

**PERBANDINGAN MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE
INTEGRATED MOVING AVERAGE* DENGAN *GENERALIZED
SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING
AVERAGE* UNTUK PERAMALAN VOLUME PEMAKAIAN
AIR BERSIH**

(Studi Kasus : Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo)

SKRIPSI



MUH. IKBAL

**PROGRAM STUDI S1 STATISTIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA**

2019

**PERBANDINGAN MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE
INTEGRATED MOVING AVERAGE* DENGAN *GENERALIZED
SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING
AVERAGE* UNTUK PERAMALAN VOLUME PEMAKAIAN
AIR BERSIH**

(Studi Kasus : Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo)

SKRIPSI



MUH. IKBAL

**PROGRAM STUDI S1 STATISTIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA**

2019

ii

**PERBANDINGAN MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED
MOVING AVERAGE* DENGAN *GENERALIZED SPACE TIME
AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* UNTUK
PERAMALAN VOLUME PEMAKAIAN AIR BERSIH
(Studi Kasus : Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo)**

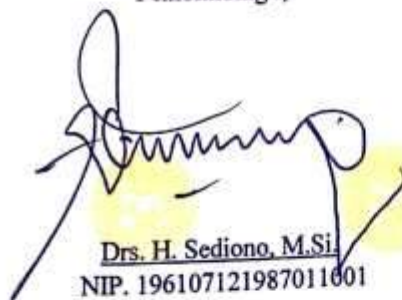
SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Statistika di
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga


MUH. IKBAL
NIM. 081511833004

Disetujui oleh :

Pembimbing I,


Drs. H. Sediono, M.Si.
NIP. 196107121987011001

Pembimbing II,


Drs. Suliyanto, M.Si.
NIP. 196509071991021001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Perbandingan Model *Vector Autoregressive Integrated Moving Average* dengan *Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average* Untuk Peramalan Volume Pemakaian Air Bersih (Studi Kasus : Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo)

Penyusun : Muh. Iqbal

NIM : 081511833004

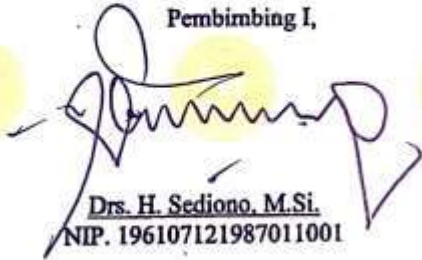
Pembimbing I : Drs. H. Sediono, M.Si.

Pembimbing II : Drs. Suliyanto, M.Si.

Tanggal Ujian : 13 Mei 2019

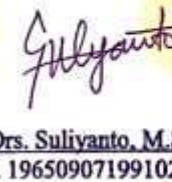
Disetujui oleh :

Pembimbing I,



Drs. H. Sediono, M.Si.
NIP. 196107121987011001

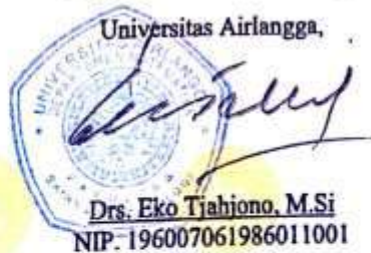
Pembimbing II,



Drs. Suliyanto, M.Si.
NIP. 196509071991021001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga,



Drs. Eko Tjahjono, M.Si.
NIP. 196007061986011001

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertandatangan di bawah ini, saya :

Nama : Muh. Ikbal

NIM : 081511833004

Program Studi : Statistika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan kegiatan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul :

PERBANDINGAN MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* DENGAN *GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE* UNTUK PERAMALAN VOLUME PEMAKAIAN AIR BERSIH (Studi Kasus : Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo)

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 13 Mei 2019

METERAI
TEMPEL
47894AFF686675236
6000
ENAM RIBU RUPIAH

/ Muh. Ikbal

NIM. 081511833004

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT karena berkat rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyusun dan menyelesaikan skripsi dengan judul “Perbandingan Model *Vector Autoregressive Integrated Moving Average* dengan *Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average* untuk Peramalan Volume Pemakaian Air Bersih (Studi Kasus : Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo)”. Penyelesaian skripsi ini tidak terlepas dari bantuan banyak pihak. Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada seluruh pihak yang telah terlibat dalam penyusunan skripsi ini, diantaranya:

1. Kedua orang tua tercinta, Bapak Abd. Sakka dan Ibu Nurhayati serta Kakak tercinta Ikhwan, Ilham, Ikhsan dan Fatimah yang senantiasa mendo'akan, memberi semangat, nasehat, dan motivasi demi kelancaran pendidikan penulis.
2. Ir. Elly Ana, M.Si. selaku dosen wali yang telah memberikan nasehat, pengarahan, dan saran demi kesuksesan penulis selama masa perkuliahan.
3. Drs. H. Sediono, M.Si dan Drs Suliyanto, M.Si selaku dosen pembimbing I dan dosen pembimbing II yang dengan sabar telah memberikan penjelasan, pengarahan, saran, dan bimbingannya kepada penulis dari awal hingga akhir penyelesaian skripsi ini.
4. Bapak dan Ibu dosen di Lingkungan Program Studi Statistika Universitas Airlangga yang telah berkenan memberi ilmu, motivasi dan pembelajaran selama masa perkuliahan.
5. Maya Masyitha dan Jefri Eko yang senantiasa membantu dan menemani penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
6. Seluruh teman – teman Statistika Unair 2015 yang telah bersama sama dan selalu memberikan semangat dan motivasi dikala suka dan duka.
7. Pihak PDAM Surya Sembada Kota Surabaya, PDAM Giri Tirta Kab. Sidoarjo dan PDAM Delta Tirta Kab. Sidoarjo yang telah memberikan

ijin untuk melakukan penelitian, sehingga penulis dapat memperoleh data yang dibutuhkan dalam penyusunan skripsi ini.

8. Teman-teman, keluarga dan pihak lain yang tidak dapat penyusun sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga kritik dan saran yang membangun sangat penulis butuhkan untuk perbaikan di masa yang akan datang.

Surabaya, 13 Mei 2019

Muh. Ikbal

Muh. Ikbal, 2019. **Perbandingan Model *Vector Autoregressive Integrated Moving Average* dengan *Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average* untuk Peramalan Volume Pemakaian Air Bersih (Studi Kasus : Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo)**. Skripsi dibawah bimbingan Drs. H. Sediono, M.Si dan Drs. Suliyanto, M.Si., Program Studi S-1 Statistika, Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Salah satu kebutuhan pokok manusia yang dibutuhkan secara berkelanjutan adalah air bersih. Seiring berkembangnya jumlah penduduk menyebabkan permintaan air bersih mengalami peningkatan dari waktu ke waktu. Hal ini menyebabkan permasalahan air bersih sering terjadi di daerah dengan jumlah penduduk yang tinggi. Sebagai contoh Kota Surabaya yang memiliki konsumsi air tertinggi dibandingkan nasional. Tingginya konsumsi air di Surabaya memberi dampak terhadap daerah sekitarnya seperti Gresik dan Sidoarjo. Perusahaan yang bertanggung jawab terhadap ketersediaan air adalah PDAM. Oleh karena itu, PDAM harus mengupayakan dan memaksimalkan kinerjanya agar masyarakat bisa mendapatkan layanan air bersih secara maksimal. Salah satu cara memaksimalkan pelayanan yaitu dengan memprediksi permintaan air kedepannya. Data volume pemakaian air dimodelkan menggunakan VARIMA dan GSTARIMA serta melakukan perbandingan antara keduanya. Model VARIMA merupakan pemodelan time series multivariate yang melibatkan beberapa variabel pada periode-periode sebelumnya. Sedangkan model GSTARIMA adalah perluasan dari model VARIMA yang menggabungkan antara interdependensi waktu dan lokasi sehingga pada model GSTARIMA memasukkan pembobot lokasi dalam model. Pada model GSTARIMA pendugaan parameter yang lebih sedikit dibandingkan model VARIMA serta memperhatikan pengaruh spasial dan waktu. Pada penelitian ini data yang digunakan sebanyak 60 data *insample* dan 12 data *outsample* yang diperoleh dari 3 PDAM, yaitu PDAM Surya Sembada, Giri Tirta dan Delta Tirta. Hasil dari penelitian ini diperoleh bahwa berdasarkan nilai RMSE antara hasil peramalan dengan data *outsample* menunjukkan model VARIMA lebih baik dari pada GSTARIMA dengan orde *autoregressive* ($p=2$), differencing ($d=1$) sehingga model yang terbaik adalah VARIMA (2,1,0).

Kata Kunci : Air Bersih, time series, multivariate, VARIMA, GSTARIMA.

Muh Ikbal, 2019. **Comparison Vector Autoregressive Integrated Moving Average dengan Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average Model for Forecasting Clean Water Use (Study Case : Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo)..** This final project is under advice by Drs. H. Sediono, M.Si dan Drs. Suliyanto, M.Si., S-1 Statistics Courses, Mathematics Department, Faculty of Science and Technology, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRACT

One of the basic human needs that needed in a sustainable manner is clean water. As the population grows, the demand for clean water has increased over time. It causes clean water problems often occur in areas with a high population. For example the city of Surabaya which has the highest water consumption compared to the national. The high water consumption in Surabaya has an impact on the surrounding area such as Gresik and Sidoarjo. Company that is responsible for water availability are PDAM. Therefore PDAM must strive for and maximize its performance so that the community can get maximum water service. One way to maximize service is by predicting future water demand. Data on water use volume are modeled using VARIMA and GSTARIMA and do a comparison between the two. VARIMA model is a multivariate time series modeling that involves several variables in previous periods. Whereas GSTARIMA model is an extension of VARIMA model that combines interdependence of time and location so that in GSTARIMA model enter location weighting in the model. In GSTARIMA model the parameter estimates are less than VARIMA model and pay attention to spatial and time effects. In this study the data used were 60 insample data and 12 outsample data obtained from three PDAMs, namely PDAM Surya Sembada, Giri Tirta and Delta Tirta. The results of this study show that based on RMSE value between forecasting results and outsample data shows VARIMA model is better than GSTARIMA with autoregressive order ($p = 2$), differencing ($d = 1$) so the best model is VARIMA (2,1,0).

Keywords : Clean Water, Time Series, Multivariate, VARIMA, GSTARIMA.

