(\delta+\sigma) - \mu\sigma(\delta+\gamma+\xi))}{\delta(m_1 m_2(\beta c+\varepsilon) - \gamma m_1 m_2 - \xi\sigma m_1)} > 0$$

denganm_1, m_2, m_3 dan A, B merujuk pada persamaan (4.18)

Uraian lengkap perhitungan titik setimbang endemik E_1 dapat dilihat di Lampiran 1.

Setelah didapatkan titik setimbang bebas penyakit dan titik setimbang endemik, selanjutnya dianalisis kestabilan lokal dari masing – masing titik setimbang tersebut. Kestabilan lokal disekitar dua titik setimbang dapat membantu untuk mengetahui dinamika perilaku sistem pada model matematika AIDS dengan transmisi vertikal AIDS.

Berdasarkan persamaan (4.10) – (4.13) terlihat bahwa sistem tersebut merupakan sistem *autonomous nonlinear*.Untuk menguji kestabilan asimtotis lokal dari titik-titik setimbang bebas penyakit dan endemik perlu dilakukan linierisasi dengan menggunakan matriks *Jacobian.*

Misalkan sistem *autonomous* dari model matematika AIDS dengan transmisi vertikal AIDS didefinisikan sebagai berikut:

$$\frac{dN}{dt} = \Lambda - \mu N - (\gamma-\varepsilon)I - \sigma A = y_1(N,E,I,A) \quad (4.19)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta c\,(N-E-I-A)I}{\mathrm{N}} - (\mu+\delta)E = y_2\,(N,E,I,A) \quad (4.20)$$

$$\frac{dI}{dt} = \delta E + \varepsilon I - (\mu+\gamma+\xi)I = y_3\,(N,E,I,A) \quad (4.21)$$

$$\frac{dA}{dt} = \xi I - (\mu + \sigma)A = y_4 \; (N, E, I, A). \tag{4.22}$$

Berdasarkan **Definisi 2.3**, matriks Jacobian dari persamaan (4.19) – (4.22) adalah

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial N} & \frac{\partial y_1}{\partial E} & \frac{\partial y_1}{\partial I}\frac{\partial y_1}{\partial A} \\ \frac{\partial y_2}{\partial N} & \frac{\partial y_2}{\partial E} & \frac{\partial y_2}{\partial I}\frac{\partial y_2}{\partial A} \\ \frac{\partial y_3}{\partial N} & \frac{\partial y_3}{\partial E} & \frac{\partial y_3}{\partial I}\frac{\partial y_3}{\partial A} \\ \frac{\partial y_4}{\partial N} & \frac{\partial y_4}{\partial E} & \frac{\partial y_4}{\partial I}\frac{\partial y_4}{\partial A} \end{pmatrix}.$$

Dari sini diperoleh matriks Jacobian sebagai berikut

$$J = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -(\gamma - \varepsilon) & -\sigma \\ \frac{\beta CI(A+E)}{N^2} + \frac{\beta CIA}{N} & \frac{\beta CIE}{N^2} - m_1 & \beta C\left(1 - \frac{E}{N} - \frac{2I}{N} - \frac{A}{N}\right) & \frac{\beta CI}{N} \\ 0 & \delta & -m_3 & 0 \\ 0 & 0 & \xi & -m_2 \end{bmatrix}. \tag{4.23}$$

dengan m_1, m_2, dan m_3 merujuk pada persamaan (4.18).

Untuk menganalisis kestabilan dari suatu sistem dapat ditentukan dari nilai eigen matriks *Jacobian* model. Berikut analisis kestabilan asimtotis lokal dari titik setimbang bebas penyakit (E_0) dan titik setimbang endemik (E_1).

a. Kestabilan Lokal di Titik Setimbang Bebas Penyakit $(\boldsymbol{E_0})$

Matriks Jacobian pada persamaan (4.23) dievaluasi pada titik setimbang bebas penyakit HIV/AIDS $E_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0,0,0\right)$ adalah

$$J_{E_0} = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & \varepsilon - \gamma & -\sigma \\ 0 & -m_1 & \beta C & 0 \\ 0 & \delta & -m_3 & 0 \\ 0 & 0 & \xi & -m_2 \end{bmatrix}.$$

dengan m_1, m_2, m_3 merujuk pada persamaan (4.18).