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR JUDUL	ii
LEMBAR PERNYATAAN	iii
LEMBAR PENGESAHAN	iv
LEMBAR PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	v
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	vi
KATA PENGANTAR	vii
ABSTRAK.....	ix
ABSTRACT	x
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL.....	xiv
DAFTAR GAMBAR	xvi
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan.....	5
1.4 Manfaat.....	5
1.5 Batasan Masalah.....	6
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	7
2.1 Air Bersih	7
2.2 Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM).....	8
2.2.1 PDAM Surya Sembada Kota Surabaya	9
2.2.2 PDAM Giri Tirta Kab. Gresik	9
2.2.3 PDAM Delta Tirta Kab. Sidoarjo	9
2.3 Data Spasial.....	10
2.4 Autokorelasi Spasial.....	10

2.5	<i>Time Series Multivariate</i>	12
2.6	Kestasioneran Data.....	12
2.6.1	Kestasioneran dalam Varians	13
2.6.2	Kestasioneran dal Rata-Rata.....	14
2.7	Identifikasi Model VARIMA.....	16
2.7.1	<i>Matrix Autocorrelation Function</i> (MACF)	16
2.7.2	<i>Matrix Partial Autocorrelation Function</i> (MPACF).....	18
2.7.3	Model VARIMA.....	19
2.8	Model <i>Space Time</i>	22
2.8.1	Matriks Pembobot Lokasi.....	23
2.8.2	Model GSTARIMA	25
2.9	Diagnostik Model.....	28
2.9.1	Uji <i>White Noise</i>	28
2.9.2	Uji Normal <i>Multivariate</i>	29
2.10	Kriteria Pemilihan Model Terbaik	30
2.11	<i>Statistical Analysis System</i> (SAS)	30
2.12	Minitab 18	30
2.13	<i>Opes Source Software-R</i>	31
BAB III METODE PENELITIAN.....		33
3.1	Data dan Sumber Data.....	33
3.2	Variabel Penelitian	33
3.3	Langkah-langkah Analisis Data	34
3.4	<i>Flowchart</i> Penelitian	37
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN		38
4.1	Identifikasi Kelayakan Data.....	38
4.2	Karakteristik Data	40
4.3	Identifikasi <i>Time Series Plot</i>	43
4.4	Kestasioneritas Data	43
4.4.1	Kestasioneran terhadap Varians	44
4.4.2	Kestasioneran terhadap Rata-Rata	44
4.5	Identifikasi Model VARIMA	47

4.6 Identifikasi Model GSTARIMA	50
4.6.1 Penerapan Bobot Lokasi Seragam	51
4.6.2 Penerapan Bobot Lokasi Invers Jarak	55
4.6.3 Penerapan Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang	60
4.7 Perbandingan dan Pemilihan Model terbaik	64
4.8 Peramalan dengan Model terbaik	67
BAB V PENUTUP	70
5.1 Kesimpulan	70
5.2 Saran	71
DAFTAR PUSTAKA	72
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
2.1	Transformasi Box-Cox	14
3.1	Variabel Penelitian	33
3.2	Struktur Data	34
4.1	Posisi <i>Latitude</i> dan <i>Longitude</i> Ketiga Lokasi	39
4.2	Hasil Pengujian Autokorelasi Spasial	40
4.3	Karakteristik Data Volume Pemakaian Air Bersih di Tiga Lokasi	40
4.4	Matriks Korelasi Ketiga Lokasi	42
4.5	Nilai Koefisien transformasi lambda (λ) Box-Cox Ketiga Lokasi	44
4.6	Hasil Pengujian <i>Augmented Dickey Fuller Unit Root</i>	46
4.7	Nilai AICC	47
4.8	Pendugaan Parameter Model VARIMA (2,1,0)	47
4.9	Hasil Uji Portmanteau Model VARIMA (2,1,0)	50
4.10	Pendugaan Parameter Model GSTARI (2,1) ₁ dengan Bobot Lokasi Seragam	51
4.11	Hasil Uji Portmanteau Model GSTARI (2,1) ₁	54
4.12	Pendugaan Parameter Model GSTARI (2,1) ₁ dengan Bobot	56

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.13	Hasil Uji Portmanteau Model GSTARI $(2,1)_1$	59
4.14	Pendugaan Parameter Model GSTARI $(2,1)_1$ dengan Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang	60
4.15	Hasil Uji Portmanteau Model GSTARI $(2,1)_1$	63
4.16	Nilai RMSE untuk setiap Model pada Setiap Lokasi	64

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
3.1	<i>Flow chart</i> Penelitian	37
4.1	Peta Batas Administrasi Kota Surabaya, Kab. Gresik, dan Kab. Sidoarjo	38
4.2	Plot Data Volume Pemakaian Air Bersih Kota Surabaya Periode Januari 2013 – Desember 2017	41
4.3	Plot Data Volume Pemakaian Air Bersih Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo Periode Januari 2013 – Desember 2017	41
4.4	<i>Time Series</i> plot pada Data Volume Pemakaian Air Bersih (a) Kota Surabaya, (b) Kab. Gresik) dan (c) Kab. Sidoarjo	43
4.5	Plot MACF dan MPACF data Volume Pemakaian Ketiga Lokasi	44
4.6	Plot MACF dan MPACF data <i>first differencing</i>	45
4.7	<i>Time Series</i> plot pada Data <i>Firts Differencing</i> (a) Kota Surabaya, (b) Kab. Gresik) dan (c) Kab. Sidoarjo	46
4.8	Plot data <i>outsample</i> dan hasil peramalan Volume Pemakaian Air Bersih Kota Surabaya	68
4.9	Plot data <i>outsample</i> dan hasil peramalan Volume Pemakaian Air Bersih Kabupaten Gresik	69
4.10	Plot data <i>outsample</i> dan hasil peramalan Volume Pemakaian Air Bersih Kabupaten Sidoarjo	69

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Lampiran
1.	Surat Persetujuan Permohonan Data
2.	Data Volume Pemakaian Air Bersih Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo
3.	Hasil <i>First Difference</i> pada Data Volume Pemakaian Air Bersih di Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo
4.	Residual Model VARIMA (2,1,0)
5.	Residual Model GSTAR (2,1) ₁ dengan Bobot Lokasi Seragam
6.	Residual Model GSTAR (2,1) ₁ dengan Bobot Lokasi Invers Jarak
7.	Residual Model GSTAR (2,1) ₁ dengan Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang
8.	Eksplorasi Data Volume Pemakaian Air Bersih Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo menggunakan Software <i>Minitab 18</i>
9.	Hasil Pengujian Box-Cox dengan <i>Software Minitab 18</i>
10.	<i>Output</i> Software SAS Pengujian Model VARIMA
11.	<i>Output</i> Software Minitab 18 Perhitungan Model GSTAR (2,1) ₁ dengan Bobot Lokasi Seragam
12.	<i>Output</i> Software Minitab 18 Perhitungan Model GSTAR (2,1) ₁ dengan Bobot Lokasi Invers Jarak
13.	<i>Output</i> Software Minitab 18 Perhitungan Model GSTAR dengan Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang
14.	<i>Output</i> Program OSS-R Perhitungan Uji Normal Multivariat
15.	<i>Output</i> Program OSS-R Perhitungan Uji <i>White Noise</i>

Nomor	Judul Lampiran
16.	Program VARIMA menggunakan <i>Software SAS</i>
17	Program Normal Multivariat menggunakan <i>OSS-R</i>
18	Hasil Peramalan Volume Pemakaian Air Bersih dengan Model VARIMA (2,1,0) di Ketiga Lokasi

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penyediaan air bersih menjadi perhatian khusus oleh setiap negara di dunia termasuk Indonesia. Air bersih merupakan kebutuhan pokok manusia yang dibutuhkan secara berkelanjutan untuk memenuhi kehidupannya. Pemanfaatannya tidak hanya sebatas untuk keperluan rumah tangga saja, tetapi juga untuk kebutuhan kelompok instansi pemerintah, industri dan sosial.

Seiring dengan bertambahnya penduduk, berkembangnya pembangunan dan industri serta meningkatnya standar kehidupan manusia menyebabkan kebutuhan akan air bersih terus mengalami peningkatan dari waktu ke waktu. Permasalahan kebutuhan air bersih terjadi terutama di negara dengan jumlah penduduk yang tinggi (Awaludin, 2005). Salah satu hal yang menyebabkan adalah permintaan atau konsumsi yang tidak diimbangi oleh kemampuan pelayanan atau penyediaan menjadi terbatas karena pemanfaatannya tidak diatur dengan baik. Permintaan terus bertambah sedangkan persediaan cenderung berkurang, karena debit sumber air baku, seperti mata air, sungai, danau dan air tanah sebagai akibat degradasi lingkungan.

Sebagai provinsi dengan jumlah penduduk terbesar kedua di Indonesia setelah Jawa Barat mengakibatkan kebutuhan konsumsi air bersih di Jawa Timur juga tinggi. Sebagai contoh Kota Surabaya yang merupakan ibu kota dari Provinsi Jawa Timur sekaligus kota terbesar kedua di Indonesia ini memiliki konsumsi air tertinggi dibandingkan nasional. Menurut Edi Rusiatio salah satu badan pengawas PDAM Surya Sembada Kota Surabaya yang dikutip dari detik.com (2017) menyatakan bahwa masyarakat Surabaya adalah masyarakat dengan penggunaan air terbesar di Indonesia. Rata-rata penggunaan setiap orang antara 180-200 liter per hari, sedangkan rata-rata nasional sekitar 120 L. Hal tersebut memberi dampak terhadap daerah yang berada di sekitar wilayah Surabaya

seperti Kabupaten Gresik dan Sidoarjo karena Surabaya sebagai pusat pemerintahan tentunya menjadi daya tarik penduduk untuk datang mengadu nasib. Sehingga daerah yang berada di sekitar Surabaya menjadi tempat tinggal mereka, mengakibatkan jumlah penduduk di daerah tersebut meningkat yang berkorelasi positif dengan kebutuhan air bersih.

Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) merupakan perusahaan milik daerah yang bertanggung jawab terhadap ketersediaan air bersih. PDAM mengemban tugas pokok melaksanakan pengelolaan dan pelayanan air bersih untuk meningkatkan kesejahteraan masyarakat sesuai dengan Undang – Undang No. 32 tahun 2004, tentang Pemerintahan Daerah. Di Kota Surabaya pengelolaan air minum daerah dikelola oleh PDAM Surabaya Sembada, sedangkan di kabupaten Gresik dan Sidoarjo secara berurutan adalah PDAM Giri Tirta dan Delta Tirta. Menurut website resmi PDAM Surabaya, pelayanan air minum kepada masyarakat tidak hanya terbatas pada daerah administratif Kota Surabaya saja, melainkan juga untuk masyarakat daerah Kabupaten Gresik, Sidoarjo dan Pasuruan. Selain itu, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo juga memiliki keterkaitan. Melalui wawancara langsung oleh peneliti, Edi (2019) salah satu staf penelitian dan pengembangan PDAM Delta Tirta menyatakan bahwa terdapat unit rumah tangga masyarakat Sidoarjo yang menggunakan jasa PDAM Giri Tirta dikarenakan pipa air yang lebih dekat. Oleh karena itu, ketiga PDAM ini yaitu PDAM Surabaya, Gresik dan Sidoarjo memiliki keterkaitan dalam pengelolaan air minum.

PDAM Surabaya, Gresik dan Sidoarjo harus mengupayakan untuk dapat menunjang terwujudnya misi dan fungsi yang diemban maka pengelolaan sistem air minum harus dilakukan dengan baik dan benar sehingga semua masyarakat Surabaya, Gresik dan Sidoarjo bisa menikmati dan mendapatkan layanan air bersih secara maksimal. Salah satu cara untuk memaksimalkan pelayanan yaitu dengan memprediksi permintaan air minum diwaktu yang akan datang sehingga nantinya dapat menjadi pertimbangan kebijakan dari pihak terkait.

Untuk memperkirakan permintaan atau konsumsi air bersih di wilayah Jawa Timur khususnya Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo diperlukan sebuah peramalan. Metode peramalan yang sering digunakan adalah pemodelan data deret waktu. Salah satu pemodelan deret waktu yang banyak digunakan untuk adalah model ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*). Model ini bersifat *univariate* dan tidak memperhatikan faktor lokasi. Penelitian dengan metode ini terhadap data volume pemakaian air bersih di Kota Surabaya pernah dilakukan oleh Asfihani dan Irhamah pada tahun 2017 dan model terbaik yang didapatkan adalah ARIMA(1,1,0).

Adapun untuk memodelkan masalah yang melibatkan data deret waktu *multivariate* seperti pada penelitian ini digunakan model VARIMA (*Vector Autoregressive Integrated Moving Average*). Model VARIMA merupakan suatu sistem persamaan dengan pendugaan suatu variabel pada periode tertentu bergantung pergerakan variabel tersebut dan variabel-variabel lain yang terlibat dalam sistem pada periode-periode sebelumnya (Enders, 2004). Beberapa penelitian tentang aplikasi model VARIMA diantaranya Mudzakir (2007) dan Anggraeni (2008).

Suatu bentuk yang merupakan perluasan dari model VARIMA adalah model yang menggabungkan interdependensi waktu dan lokasi yang dikenal dengan model STARIMA (*Space-Time Autoregressive Integrated Moving Average*) yang diperkenalkan oleh Pfeifer dan Deutsch pada tahun 1980. Perbedaan utamanya terletak pada penambahan matriks pembobot lokasi yang mencirikan adanya pengaruh interaksi spasial/lokasi. STARIMA mensyaratkan nilai parameter untuk semua lokasi sama. Namun pada kenyataannya setiap lokasi memiliki karakteristik yang berbeda sehingga kurang tepat untuk diterapkan pada lokasi yang heterogen.

Model yang lebih fleksibel sebagai generalisasi dari model STARIMA adalah model GSTARIMA (*General Space-Time Autoregressive Integrated Moving Average*) yang diperkenalkan oleh Borovkova pada tahun 2002. Berbeda dengan model STARIMA, model GSTARIMA tidak mensyaratkan bahwa nilai-nilai parameter sama untuk semua lokasi. Oleh karena itu model GSTARIMA lebih

realistis, karena pada kenyatannya lebih banyak ditemui model dengan parameter model berbeda untuk lokasi yang berbeda. Kajian teoritis berkaitan dengan sifat asimtotis dari parameter model GSTARIMA dan penentuan bobot antar lokasi diberikan oleh Lopuhaa & Borovkova (2005) dan Suhartono dan Subanar (2006). Beberapa penelitian tentang aplikasi model GSTARIMA diantaranya Shofinda (2017) yang diterapkan pada data Inflasi tujuh Kabupaten/ Kota di Jawa Timur dan Putri (2015) mengenai penjualan pulsa *provider* x di wilayah Jabodetabek. Kelebihan model GSTARIMA adalah dugaan parameter yang lebih sedikit dibandingkan model VARIMA serta memperhatikan pengaruh spasial dan waktu.

Pada penelitian sebelumnya yang melakukan perbandingan model VARIMA dan GSTARIMA diantaranya Suhartono (2005), Affandy (2014) dan Setiawan (2015). Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Suhartono (2005) tentang hasil perbandingan model VARMA dan GSTAR menunjukkan bahwa peramalan dengan model GSTAR lebih akurat. Sedangkan berdasarkan penelitian Affandy (2014) menunjukkan bahwa VARMA merupakan model terbaik.

Dari penjelasan tersebut mendorong peneliti untuk mengkaji apakah pengaruh lokasi pada model GSTARIMA lebih baik dari model VARIMA untuk peramalan volume pemakaian air bersih di ketiga lokasi dan juga belum terdapat penelitian sebelumnya yang melakukan secara *multivariate* dan mengidentifikasi keterkaitan lokasi antara Surabaya, Gresik dan Sidoarjo, sehingga diharapkan nantinya dapat menjadi pertimbangan dalam perencanaan strategis dari pihak terkait dalam menangani masalah permintaan air bersih di daerah Surabaya, Gresik dan Sidoarjo.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan dari pemaparan latar belakang dan identifikasi di atas, rumusan masalah yang dapat diambil oleh penulis adalah :

1. Bagaimana karakteristik volume pemakaian air bersih di Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo pada Januari 2013 – Desember 2017 ?
2. Bagaimana pemodelan volume pemakaian air bersih di Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo dengan metode VARIMA dan GSTARIMA ?
3. Bagaimana perbandingan model dan hasil prediksi metode VARIMA dan GSTARIMA untuk peramalan volume pemakaian air bersih di Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo ?

1.3 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan ini adalah sebagai berikut :

1. Mengetahui karakteristik volume pemakaian air bersih di Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo pada Januari 2013 – Desember 2017.
2. Memodelkan volume pemakaian air bersih di Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo dengan metode VARIMA dan GSTARIMA.
3. Menganalisis perbandingan model dan hasil prediksi metode VARIMA dan GSTARIMA untuk peramalan volume pemakaian air bersih di Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo.

1.4 Manfaat Penulisan

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini antara lain :

1. Bagi Mahasiswa

Penelitian ini merupakan skripsi untuk mendapat gelar Sarjana Statistika (S. Stat) dan menambah wawasan ilmu peneliti dalam penerapan statistika khususnya analisis runtun waktu *multivariate* menggunakan metode VARIMA dan GSTARIMA.

2. Bagi Universitas Airlangga

Penelitian ini dapat menambah relasi positif antara Universitas Airlangga dengan instansi terkait yaitu PDAM Surabaya, Sidoarjo dan Gresik

3. Bagi PDAM Surabaya, Sidoarjo dan Gresik

Penelitian ini menghasilkan model dan peramalan yang dapat menggambarkan volume pemakaian air kedepannya sehingga dapat dilakukan pengambilan kebijakan berdasarkan hasil peramalan.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penulisan ini adalah :

1. Menggunakan data sekunder yang diperoleh dari 3 Perusahaan Daerah Air Minum yaitu PDAM Surya Sembada Kota Surabaya, PDAM Delta Tirta Sidoarjo dan PDAM Giri Tirta Gresik tentang volume pemakaian air bersih pada bulan Januari 2013 sampai dengan Desember 2018.
2. Metode yang digunakan adalah model VARIMA dan GSTARIMA dan melakukan perbandingan dari kedua model tersebut.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Untuk mendukung pembuatan laporan penelitian ini, maka perlu dikemukakan hal-hal atau teori-teori yang berkaitan dengan permasalahan dan ruang lingkup pembahasan sebagai landasan untuk pembuatan laporan penelitian. Landasan teori yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan adalah sebagai berikut:

2.1 Air Bersih

Air bersih merupakan kebutuhan pokok setiap makhluk hidup di bumi. Manusia tergantung pada air bersih bukan hanya memenuhi kebutuhan domestik rumah tangga melainkan juga untuk kebutuhan – kebutuhan seperti kebutuhan produksi, kebutuhan industri dan kebutuhan lainnya.

Perusahaan air bersih adalah perusahaan yang melakukan kegiatan pengadaan, penjernihan, penyediaan dan penyaluran air bersih secara langsung melalui pipa penyalur atau mobil tangki kepada pelanggan ke rumahtangga, industri dan konsumen lainnya dengan tujuan komersial. Perusahaan/usaha air bersih yang dicakup adalah Perusahaan Air Minum (PAM), Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) dan Badan Pengelola Air Minum (BPAM) maupun perusahaan/usaha swasta lainnya. Air Bersih yang disalurkan oleh perusahaan air bersih kepada pelanggan air bersih merupakan volume air bersih dalam meter kubik (m^3).

Bahan baku perusahaan air bersih diambil dari berbagai sumber guna memenuhi kebutuhan pelanggan. Sebuah perusahaan air bersih dapat mengambil bahan baku lebih dari satu sumber, yaitu sungai, danau, waduk, mata air, air tanah dan lainnya. Sungai merupakan sumber air bersih yang banyak digunakan oleh perusahaan-perusahaan air bersih, secara jumlah ketersediaan air dari sungai ini secara sepiantas mampu mencukupi kebutuhan masyarakat, namun kenyataannya air tersebut seringkali tersedia di tempat-tempat yang tidak tepat sehingga tidak ekonomis untuk mengirim air ke tempat-tempat yang memerlukan.

Dalam publikasi Statistik Air Bersih Jawa Timur 2015/2016 (2016), pelanggan air bersih dibedakan menjadi 4 kelompok yaitu kelompok rumah tangga, kelompok instansi pemerintah, kelompok sosial dan khusus, kelompok niaga yang terdiri dari niagadan industri.

(BPS Jawa Timur, 2016)

2.2 Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM)

Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) adalah badan usaha milik pemerintah daerah, yang melaksanakan fungsi pelayanan menghasilkan kebutuhan air minum/air bersih bagi masyarakat, diharapkan dapat memberikan pelayanan akan air bersih yang merata kepada seluruh lapisan masyarakat, membantu perkembangan bagi dunia usaha dan menetapkan struktur tarif yang disesuaikan dengan tingkat kemampuan masyarakat. Artinya PDAM memiliki dua fungsi, yaitu fungsi pelayanan kepada masyarakat dan fungsi menambah penerimaan daerah (Alhabsji, 2001).

Sesuai dengan ketentuan dalam Undang-Undang Nomor 7 Tahun 2004 tentang Sumber Daya Air, diamanatkan bahwa pengembangan sistim penyediaan air minum merupakan tanggung jawab Pemerintah dan Pemerintah Daerah yang diselenggarakan dalam rangka mewujudkan kesejahteraan masyarakat dengan menjamin standar kebutuhan pokok air minum bagi masyarakat yang memenuhi syarat kualitas, kuantitas dan kontinuitas. Demikian pula dalam Undang-undang Nomor 32 Tahun 2004 tentang Pemerintahan Daerah, pelayanan air minum kepada masyarakat merupakan urusan wajib yang menjadi tanggung jawab Pemerintah Kabupaten / Kota dan kebijakan pelaksanaannya dilaksanakan oleh Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM), sehingga Pemerintah Kabupaten / Kota adalah regulator dalam penyediaan kebutuhan air minum kepada masyarakat sedang PDAM adalah selaku operator (PDAM Gresik,2016).

2.2.1 PDAM Surya Sembada Kota Surabaya

PDAM Surya Sembada adalah badan usaha milik daerah, yang menangani masalah pengelolaan air bersih di Kota Surabaya dengan visi perusahaan adalah “Menjadi Perusahaan Air Minum Modern”. Pada tahun 2016, cakupan pelayanan untuk Kota Surabaya telah mencapai 95,51%. Pelayanan air minum Kota Surabaya tidak terbatas hanya untuk masyarakat Surabaya saja tetapi juga untuk masyarakat Kota dan Kabupaten Pasuruan, Kabupaten Sidoarjo dan Kabupaten Gresik. Kantor PDAM Kota Surabaya berada di Jalan Prof Dr. Moestopo, lokasinya dekat dengan stasiun Gubeng. Perusahaan ini telah berdiri sejak tahun 1976 dan dimiliki oleh Pemerintah Kota Surabaya (PDAM Kota Surabaya, 2017).