Berdasarkan matrik Jacobiantersebut, dapat dibentuk suatu persamaan karakteristik dari matriks J_{E_0}sebagai berikut:

det $\left(\lambda I - J_{E_0}\right) = 0$yaitu:

$\Leftrightarrow (\lambda + \mu)(\lambda + m_2)(\lambda^2 + a_1\lambda + a_2) = 0$ (4.24)

dengan

$a_1 = (m_1 + m_3)$

$a_2 = m_1 m_3 - \delta\beta C$dan m_1, m_2, m_3 merujuk pada persamaan (4.18)

Berdasarkan persamaan karakteristik (4.24) maka didapat nilai eigen sebagai berikut

$\lambda_1 = -\mu$

$\lambda_2 = -m_2 = -(\mu + \sigma).$

Berdasarkan **Teorema 2.2** agar titik setimbang bebas penyakit (E_0) stabil asimtotis jika dan hanya jika persamaan karakteristik (4.24) mempunyai akar-akar yang negatif. Karena laju kematian alami μ dan laju kematian karena AIDS σ bernilai positif , maka jelas bahwa $\lambda_1 < 0$ dan $\lambda_2 < 0$

Sedangkan nilai eigen yang lain diperoleh dari akar persamaan

$\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0$ (4.25)

Selanjutnya akan ditentukan syarat agar persamaan (4.25) memiliki akar-akar yang negatif. Tanda dari nilai eigen yang merupakan akar dari persamaan (4.25) tidak mudah ditentukan, sehingga digunakan kriteria *Routh Hurwitz*. Berdasarkan **Teorema 2.3.** syarat agar akar persamaan (4.25) bernilai negatif atau mempunyai bagian real negatif jika $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$.

Pandang $a_1 = (m_1 + m_3)$, dengan $m_1 = \mu + \delta$dan $m_3 = \mu + \gamma + \xi - \varepsilon$. Dari sini diperoleh

$a_1 = 2\mu + \gamma + \delta + \xi - \varepsilon$

$$= (2\mu + \gamma + \delta + \xi)(1 - R_1)$$

dengan $R_1 = \frac{\varepsilon}{2\mu+\gamma+\delta+\xi}$..

Dari uraian di atas didapati bahwa syarat untuk $a_1 > 0$jika $R_1 < 1$.

Selanjutnya, akan diberikan syarat agar $a_2 > 0$.

$a_2 = (\mu + \delta)(\mu + \gamma + \xi) - \varepsilon(\mu + \delta) - \delta\beta C$

$= (\mu + \delta)(\mu + \gamma + \xi)(1 - R_0)$

dengan $R_0 = \frac{\delta\beta C + \varepsilon(\mu+\delta)}{(\mu+\delta)(\mu+\gamma+\xi)}$.

Dari uraian di atas didapati bahwa syarat untuk $a_2 > 0$jika $R_0 < 1$, dengan R_0 dan R_1 merupakan bilangan reproduksi dasar yakni menyatakan rata-rata banyaknya kasus baru dari individu yang terinfeksi penyakit menular terhadap individu yang rentan. Bilangan reproduksi dasar ini dapat dijadikan tolak ukur terjadi atau tidaknya penyakit menular.

Berdasarkan uraian di atas dapat dibentuk sebuah teorema terkait kestabilan dari titik setimbang bebas penyakit sebagai berikut

Teorema 4.1 Titik setimbang bebas penyakit $E_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0,0,0\right)$ pada model matematika AIDS dengan transmisi vertikal AIDS akan stabil asimtotis jika memenuhi $R_0 < 1$dan $R_1 < 1$.