2.2.2 PDAM Giri Tirta Kabupaten Gresik

PDAM Giri Tirta adalah salah satu Perusahaan Daerah Air Minum yang diberi tugas mengelola air bersih untuk memenuhi kebutuhan masyarakat Kabupaten Gresik yang tersebar baik didalam kota maupun di pedesaan dengan visi perusahaan adalah “Mewujudkan PDAM Giri Tirta sebagai perusahaan yang semakin sehat dan mampu memenuhi kebutuhan air minum masyarakat secara bertahap dan berkesinambungan”. Pada tahun 2016, cakupan pelayanan untuk Kabupaten Gresik telah mencapai 37,59%. Kantor PDAM Cabang Gresik berada di Jalan Raya Permata No. 7 Perumahan Graha Bunder Asri, Kebomas, Gresik (PDAM Gresik, 2017).

2.2.3 PDAM Delta Tirta Kabupaten Sidoarjo

PDAM Delta Tirta merupakan salah satu Perusahaan Daerah milik Pemerintah Kabupaten Sidoarjo yang mengelola penyediaan air bersih bagi masyarakat Kabupaten Sidoarjo dengan jumlah pelanggan telah mencapai 134.897 Sambungan Rumah per Desember 2017. Dengan jumlah pelanggan tersebut cakupan pelayanan untuk Kabupaten Sidoarjo telah mencapai 36.74%. Visi perusahaan adalah “PDAM Sehat dengan Layanan Prima”. Kantor PDAM Cabang Sidoarjo berada di Jalan Pahlawan No.1 Sidoarjo (PDAM Sidoarjo, 2018).

2.3 Data Spasial

Data spasial adalah data yang disajikan dalam letak geografis. Data spasial merupakan data dependen terhadap lokasi, karena berasal dari lokasi yang berbeda dengan indikasi adanya keterkaitan antara pengukuran data dengan lokasi (Cressie, 1993). Sehingga dapat dikatakan bahwa data spasial adalah serangkaian data yang diamati di beberapa lokasi tertentu dan memiliki ketergantungan antar lokasi.

Berdasarkan tipe data, pemodelan spasial dapat dibedakan menjadi pemodelan dengan pendekatan titik dan area. Pemodelan spasial dengan pendekatan titik antara lain *Geographically Weighted Regression (GWR)*, *Geographically Weighted Poisson Regression (GWPR)*, *Geographically Weighted Negative Binomial Regression (GWNBR)*, *Space Time Autoregressive (STAR)* dan *Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)*. Sedangkan pemodelan spasial dengan pendekatan area yaitu *General Nesting Spatial (GNS)*, *Spatial Autoregressive Confused (SAC)*, *Spatial Durbin Model (SDM)*, *Spatial Durbin Error Model (SDEM)*, *Spatial Autoregressive (SAR)*, *Spatial Lag of X (SLX)*, dan *Spatial Error Model (SEM)* (LeSage, 1998).

2.4 Autokorelasi Spasial

Menurut Gujarati (1991), istilah autokorelasi dapat diartikan sebagai korelasi antar anggota serangkaian pengamatan yang diurutkan menurut waktu (*time-series*) atau ruang (*cross-section*). Autokorelasi yang terjadi pada data spasial disebut dengan autokorelasi spasial (*spatial autocorrelation*) yang merupakan salah satu efek spasial. Pengujian autokorelasi melibatkan suatu bobot yang disebut Matriks Pembobot Spasial (*spatial weight matrix*) yang menggambarkan kedekatan hubungan antar lokasi. Matriks pembobot spasial disebut juga sebagai matriks yang menggambarkan kekuatan interaksi antar lokasi.

Salah satu statistik uji dalam pengujian autokorelasi spasial adalah dengan menggunakan Indeks *Moran's I*. Indeks *Moran's I* merupakan suatu teknik dalam analisis spasial yang bertujuan untuk menghitung hubungan (korelasi) spasial yang

terjadi dalam ruang unit, Menurut Lee dan Wong (2001) rumus indeks *Moran's I* sebagai berikut :

$$I = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij}} x \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} (Z_i - \bar{Z})(Z_j - \bar{Z})}{\sum_{i=1}^N (Z_i - \bar{Z})^2} \quad (2.1)$$

Keterangan :

N : banyaknya lokasi pengamatan

Z_i : nilai variabel pada suatu lokasi tertentu

Z_j : nilai variabel pada lokasi yang lain

w_{ij} : pembobot spasial yang diterapkan antar lokasi ke-i dan ke-j.

Pengujian Hipotesis terhadap parameter adalah sebagai berikut :

H_0 : $I=0$ (tidak terdapat autokorelasi spasial)

H_1 : $I \neq 0$ (terdapat autokorelasi spasial)

Statistik uji indeks *Moran's I* dapat didekati dengan sebaran normal baku. Hal ini didasarkan pada teori Dalil Limit Pusat yaitu untuk n yang besar dan ragam diketahui maka $Z(I)$ akan menyebar normal sebagai berikut.

$$Z(I) = \frac{I - E(I)}{\sqrt{\text{var}(I)}} \quad (2.2)$$

dengan I merupakan indeks *Moran's I*, $Z(I)$ merupakan nilai statisika uji indeks *Moran's I*, $E(I)$ adalah nilai ekspektasi indeks *Moran's I*, dan $\text{var}(I)$ merupakan nilai varian dari indeks *Moran's I* dengan

$$E(I) = -\frac{1}{N-1} \quad (2.3)$$

$$\text{var}(I) = \frac{N^2 s_1 - N s_2 + 3 s_0^2}{s_0^2 (N^2 - 1)} - [E(I)^2] \quad (2.4)$$

$$s_0 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij}; s_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (w_{ij} + w_{ji})^2; s_2 = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} + \sum_{j=1}^N w_{ji} \right)^2$$

Nilai $Z(I)$ dibandingkan dengan nilai titik kritis dari distribusi normal baku, kriteria keputusan tolak H_0 jika $|Z(I)| > Z_{\alpha/2}$. Kriteria lain untuk menentukan tolak atau terima H_0 yaitu dengan membandingkan *p-value* yang dihasilkan dari statistik

uji dengan α (taraf nyata), jika p -value lebih kecil dari α maka H_0 ditolak yang berarti terdapat autokorelasi spasial.

2.5 Time Series Multivariate

Time Series merupakan serangkaian data pengamatan yang berasal dari satu sumber tetap dan terjadi berdasarkan indeks waktu t secara beruntun dengan interval waktu yang tetap (Cryer, 1986). Setiap pengamatan dapat dinyatakan sebagai variabel *random* Z_t dengan notasi $Z_{t1}, Z_{t2}, \dots, Z_{tm}$ (Wei, 2006). Time series merupakan serangkaian pengamatan berdasarkan urutan waktu. Antar urutan waktu pada suatu variabel yang berdekatan saling berkorelasi. Artinya, tiap pengamatan yang diambil dari variabel yang berkorelasi dengan variabel itu sendiri pada waktu sebelumnya secara dinamis (Abraham and Johannes, 2005). Tujuan *time series* adalah menemukan pola dalam data deret waktu dan mengekstrapolasikan pola tersebut ke masa depan (Wei, 2006).

Secara garis besar pemodelan data *time series* terbagi atas dua klasifikasi yaitu *univariate* dan *multivariate*. Pada model *univariate* peramalan data suatu variabel hanya didasarkan pada nilai variabel tersebut pada masa lampau. Sedangkan model *multivariate* peramalan data dilakukan dengan menggunakan beberapa variabel secara simultan yang memiliki hubungan atau saling berkorelasi untuk mendapatkan keakuratan peramalan.

Multivariate time series merupakan deret waktu yang terdiri dari beberapa variabel. Identifikasi pada model *multivariate time series* serupa dengan model *univariate time series*. Identifikasi berdasarkan pola atau *Matrix Autocorrelation Function* (MACF) dan *Matrix Partial Autocorrelation Function* (MPACF) setelah data stasioner (Wei, 2006).

2.6 Kestasioneran Data

Proses *time series* harus berada dalam keadaan stasioner yaitu suatu keadaan dari proses *time series* yang tidak berubah sepanjang waktu (Cryer, 1986). Proses

yang tidak berubah sepanjang waktu adalah rata-rata dan varians yang konstan sepanjang waktu. *Time series* yang stasioner adalah relative tidak terjadi kenaikan maupun penurunan nilai secara tajam pada data dan fluktuasi data berada pada sekitar nilai rata-rata yang konstan (Wei,2006). Dengan kata lain, *time series* dapat dikatakan stasioner jika tidak ada kecenderungan perubahan dalam rata-rata dan varians.

Kondisi stasioner terdiri atas dua hal, yaitu stasioner dalam rata-rata dan stasioner dalam varians. Suatu proses stokastik (Z_t) dikatakan stasioner pada *univariate time series* jika nilai μ, σ^2 dan γ_k tidak bergantung pada waktu pengamatan (Wei, 2006) atau dapat ditulis sebagai berikut:

1. $E(Z_t) = E(Z_{t+k}) = \mu$
2. $Var(Z_t) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma^2$
3. $Cov(Z_t, Z_{t+k}) = E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)] = \gamma_k$

Jika pada *multiavriate time series* kondisi stasioner dapat dituliskan sebagai berikut.

1. $E(\mathbf{Z}_t) = \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_N \end{bmatrix}$
2. $Var(\mathbf{Z}_t) = E[(\mathbf{Z}_t - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{Z}_t - \boldsymbol{\mu})'] = \Gamma(0)$
3. $Cov(\mathbf{Z}_t, \mathbf{Z}_{t+k}) = E[(\mathbf{Z}_t - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{Z}_{t+k} - \boldsymbol{\mu})'] = \Gamma(k)$

2.5.1 Kestasioneran dalam Varians

Data dikatakan stasioner dalam varians apabila tidak terdapat fluktuasi pada data atau data bersifat konstan sepanjang waktu (Makridakis dkk, 1999). Untuk mengetahui apakah data stasioner dalam varians atau tidak, dapat dideteksi menggunakan plot Box-Cox. Apabila nilai parameter transformasi (λ) sama atau mendekati satu, maka dapat dikatakan bahwa data telah stasioner dalam varians. Sebaliknya apabila nilai parameter transformasi (λ) tidak sama dengan satu maka

data tidak stasioner dalam varians, maka perlu dilakukan transformasi *Box-Cox* untuk menstasionerkan varians. Secara umum, untuk mencapai stasioneritas dalam variansi dapat dilakukan dengan *power transformation* (λ) yang diperkenalkan oleh Box dan Cox (1964) sebagai berikut :

$$T(Z_t) = \begin{cases} \frac{Z_t^\lambda - 1}{\lambda}, \lambda \neq 0 \\ \ln(Z_t), \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

dengan $T(Z_t)$ adalah data yang mengalami transformasi dan λ adalah parameter transformasi. Box dan Cox menyatakan bahwa selama varians dalam analisis tidak berubah atau konstan maka persamaan (2.5) ekuivalen dengan

$$T(Z_t) = \begin{cases} Z_t^\lambda, \lambda \neq 0 \\ \ln(Z_t), \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Secara umum, berikut adalah bentuk transformasi untuk beberapa nilai dari λ (Wei, 2006).

Tabel 2.1 Transformasi Box-Cox

Nilai λ	-1,0	-0,5	0,0	0,5	1,0
Trasformasi	$\frac{1}{Z_t}$	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$	$\ln Z_t$	$\sqrt{Z_t}$	Z_t

2.5.2 Kestasioneran dalam Rata-Rata

Pada pemodelan *univariate time series* kestasioneran data dalam rata-rata secara visual dapat terlihat melalui plot ACF dari data hasil pengamatan. Plot ACF yang turun secara lambat mengindikasikan bahwa data belum stasioner dalam rata-rata. Sedangkan pada *multivariate time series* kestasioneran data dalam rata-rata secara visual dapat terlihat melalui plot MACF.

Selain cara visual, kestasioneran dalam rata-rata dapat diketahui dengan uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF). Misalkan pada model AR(1) sebagai berikut :

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + a_t \quad (2.7)$$

jika persamaan (2.7) dikurangi dengan Z_{t-1} pada masing-masing ruas, maka persamaan tersebut akan menjadi :

$$\begin{aligned}
Z_t - Z_{t-1} &= \phi Z_{t-1} - Z_{t-1} + a_t \\
\nabla Z_t &= (\phi - 1)Z_{t-1} + a_t \\
\nabla Z_t &= \phi^* Z_{t-1} + a_t
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Pengujian Hipotesis terhadap parameter pada persamaan (2.8) adalah sebagai berikut :

H_0 : $\phi^* \geq 0$ (data tidak stasioner dalam rata-rata)

H_1 : $\phi^* < 0$ (data stasioner dalam rata-rata)

Statistik uji :

$$\tau = \frac{\phi^*}{Se(\phi^*)} \tag{2.9}$$

dengan ϕ^* adalah nilai duga parameter Autoregressive (AR) dan $Se(\phi^*)$ *standard error* ϕ^* .

Nilai statistik uji τ dibandingkan dengan $\tau - Mckinnon critical value$. Kriteria lain untuk menentukan tolak atau terima H_0 yaitu dengan membandingkan *p-value* yang dihasilkan dari statistik uji dengan α (taraf nyata), jika *p-value* lebih kecil dari α maka H_0 ditolak yang berarti data telah stasioner dalam rata-rata.

Apabila data tidak stasioner dalam rata-rata, maka perlu dilakukan proses *differencing* (pembedaan) untuk menstasionerkan data dalam rata-rata. Operator *shift* mundur (*backward shift*) sangat tepat untuk menggambarkan proses *differencing* (Makridakis, 1999). Proses *differencing* orde 1 dapat didefinisikan sebagai berikut dengan ∇ adalah operator *differencing* (Cryer & Chan, 2008).

$$\nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1} \tag{2.10}$$

Secara umum *differencing* orde d dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\nabla Z_t = (1 - B)^d Z_t \tag{2.11}$$

dengan

$$B^d Z_t = Z_{t-d} \tag{2.12}$$

Keterangan :

B : operator *backshift*

- d : orde *differencing*
 Z_t : nilai observasi pada waktu ke- t
 $(1-B)^d$: *differencing* orde d .

2.7 Identifikasi Model VARIMA

Pada prinsipnya, identifikasi model *vector time series* serupa dengan model pada *univariate time series*. Untuk data vektor pengamatan deret waktu yaitu Z_1, Z_2, \dots, Z_N , dapat dilakukan identifikasi model dengan berdasarkan pada pola MACF dan MPACF setelah data stasioner (Wei, 2006). Struktur data dengan m pengamatan deretan waktu pada masing-masing N variabel penelitian dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} Z_{1,1} & Z_{2,1} & \cdots & Z_{N,1} \\ Z_{1,2} & Z_{2,2} & \cdots & Z_{N,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{1,m} & Z_{2,m} & \cdots & Z_{N,m} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Model VARIMA merupakan model *time series* dengan lebih dari satu variabel yang merupakan pengembangan dari model ARIMA pada *univariate time series*. Model ini menjelaskan keterkaitan antara pengamatan suatu variabel pada waktu tertentu dengan pengamatan pada variabel itu sendiri dan variabel lain pada waktu sebelumnya.

2.7.1 Matrix Autocorrelation Function (MACF)

Fungsi matrik korelasi sampel dari N variabel Z_1, Z_2, \dots, Z_N , maka MACF dapat dihitung sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\rho}(k) = [\hat{\rho}_{ij}(k)] \quad (2.14)$$

dengan $\hat{\rho}_{ij}(k)$ adalah korelasi silang sampel dari komponen deret ke- i dan ke- j pada lag ke- k yaitu :

$$\hat{\rho}_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{m-k} (Z_{i,t} - \bar{Z}_i)(Z_{j,t+k} - \bar{Z}_j)}{\left[\sum_{t=1}^m (Z_{i,t} - \bar{Z}_i)^2 \sum_{t=1}^m (Z_{j,t} - \bar{Z}_j)^2 \right]^{1/2}} \quad (2.15)$$

dengan \bar{Z}_i dan \bar{Z}_j adalah rata-rata sampel dari komponen deret yang bersesuaian. Bartlett dan Wei (2006) telah menurunkan varians dan covarians dari besaran korelasi silang yang diperoleh dari sample. Berdasarkan hipotesis bahwa jika Z_i dan Z_j , sehingga Bartlett menunjukkan persamaan sebagai berikut

$$\text{Var}[\hat{\rho}_{ij}(k)] \cong \frac{1}{m-k} \left[1 + 2 \sum_{s=1}^q \rho_{ii}(s) \rho_{jj}(s) \right], |k| > q \quad (2.16)$$

Ketika Z_i dan Z_j merupakan deret yang *white noise* selanjutnya akan diperoleh persamaan sebagai berikut

$$\text{Cov}[\hat{\rho}_{ij}(k), \hat{\rho}_{ij}(k+s)] \cong \frac{1}{m-k} \quad (2.17)$$

$$\text{Var}[\hat{\rho}_{ij}(k)] \cong \frac{1}{m-k} \quad (2.18)$$

Untuk ukuran sampel yang besar, $(m-k)$ dalam persamaan (2.18) seringkali digantikan dengan m .

Fungsi matriks korelasi sampel sangat diperlukan dalam mengidentifikasi model *moving average* (MA), jika matriks korelasinya bernilai 0 setelah *lag* ke- q maka model yang bersesuaian adalah vektor MA(q). Namun, ketika dimensi vektor bertambah maka mengakibatkan maktriknya semakin kompleks. Banyaknya angka sering membuat identifikasi pola semakin sulit. Untuk mengatasi masalah tersebut, Tiao dan Box memperkenalkan metode yang sesuai dalam menerangkan korelasi sampel. Metode yang dikenalkan dengan menggunakan simbol (+), (-) dan (.) pada matriks korelasi sampel ke(i,j).

1. Simbol (+) diartikan sebagai $\hat{\rho}_{ij}(k) > 2$ kali standar error dan menunjukkan hubungan korelasi yang positif.
2. Simbol (-) diartikan sebagai $\hat{\rho}_{ij}(k) < -2$ kali standar error dan menunjukkan hubungan korelasi yang negatif.

3. Simbol (\cdot) diartikan sebagai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ berada diantara ± 2 kali standar error dan menunjukkan tidak adanya korelasi.

(Wei, 2006)

2.7.2 Matrix Partial Autocorrelation Function (MPACF)

Fungsi autokorelasi parsial digunakan dalam mengidentifikasi model *autoregressive* (AR). Generalisasi dari konsep PACF ke dalam bentuk vektor time series dilakukan oleh Tiao dan Box (1981), yang mendefinisikan matrik fungsi korelasi parsial pada lag ke- s dinotasikan dengan $P(s)$, sebagai koefisien matriks terakhir jika data diterapkan untuk suatu proses *vektor autoregressive* (VAR) pada orde ke- s . Hal ini merupakan pengembangan definisi fungsi autokorelasi parsial untuk *univariate time series* yang dikemukakan oleh Box dan Jenkins (1976). Oleh karena itu, $P(s)$ sama dengan $\Phi_{s,s}$ dalam regresi linier *multivariate*.

Suatu bentuk umum *multivariate* untuk persamaan Yule Walker dalam bentuk tidak normal sebagai berikut dengan $\Gamma(s)$ adalah matriks kovarians.

$$\begin{bmatrix} \Gamma(0) & \Gamma'(1) & \cdots & \Gamma'(s-1) \\ \Gamma(1) & \Gamma(0) & \cdots & \Gamma'(s-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma(s-1) & \Gamma(s-2) & \cdots & \Gamma'(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi'_{s,1} \\ \Phi'_{s,2} \\ \vdots \\ \Phi'_{s,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma(1) \\ \Gamma(2) \\ \vdots \\ \Gamma(s) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Definisi $P(s)$ oleh Tiao dan Box akan menyelesaikan $\Phi'_{s,s}$ pada persamaan (2.19) dan menentukan matrik autokorelasi parsial untuk masing-masing orde s yang lebih tinggi. Jika $s \geq 2$ maka didapatkan.