Teorema 4.1 dapat diartikan bahwa setiap individu yang terinfeksi HIV dapat menularkan penyakit HIV kepada rata-rata kurang dari satu penderita baru sehingga penyakit HIV dapat dieliminasi jika $R_0 < 1$ dan $R_1 < 1$.

b. Kestabilan Lokal di titik Setimbang Endemik (E_1)

Setelah diperoleh analisis kesatabilan lokal untuk titik setimbang non endemik selanjutnya akan dianalisis kestabilan lokal untuk titik setimbang endemik. Dengan langkah yang sama seperti diatas sehingga matriks Jacobian di titik setimbang $E_1 = (N^*, E^*, I^*, A^*)$ adalah sebagai berikut:

$$J_{E_1} = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -(\gamma-\varepsilon) & -\sigma \\ b_1 & -b_2 & b_3 & \frac{\beta c I^*}{N^*} \\ 0 & \delta & -m_3 & 0 \\ 0 & 0 & \xi & -m_2 \end{bmatrix},$$

denganm_1, m_2, m_3 merujuk pada persamaan (4.18).

Kemudian berdasarkan matriks tersebut, dapat dibentuk persamaan karakteristik J_{E_1} dengan menggunakan $\det\left(\lambda I - J_{E_1}\right) = 0$, sehingga diperoleh persamaan karakteristik dari matriks J_{E_1} adalah

$$\Leftrightarrow (\lambda+\mu)(\lambda+m_2)(\lambda^2 + (b_2+m_3)\lambda + \delta b_3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\lambda+\mu)(\lambda+m_2)(\lambda^2 + D_1\lambda + D_2) = 0 \qquad (4.26)$$

dengan

$$b_1 = \frac{\beta c I (A^* + E^*)}{N^{*2}} + \frac{\beta c I A^*}{N^*}$$

$$b_2 = \frac{\beta c I^* E^*}{N^{*2}} + m_1$$

$$b_3 = \beta c \left(1 - \frac{E^*}{N^*} - \frac{2I^*}{N^*} - \frac{A^*}{N^*}\right)$$

$$D_1 = \frac{\beta c I^* E^*}{N^*} + m_1 + m_3$$

$$D_2 = \delta \beta c \left(1 - \frac{E^*}{N^*} - \frac{2I^*}{N^*} - \frac{A^*}{N^*}\right).$$

Berdasarkan uraian di atas, untuk mengetahui kestabilan dari titik setimbang endemik E_1 secara analitik melalui analisis nilai eigen dari persamaan (4.26) sulit dilakukan karena melibatkan koefisien persamaan karakteristik yang rumit. Dengan demikian penentuan kestabilan dengan kriteria Routh-Hurwitz juga sulit untuk dilakukan.Oleh karena itu, kestabilan lokal titik setimbang E_1 dianalisis secara numerik menggunakan software MATLAB. Berikut adalah asumsi parameter yang digunakan :

Tabel 4.2 Parameter model matematika AIDS dengan adanya transmisi vertikal

Parameter	**Nilai**	**Satuan**
Λ	10	Per tahun
β	0.5	1 orang per tahun
c	10	-
μ	0.2	Per tahun
δ	0.8	Per tahun
ε	0.2	Per tahun
γ	0.01	Per tahun
ξ	0.9	Per tahun
σ	0.8	Per tahun