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix} \Gamma(0) & \Gamma'(1) & \cdots & \Gamma'(s-2) \\ \Gamma(1) & \Gamma(0) & \cdots & \Gamma'(s-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma(s-2) & \Gamma(s-3) & \cdots & \Gamma'(0) \end{bmatrix}; \mathbf{b}(s) = \begin{bmatrix} \Gamma'(s-1) \\ \Gamma'(s-2) \\ \vdots \\ \Gamma'(1) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{c}(s) = \begin{bmatrix} \Gamma(1) \\ \Gamma(2) \\ \vdots \\ \Gamma(s-1) \end{bmatrix}; \Phi'_{*(s-1)} = \begin{bmatrix} \Phi'_{s,1} \\ \Phi'_{s,2} \\ \vdots \\ \Phi'_{s,s-1} \end{bmatrix}$$

Sehingga persamaan (2.19) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}(s) & \mathbf{b}(s) \\ \mathbf{b}'(s) & \Gamma(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi'_{*}(s-1) \\ \Phi'_{s,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}(s) \\ \Gamma(s) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Oleh karena itu,

$$\mathbf{A}(s)\Phi'_{*}(s-1) + \mathbf{b}(s)\Phi'_{s,s} = \mathbf{c}(s) \quad (2.21)$$

$$\mathbf{b}'(s)\Phi'_{*}(s-1) + \Gamma(0)\Phi'_{s,s} = \Gamma(s) \quad (2.22)$$

Persamaan (2.21) mengimplikasikan bahwa

$$\Phi'_{*}(s-1) = [\mathbf{A}(s)]^{-1} \mathbf{c}(s) - [\mathbf{A}(s)]^{-1} \mathbf{b}(s)\Phi'_{s,s} \quad (2.23)$$

Substitusi persamaan (2.23) kedalam persamaan (2.22) dan diperoleh nilai $\Phi'_{s,s}$ sebagai berikut :

$$\Phi'_{s,s} = \left\{ \Gamma(0) - \mathbf{b}'(s)[\mathbf{A}(s)]^{-1} \mathbf{b}(s) \right\}^{-1} \left\{ \Gamma(s) - \mathbf{b}'(s)[\mathbf{A}(s)]^{-1} \mathbf{c}(s) \right\} \quad (2.24)$$

Matrix Partial Autocorrelation Function (MPACF) didefinisikan sebagai berikut

$$P(s) = \begin{cases} \Gamma'(1)[\Gamma(0)]^{-1} & , s = 1 \\ \left\{ \Gamma'(s) - \mathbf{c}'(s)[\mathbf{A}(s)]^{-1} \mathbf{b}(s) \right\} \left\{ \Gamma(0) - \mathbf{b}'(s)[\mathbf{A}(s)]^{-1} \mathbf{b}(s) \right\}^{-1} & , s > 1 \end{cases} \quad (2.25)$$

Jika model dari data merupakan vektor AR(p), maka

$$P(s) = \begin{cases} \Phi_p & , s = p \\ \mathbf{0} & , s > p \end{cases} \quad (2.26)$$

Seperti pada PACF kasus *univariate*, MAPCF juga memiliki sifat *cutoff* setelah *lag p* pada model VAR(p).

(Wei, 2006)

2.7.3 Model VARIMA

Model VARIMA merupakan model persamaan simultan karena didalamnya terdapat beberapa variabel endogen secara bersamaan. Model VARIMA (p,d,q) dengan p, d dan q masing-masing merupakan ordo *autoregressive*, *differencing* dan *moving average* didefinisikan sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\Phi_p(B)\mathbf{D}(B)\mathbf{Z}_t = \Theta_q(B)\mathbf{a}_t \quad (2.27)$$

dengan,

$$\Phi_p(B) = \Phi_0 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p$$

$$\Theta_p(B) = \Theta_0 - \Theta_1 B - \Theta_2 B^2 - \dots - \Theta_p B^p$$

$$\Phi_0 = \Theta_0 = \mathbf{I}$$

$$BZ_t = Z_{t-1}$$

Keterangan :

Z_t : Vektor pengamatan dengan $Z_t = [Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{N,t}]'$ berukuran $(N \times 1)$

Φ_p : Matriks parameter vektor *autoregressive* ordo ke-p berukuran $(N \times N)$

Θ_q : Matriks parameter vektor *moving average* ordo ke-q berukuran $(N \times N)$

B : Operator shift mundur

$D(B)$: Operator *differencing*

a_t : Vektor galat dengan $a_t \sim NM(0, \Sigma)$ berukuran $(N \times 1)$

dalam bentuk persamaan matriks model VARIMA dapat dituliskan sebagai berikut dengan contoh model VARIMA (1,1,1)

$$\begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11}^1 & \phi_{12}^1 & \phi_{13}^1 \\ \phi_{11}^2 & \phi_{12}^2 & \phi_{13}^2 \\ \phi_{11}^3 & \phi_{12}^3 & \phi_{13}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \theta_{11}^1 & \theta_{12}^1 & \theta_{13}^1 \\ \theta_{11}^2 & \theta_{12}^2 & \theta_{13}^2 \\ \theta_{11}^3 & \theta_{12}^3 & \theta_{13}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1(t-1) \\ a_2(t-1) \\ a_3(t-1) \end{pmatrix}$$

Ketika $d=0$ maka menjadi model VARMA (p,q) yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\Phi_p(B)Z_t = \Theta_q(B)a_t \tag{2.28}$$

Ketika $d=0$ dan $1=0$ maka menjadi model VAR(p) yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\Phi_p(B)Z_t = a_t \tag{2.29}$$

Misalnya model *multivariate time series* VAR(1) dengan 3 lokasi, maka dapat dituliskan sebagai berikut :

$$Z_t = \Phi_1 Z_{t-1} + a_t \tag{2.30}$$

Dalam bentuk matriks dapat dituliskan :

$$\begin{pmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ Z_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11}^1 & \phi_{12}^1 & \phi_{13}^1 \\ \phi_{11}^2 & \phi_{12}^2 & \phi_{13}^2 \\ \phi_{11}^3 & \phi_{12}^3 & \phi_{13}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix}$$

Matriks diatas dapat dijabarkan sebagai berikut :

$$Z_1(t) = \phi_{11}^1 Z_1(t-1) + \phi_{12}^1 Z_2(t-1) + \phi_{13}^1 Z_3(t-1) + a_1(t)$$

$$Z_2(t) = \phi_{11}^2 Z_1(t-1) + \phi_{12}^2 Z_2(t-1) + \phi_{13}^2 Z_3(t-1) + a_2(t)$$

$$Z_3(t) = \phi_{11}^3 Z_1(t-1) + \phi_{12}^3 Z_2(t-1) + \phi_{13}^3 Z_3(t-1) + a_3(t)$$

Untuk mengetahui apakah parameter yang diperoleh signifikan atau tidak, perlu pengujian dengan hipotesis:

$$H_0: \phi_{kj}^i = 0 \text{ (parameter } autoregressive \text{ tidak signifikan)}$$

$$H_1: \phi_{kj}^i \neq 0 \text{ (parameter } autoregressive \text{ signifikan)}$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$t_{hitung} = \frac{\phi_{kj}^i}{Se(\phi_{kj}^i)} \quad (2.31)$$

Kriteria keputusan H_0 ditolak jika nilai $|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2}, (m-p)}$ atau jika $p\text{-value} < \alpha$.

Pendugaan parameter VARIMA dilakukan dengan menggunakan metode *Least Square Estimation*. Secara teoritis penentuan model menggunakan *lag* signifikan pada MACF dan MPACF akurat namun tidak praktis. Oleh karena itu, kriteria untuk menentukan panjang *lag* yang sesuai dapat didasarkan pada kriterian AICC (*akaike information criterion corrected*). AICC merupakan pengembangan dari AIC. Persamaan AIC dapat dituliskan sebagai berikut (Darlington, 1968) :

$$AIC = m \log \left(\frac{SSE}{m} \right) + 2p \quad (2.32)$$

Sedangkan persamaan untuk AICC dapat dituliskan sebagai berikut (Hurvich dkk, 1998) :

$$AICC = 1 + m \log \left(\frac{SSE}{m} \right) + \frac{2(p+1)}{m-p-2} \quad (2.33)$$

dengan :

m : banyaknya pengamatan

p : jumlah parameter yang diduga

SSE : Jumlah kuadrat galat.

2.8 Model *Space Time*

Model *space time* (ruang-waktu) merupakan salah satu model yang menggabungkan unsur ketergantungan waktu dan lokasi pada suatu *multivariate time series*. Model ini merupakan pemodelan dari sejumlah pengamatan Z_{it} yang terdapat pada tiap i lokasi dalam satu ruang ($i=1,2,\dots,N$) terhadap t periode waktu ($t=1,2,\dots,m$). Model *space time* ini pertama kali diperkenalkan oleh Pfeifer dan Deutchsh sekitar tahun 1980 yang lebih dikenal dengan *Space Time Autoregressive* (STAR). Model STAR sesuai untuk lokasi-lokasi dengan karakteristik homogen, karena model ini mengasumsikan bahwa parameter bernilai sama untuk semua lokasi. Model STAR(p) dengan orde spasial dibatasi pada orde 1 dapat dirumuskan sebagai berikut (Pfeifer & Deutchsh, 1980) :

$$\mathbf{Z}_{t+p} = \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^1 \phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{Z}_{t-k} + \mathbf{a}_t \quad (2.34)$$

Keterangan :

\mathbf{Z}_t : Vektor pengamatan dengan $\mathbf{Z}_t = [Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{N,t}]'$ berukuran ($N \times 1$)

ϕ_{kl} : Parameter vektor *autoregressive* pada *lag* waktu ke- k dan *lag* spasial ke- l berukuran ($N \times N$)

$\mathbf{W}^{(l)}$: Matriks pembobot lokasi lag ke- l berukuran ($N \times N$) dengan $\mathbf{W}^{(0)}$ adalah matriks identitas berukuran ($N \times N$)

\mathbf{a}_t : Vektor galat residual dengan $\mathbf{a}_t \sim NM(0, \Sigma)$ berukuran ($N \times 1$).

Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) merupakan pengembangan dari model STAR. Model GSTAR merupakan model yang fleksibel sesebagai generalisasi STAR, model ini tidak menisyaratkan nilai-nilai parameter untuk semua lokasi sama. Tujuan pemodelan ini adalah untuk mengatasi fenomena lokasi yang bersifat heterogen (Borovkova dkk, 2002).

2.8.1 Matriks Pembobot Lokasi

Pemilihan pembobotan lokasi adalah salah satu permasalahan utama yang sering dihadapi pada penerapan model *space time*. Beberapa cara untuk menentukan bobot lokasi menurut Suhartono dan Atok (2016) yaitu bobot lokasi seragam, bobot invers jarak, dan bobot normalisasi korelasi silang.

a. Bobot lokasi seragam

Bobot lokasi seragam mengasumsikan bahwa jarak lokasi-lokasi yang digunakan dalam penelitian bersifat homogen. Oleh karena itu bobot lokasi ini memberikan nilai bobot yang sama untuk masing-masing lokasi. Nilai bobot seragam dihitung dengan rumus :

$$w_{ij}^{(l)} = \begin{cases} \frac{1}{n}, i \neq j \\ 0, i = j \end{cases}, \text{ dengan } \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(l)} = 1, \forall i; \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij}^{(l)} = N \quad (2.35)$$

dengan n menyatakan banyak lokasi yang berdekatan.

b. Bobot lokasi invers jarak

Pembobotan dengan metode lokasi invers jarak dilakukan berdasarkan jarak sebenarnya antar lokasi. Perhitungan bobot dengan metode ini diperoleh dari jarak sebenarnya yang kemudian dinormalisasi. Bobot lokasi invers jarak memberikan nilai bobot yang lebih besar untuk lokasi yang berdekatan dan begitupun sebaliknya. Bobot lokasi invers jarak dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut (Siregar, 2015) :

$$d_{ij} = d_{ji} = \left([u_i - u_j]^2 + [v_i - v_j]^2 \right)^{1/2} \quad (2.36)$$

$$w_{ij}^{(l)} = \frac{1}{d_{ij}} \quad (2.37)$$

Normalisasi bobot lokasi invers jarak dapat dihitung dengan rumus berikut :

$$w_{ij}^{(l)} = \begin{cases} \frac{w_{ij}}{\sum_{j=1}^N w_{ij}}, i \neq j \\ 0, i = j \end{cases} \quad (2.38)$$

dengan

x_i : Lambang lokasi ke- i dengan $i=1,2,\dots,N$

u_i : Garis lintang atau *longitude* lokasi ke- i dengan $i=1,2,\dots,N$

v_i : Garis bujur atau *latittude* lokasi ke- i dengan $i=1,2,\dots,N$

d_{ij} : jarak anatar lokasi ke- i terhadap lokasi lolaksi ke- j

c. Bobot lokasi normalisasi korelasi silang

Penggunaan bobot lokasi ini pertama kali diperkenalkan oleh Suhartono dan Atok (2006). Metode penentuan bobot yaitu dengan menggunakan bobot normalisasi korelasi silang antar lokasi pada *lag* waktu yang bersesuaian. Pembobot normalisasi korelasi silang tidak mensyaratkan adanya ketergantungan pada jarak antar lokasi. Secara umum korelasi silang antar dua variabel atau antar lokasi ke- i dan ke- j pada *lag* waktu ke- k , $\text{corr}[Z_i(t), Z_j(t-k)]$ didefinisikan sebagai berikut :

$$\rho_{ij}(k) = \frac{\gamma_{ij}(k)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (2.39)$$

dengan $\gamma_{ij}(k)$ adalah kovarians silang antara kejadian pada lokasi ke- i dan ke- j pada lag waktu ke- k , σ_i dan σ_j merupakan simpangan baku dari kejadian pada lokasi ke- i dan ke- j . Taksiran korelasi silang pada data sampel adalah sebagai berikut :

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^n [Z_i(t) - \bar{Z}_i][Z_j(t-k) - \bar{Z}_j]}{\sqrt{\left(\sum_{t=1}^n (Z_i(t) - \bar{Z}_i)^2\right) \left(\sum_{t=1}^n (Z_j(t) - \bar{Z}_j)^2\right)}} \quad (2.40)$$

Selanjutnya, penentuan bobot lokasi dapat dilakukan dengan menormalisasikan korelasi silang antar lokasi pada lag yang sesuai. Proses ini secara umum menghasilkan bobot lokasi seperti berikut :

$$w_{ij}^{(l)} = \frac{r_{ij}(k)}{\sum_{k \neq i} |r_{ik}(k)|}, \text{ dengan } i \neq j, k = 1, \dots, p \quad (2.41)$$

dan bobot ini harus memenuhi $\sum_{i \neq j} |w_{ij}^{(l)}| = 1$.

2.8.2 Model GSTARIMA

Model GSTARIMA merupakan merupakan model umum dari GSTAR yang pertama kali diperkenalkan oleh Borovkova pada tahun 2002. Model ini memiliki dua orde yaitu orde waktu dan spasial. Penentuan orde waktu yaitu p dan q berdasarkan pada orde model VARIMA dengan nilai AICC terkecil. Sedangkan untuk orde spasial pada umumnya dibatasi pada orde satu untuk memudahkan interpretasi model karena orde yang lebih tinggi akan sulit untuk diinterpretasikan (Wutsqa dkk, 2010). Jika $\mathbf{Z}_{i(t)}$ merupakan vektor pengamatan yang tidak stasioner, maka dilakukan *differencing* sehingga $\nabla \mathbf{Z}_{i(t)} = (1-B)^d \mathbf{Z}_{i(t)}$ menjadi stasioner. GSTARIMA ($p_{\lambda_p}, d, q_{v_q}$) didefinisikan sebagai berikut :

$$\nabla \mathbf{Z}_{i(t)} = \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_p} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \nabla \mathbf{Z}_{i(t-k)} - \sum_{k=1}^q \sum_{l=0}^{v_q} \Theta_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{a}_{i(t-k)} + \mathbf{a}_{it} \quad (2.42)$$

dengan

$\nabla \mathbf{Z}_{it}$: Vektor pengamatan dengan $\nabla \mathbf{Z}_t = [\nabla Z_{1,t}, \nabla Z_{2,t}, \dots, \nabla Z_{n,t}]'$ pada waktu $t=1, 2, \dots, T$ di lokasi $i=1, 2, \dots, N$ berukuran $(N \times 1)$

Φ_{kl} : Matriks diagonal parameter vektor *autoregressive* pada lag ke- k dan lag spasial ke- l berukuran $(N \times N)$; $diag(\phi_{kl}^1, \phi_{kl}^2, \dots, \phi_{kl}^N)$

Θ_{kl} : Matriks diagonal parameter vektor *moving average* pada lag ke- k dan lag spasial ke- l berukuran $(N \times N)$; $diag(\theta_{kl}^1, \theta_{kl}^2, \dots, \theta_{kl}^N)$

$\mathbf{W}^{(l)}$: matriks elemen $w_{ij}^{(l)}$ yaitu pembobot spasial untuk lag spasial l berukuran $(N \times N)$ dengan $\mathbf{W}^{(0)}$ adalah matriks identitas berukuran $(N \times N)$

\mathbf{a}_t : Vektor galat dengan $\mathbf{a}_t \sim NM(0, \Sigma)$ berukuran $(N \times 1)$

p : Orde vektor *autoregressive*

q : Orde vektor *moving average*

λ_p : Orde spasial dari kondisi *autoregressive* ke- p

ν_q : Orde spasial dari kondisi *moving average* ke- q

q : Orde vektor *moving average*.

Ketika $d=0$ maka menjadi model GSTARMA(p_{λ_p}, q_{ν_q}) sehingga dirumuskan sebagai berikut :

$$\mathbf{Z}_{i(t)} = \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_p} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \nabla \mathbf{Z}_{i(t-k)} - \sum_{k=1}^q \sum_{l=0}^{\nu_q} \Theta_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \mathbf{a}_{i(t-k)} + \mathbf{a}_{it} \quad (2.43)$$

Ketika $d=0$ dan $q=0$ maka menjadi model GSTAR(p_{λ_p}) sehingga dirumuskan sebagai berikut :

$$\mathbf{Z}_{i(t)} = - \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_p} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \nabla \mathbf{Z}_{i(t-k)} + \mathbf{a}_{it} \quad (2.44)$$

Parameter *autoregressive* pada model persamaan (2.44) dapat diestimasi dengan menggunakan *Ordinary Least Square* (OLS) yaitu meminimumkan jumlah error kuadrat:

$$\mathbf{S} = \mathbf{a}_t' \mathbf{a}_t \quad (2.45)$$

Penduga parameter *autoregressive* dengan metode kuadrat terkecil telah diturunkan oleh Bororvkova dkk (2008). Notasi baru didefinisikan sebagai berikut:

$$V_i^{(l)}(t) = \begin{cases} \sum_{j \neq i}^n w_{ij}^{(l)} Z_{j,t}, & l \geq 1 \\ Z_{i,t}, & l = 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

dengan,

$$\mathbf{Z}_i = \begin{bmatrix} Z_{i,1} \\ Z_{i,2} \\ \vdots \\ Z_{i,m} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon}_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i,1} \\ \varepsilon_{i,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{i,m} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} V_i^{(0)}(0) & \cdots & V_i^{(\lambda_1)}(0) & \cdots & V_i^{(0)}(0) & \cdots & V_i^{(\lambda_p)}(0) \\ V_i^{(0)}(1) & \cdots & V_i^{(\lambda_1)}(1) & \cdots & V_i^{(0)}(1) & \cdots & V_i^{(\lambda_p)}(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ V_i^{(0)}(m-1) & \cdots & V_i^{(\lambda_1)}(m-1) & \cdots & V_i^{(0)}(T-p) & \cdots & V_i^{(\lambda_p)}(m-p) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\beta}_i = [\phi_{10}^{(i)}, \dots, \phi_{1\lambda_1}^{(i)}, \phi_{20}^{(i)}, \dots, \phi_{2\lambda_2}^{(i)}, \phi_{p0}^{(i)}, \dots, \phi_{p\lambda_p}^{(i)}]'$$

Sehingga, persamaan 2.44 dapat dinyatakan untuk semua lokasi secara simultan sebagai model linier :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.47)$$

Estimasi terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}$ meminimumkan jumlah kuadrat galat sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} &= (\mathbf{Z} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{Z} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= \mathbf{Z}'\mathbf{Z} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Z} - \mathbf{Z}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{Z}'\mathbf{Z} - 2\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Z} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Kemudian jumlah kuadrat galat pada persamaan 2.48 diminimumkan dengan cara diturunkan secara parsial terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan kemudian disamadengkan nol.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\boldsymbol{\beta}} &= \frac{\mathbf{Z}'\mathbf{Z} - 2\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{Z} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}}{\partial\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{0} \\ -2\mathbf{X}'\mathbf{Z} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} &= \mathbf{0} \\ (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z} &= \mathbf{I}\boldsymbol{\beta} \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan nilai duga $\boldsymbol{\beta}$ sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Z} \quad (2.49)$$

Selanjutnya, untuk mengetahui kondisi minimum diperlukan turunan parsial kedua dengan syarat nilai lebih besar dari 0. Berikut adalah Matriks Hessian yang merupakan turunan parsial kedua.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\beta_0^2} & \frac{\partial^2(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \dots & \frac{\partial^2(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\beta_0\partial\beta_{p-1}} \\ \frac{\partial^2(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\beta_1\partial\beta_0} & \frac{\partial^2(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\beta_1^2} & \dots & \frac{\partial^2(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\beta_1\partial\beta_{p-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\beta_{p-1}\partial\beta_0} & \frac{\partial^2(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\beta_{p-1}\partial\beta_1} & \dots & \frac{\partial^2(\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial\beta_{p-1}^2} \end{bmatrix}$$

Matriks \mathbf{H} adalah matriks definit positif yang berarti lebih besar dari 0. Sehingga nilai estimasi $\boldsymbol{\beta}$ adalah nilai minimum. Berdasarkan kriteria OLS yaitu meminimumkan error, maka $\boldsymbol{\beta}$ merupakan penduga parameter $\boldsymbol{\beta}$.

2.9 Diagnostik Model

Diagnostik model bertujuan untuk membuktikan bahwa model yang didapatkan layak digunakan dalam permalan. Model *time series multivariate* memiliki dua asumsi yang harus terpenuhi yaitu residual bersifat *white noise* dan berdistribusi normal *multivariate*.

2.9.1 Uji White Noise

Uji *multivariate white noise* bertujuan untuk melihat apakah residual dari model sudah saling independen (bebas) antara satu dengan yang lain. Pengujian asumsi ini dapat dilakukan dengan melihat plot MACF dari residual. Apabila pada plot MACF tidak terdapat lag yang signifikan berarti residual bersifat *white noise*. Namun, selain melalui plot MACF dapat juga dilakukan pengujian hipotesis dengan uji *Portmanteau* yang merupakan generalisasi dari uji L-jung Box untuk kasus *multivariate*. Uji ini pertama kali diperkenalkan oleh Box dan Pierce pada tahun 1970. Berikut adalah hipotesis pengujian :

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ (residual bersifat *white noise*)

H_1 : minimal terdapat satu $\rho_m \neq 0, m=1,2,\dots,k$ (residual tidak bersifat *white noise*)

Statistik uji:

$$Q_N(k) = T^2 \sum_{t=1}^k \frac{1}{T-t} \text{tr} \left(\hat{\Gamma}'_t \hat{\Gamma}_0^{-1} \hat{\Gamma}_t \hat{\Gamma}_0^{-1} \right) \quad (2.50)$$

dengan

T : banyaknya pengamatan (waktu)

$\hat{\Gamma}_t$: matriks kovarian silang pada waktu ke t

N : Banyaknya variabel

K : lag waktu ke k

Kriteria keputusan terima H_0 jika statistik uji $Q_N(k) < \chi_{N^2k}^2$ atau $p\text{-value} > \text{taraf signifikansi } (\alpha)$ yang berarti residual bersifat *white noise*.