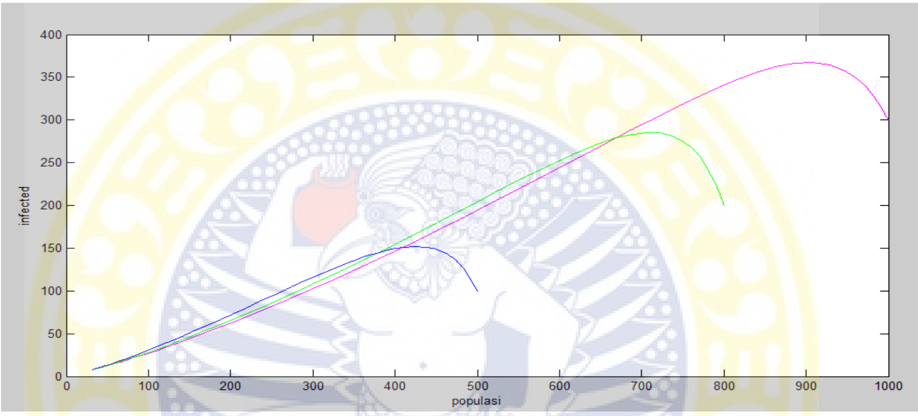
Simulasi yang dilakukan dengan menggunakan metode bidang fase dengan memberikan tiga nilai awal untuk variabel*N, E, I, A* yang berbeda untuk mengetahui letak kekonvergenan solusi dari tiap-tiap nilai awal parameter yang diberikan. Berikut adalah nilai awal yang diberikan:

Tabel 4.3 Parameter Nilai Awal

Nama	**No**	**Nilai**	**Satuan**
Jumlah populasi awal $N(0)$	1	1000	Orang
	2	800	
	3	500	
Jumlah populasi awal $E(0)$	1	750	Orang
	2	650	

	3	300	
Jumlah populasi awal $I(0)$	1	300	Orang
	2	200	
	3	100	
Jumlah populasi awal $A(0)$	1	50	Orang
	2	10	
	3	1	

Berdasarkan nilai parameter pada **Tabel 4.2** di atas diperoleh nilai dari titik setimbang $E_1 = (35,\ 9,\ 8,\ 6)$. Berikut ini adalah gambar dari bidang fase model matematika AIDS dengan adanya transmisi vertikal.



Gambar 4.2 Grafik Bidang Fase $N(t)$dan $I(t)$ untuk Titik Setimbang Endemik

Pada **Gambar 4.2** grafik bidang fase tersebut dapat diketahui bahwa semuanya konvergen ke titik $(35,\ 8)$. Berdasarkan nilai parameter yang digunakan $R_0 = \frac{\delta\beta C + \varepsilon(\mu+\delta)}{(\mu+\delta)(\mu+\gamma+\xi)} = \ \ 4.2198 > 1$

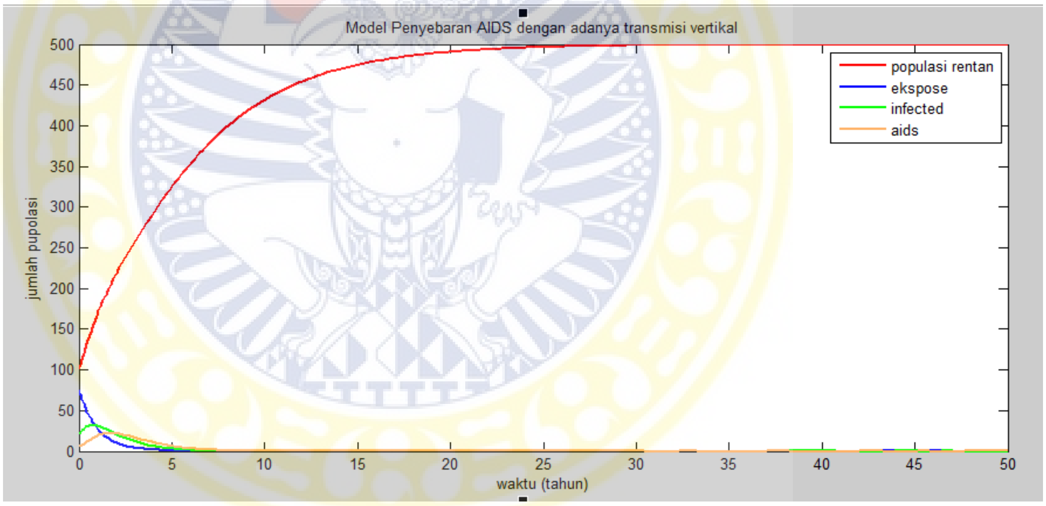
Berdasarkan uraian diatas maka dapat dibentuk dugaan atau konjektur sebagai berikut :

Konjektur 4.1 Titik setimbang endemik $E_1 = (N^*, E^*, I^*, A^*)$ pada model matematika AIDS dengan adanyaTransmisi vertikal akan ada dan stabil asimtotis lokal jika $R_0 = \frac{\delta\beta C + \varepsilon(\mu+\delta)}{(\mu+\delta)(\mu+\gamma+\xi)} > 1$

4.2 Simulasi Numerik Model Matematika AIDS dengan adanya Transmisi Vertikal

4.2.1 Simulasi dan Interpretasi Model

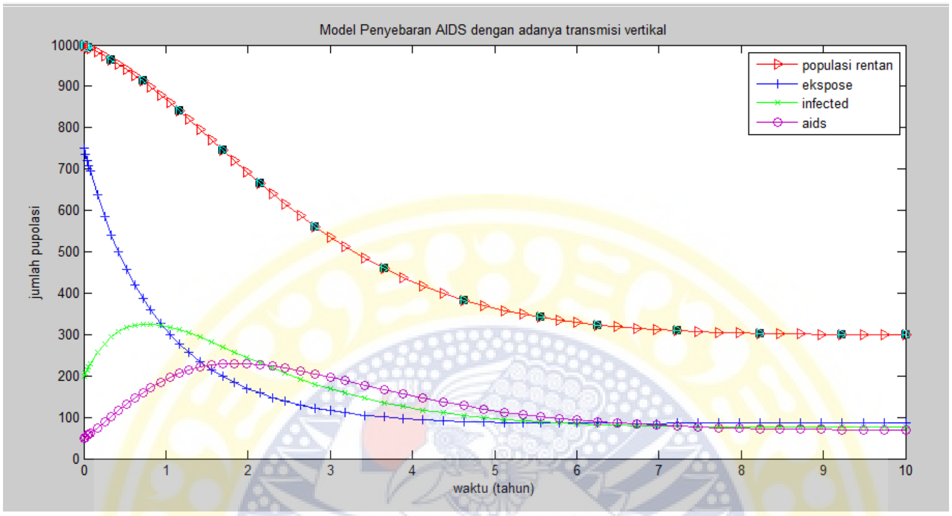
Pada subbab ini disimulasikan model matematika AIDS dengan adanya transmisi vertikal.Hal tersebut dilakukan untuk mengetahui perilaku dari subpopulasi pada model tersebut.Simulasi ini dilakukan dalam waktu $t = 50$ tahun, dengan nilai awal $\big(N(0), E(0), I(0), A(0)\big) = (200,150,40,20)$. Berikut ini adalah hasil simulasi untuk subpopulasi *N, E, I, A*.



Gambar 4.3 Dinamika Populasi AIDS dengan Transmisi Vertikal untuk Kasus $R_0 < 1$.

Pada **Gambar 4.3** terlihat bahwa laju transmisi Nsemakin besardan laju transmisi E semakin kecil. Hal ini dikarenakan tidak adanya interaksi antara N dengan I. Oleh karena itu, kondisi ini menunjukan tidak terjadi endemik di dalam populasi.

Selanjutnya akan diberikan hasil simulasi untuk model matematika AIDS dengan transmisi vertikal ketika $R_0 > 1$dalam waktu $t = 10$ tahun,dengan nilai awal $\big(N(0), E(0), I(0), A(0)\big) = (1000,750,200,50)$ dan nilai parameter yang diperbesar yaitu $\beta = 0.5$, $c = 10$, dan $\delta = 0.8$.



Gambar 4.4 Dinamika Populasi AIDS dengan Transmisi Vertikal untuk Kasus $R_0 > 1$.

Pada **Gambar 4.4** terlihat bahwa laju transmisi populasi total (N)semakin kecil. Hal ini dikarenakan laju transmisi HIV dengan gejala (I) semakin besar. Oleh karena itu, kondisi ini menunjukan terjadi endemik di dalam populasi.