(Wutsqa dkk, 2010)

2.9.2 Uji Normal *Multivariate*

Pemeriksaan normal *multivariate* dapat dilakukan dengan mengukur d_t^2 untuk setiap nilai pengamatan dengan hipotesis sebagai berikut :

H_0 : residual berdistribusi normal *multivariate*

H_1 : residual tidak berdistribusi normal *multivariate*

Statistika uji yang digunakan adalah :

$$d_t^2 = (\mathbf{Z}_t - \bar{\mathbf{Z}})' \Sigma^{-1} (\mathbf{Z}_t - \bar{\mathbf{Z}}) \quad (2.51)$$

dengan

\mathbf{Z}_t : vektor nilai pengamatan ke- t untuk $t = 1, 2, \dots, T$

$\bar{\mathbf{Z}}$: vektor rata-rata

Σ^{-1} : invers matrik varian kovarian

Setelah didapatkan nilai d_t^2 , selanjutnya diurutkan dari yang terkecil hingga terbesar. H_0 diterima jika terdapat 50% dari nilai d_t^2 yang kurang dari $\chi_{\alpha,df}^2$,

dengan α adalah taraf signifikansi dan df adalah derajat bebas yang besarnya sama dengan jumlah variabel.

(Johnson dan Wichern, 2007)

2.10 Kriteria Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik dilakukan pada data *outsample* berdasarkan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE). Nilai RMSE yang paling kecil mengindikasikan bahwa angka ramalan mempunyai kesalahan sekecil-kecilnya. Besarnya nilai RMSE dapat dihitung sebagai berikut (Wei, 2006) :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Z_t - \hat{Z}_t)^2} \quad (2.52)$$

Dengan n adalah banyaknya data *outsample*.

2.11 Statistical Analysis System (SAS)

SAS adalah paket perangkat lunak yang dikembangkan oleh SAS *Institute* untuk analisis pengembangan, intelijen bisnis, manajemen data, dan analisis prediktif. SAS adalah *software* cocok untuk mengelola dan melakukan analisis statistik. *Software* SAS didedikasikan untuk ekonometrika dan *time series* dengan berbagai prosedur untuk penanganan praktis data *time series* seperti agregasi dan interpolasi. SAS juga berisi prosedur untuk analisis statistik model ekonometrik dan analisis *time series*. Bahkan jika prosedur ini dirancang khusus untuk ekonometrik, metode statistik yang mendasari memiliki relevansi utama bagi cabang ilmu ilmiah geosains, kesehatan, dan sebagainya (Milhoj, 2013).

2.12 Minitab 18

Minitab merupakan salah satu program aplikasi statistika yang banyak digunakan untuk mempermudah pengolahan data statistik. Keunggulan minitab

adalah dapat digunakan dalam pengolahan data statistik untuk tujuan social atau teknik. Minitab telah diakui sebagai program statistika yang sangat kuat dengan tingkat akurasi taksiran statistik yang tertinggi. Minitab menyediakan beberapa pengolahan data untuk melakukan analisis regresi, untuk membuat ANOVA, membuat alat-alat pengendalian kualitas statistika, membuat desain eksperimen, membuat peramalan dengan analisis data *time series*, analisis reabilitas dan analisis *multivariate*, serta menganalisis data kualitatif dengan menggunakan *cross tabulation* (scribd.com,2013).

2.13 *Open Source Software- R*

Open Source Software R (OSS-R) merupakan software yang dapat diperoleh secara gratis dari situs <http://www.r-project.org/>. OSS-R termasuk software yang sering digunakan untuk pengolahan data statistika. Bahasa yang digunakan dalam OSS-R merupakan bahasa S. Program R sudah dilengkapi banyak kemampuan internal untuk menganalisis data dan menampilkan grafik. Beberapa kemampuan dari R adalah sebagai berikut (Tirta, 2015):

1. Terdapat koleksi program analisis data yang disebut library atau pustaka yang sangat luas;
2. Kemampuan pemrograman (bahasa S) dapat dikembangkan secara fleksibel untuk kepentingan khusus lebih lanjut;
3. Variasi penampilan grafiknya sangat banyak dan berkualitas tinggi;
4. R termasuk pemrograman yang berorientasi pada objek (object oriented programming). Semua hasil seperti variabel, konstanta, dan fungsi disimpan R dalam bentuk objek;
5. R termasuk bahasa terinterpretasi. Keunggulan bahasa interpretasi ini adalah fleksibilitasnya untuk dikembangkan secara bertahap.

Fungsi yang terdapat dalam program R adalah sebagai berikut :

1. `function()` : perintah untuk membuat suatu fungsi di dalam program.

2. `rep(a,b)` : perintah untuk membuat sebuah vektor yang anggotanya berisi a dan sejumlah b.
3. `cat()` : perintah untuk menuliskan suatu pernyataan atau argument dalam bentuk karakter kemudian menampilkan file yang telah ditetapkan.
4. `for()` : perintah untuk mengulang suatu blok pernyataan berulang kali sesuai dengan kondisi yang telah ditentukan.
5. `sum()` : perintah untuk menjumlahkan bilangan yang merupakan anggota dari suatu vektor.
6. `mean()` : perintah untuk menghitung rata-rata bilangan yang merupakan anggota dari suatu vektor.
7. `if-else ()` : perintah untuk menjalankan pernyataan pertama jika kondisi benar dan pernyataan kedua jika kondisi bernilai salah.
8. `det()` : perintah untuk menghitung nilai determinan suatu matriks.
9. `solve()` : perintah untuk menghitung invers matriks.
10. `cov()` : perintah untuk menghitung matriks kovarian dari suatu data.
11. `qchisq()` : perintah untuk menghitung invers CDF yang berdistribusi ChiSquare

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Pada bab ini akan dijelaskan tentang hal mendasar dalam penelitian beserta tahapan-tahapan dalam menjalankannya, diantaranya data dan sumber data, variabel penelitian, dan langkah-langkah analisis data.

3.1 Data dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penulisan skripsi ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari tiga Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) yang ada di Jawa Timur, yaitu PDAM Surya Sembada Kota Surabaya, PDAM Giri Tirta Kabupaten Gresik dan PDAM Delta Tirta Kabupaten Sidoarjo. Data yang digunakan adalah data pemakaian air bersih periode Januari 2013 sampai dengan Desember 2018. Data tersebut berjumlah 72 data untuk setiap PDAM secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 2. Dalam penelitian ini, data pemakaian air bersih akan dibagi menjadi dua kelompok yakni data *insample* sebanyak 60 data yaitu periode Januari 2013 sampai dengan Desember 2017 dan data *outsample* sebanyak dua data yaitu pada bulan Januari sampai dengan Desember 2018.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

Tabel 3.1 Variabel yang digunakan dalam penelitian

Variabel	Keterangan	Tipe Variabel	Satuan
$Z_{1,t}$	Pemakaian Air Bersih Kota Surabaya	Numerik	m^3
$Z_{2,t}$	Pemakaian Air Bersih Kab. Gresik	Numerik	m^3
$Z_{3,t}$	Pemakaian Air Bersih Kab. Sidoarjo	Numerik	m^3

dengan struktur data sebagai berikut.

Tabel 3.2 Struktur Data

t	Bulan	$Z_{1,t}$	$Z_{2,t}$	$Z_{2,t}$
1	Januari 2013	$Z_{1,1}$	$Z_{2,1}$	$Z_{2,1}$
2	Februari 2013	$Z_{1,2}$	$Z_{2,2}$	$Z_{2,2}$
3	Maret 2013	$Z_{1,3}$	$Z_{2,3}$	$Z_{2,3}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
71	November 2018	$Z_{1,71}$	$Z_{2,71}$	$Z_{2,71}$
72	Desember 2018	$Z_{1,72}$	$Z_{2,72}$	$Z_{2,72}$

3.3 Langkah-Langkah Analisis Data

Berdasarkan tujuan pada penelitian ini, maka terdapat tiga langkah analisis, yaitu :

1. Melakukan identifikasi kelayakan data untuk mengetahui apakah data cocok dianalisis dengan menggunakan VARIMA dan GSTARIMA
 - a. Membagi data menjadi 60 data *insample* dan 12 data *outsample*.
 - b. Membentuk matriks pembobot spasial yaitu bobot lokasi seragam sesuai persamaan (2.35), bobot lokasi kebalikan jarak sesuai persamaan (2.38), dan bobot normalisasi korelasi silang sesuai persamaan (2.41).
 - c. Mendeteksi adanya autokorelasi spasial antar pengamatan dengan Uji Indeks Moran sesuai persamaan (2.1)
2. Melakukan analisis deskriptif terhadap pemakaian air bersih di ketiga daerah yaitu Surabaya, Gresik dan Sidoarjo periode Januari 2013 sampai dengan Desember 2017 untuk mengetahui karakteristik data dengan langkah-langkah sebagai berikut :
 - a. Mengeksplorasi data untuk melihat deskripsi volume pemakaian air bersih tiap daerah, yaitu : Surabaya, Gresik, dan Sidoarjo yaitu rata-rata dan varians data.
 - b. Membuat suatu grafik untuk melihat nilai minimum dan maksimum pada volume pemakaian air bersih untuk tiap daerah.

- c. Mengkorelasikan data volume pemakaian air bersih tiap daerah, yaitu :
Surabaya, Gresik, dan Sidoarjo
3. Melakukan pemodelan volume pemakaian air bersih menggunakan metode VARIMA dan GSTARIMA dengan langkah-langkah sebagai berikut :
 - a. Memeriksa kestasioneran data terhadap varians dan rata-rata. Kestasioneran terhadap ragam menggunakan transformasi Box-Cox sesuai persamaan (2.6). Sedangkan pemeriksaan kestasioneran data terhadap rata-rata secara visual melalui plot MACF dan melalui uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) sesuai persamaan (2.9). Jika data tidak stasioner terhadap rata-rata maka dilakukan *differencing*.
 - b. Membentuk dan mengkaji model VARIMA dengan tahapan sebagai berikut :
 - a) Penentuan model berdasarkan ordo model dengan nilai AICC terkecil sesuai persamaan (2.33).
 - b) Melakukan pendugaan parameter model VARIMA berdasarkan orde terbaik.
 - c) Melakukan uji diagnostik model, yaitu model sesuai jika error bersifat white noise dengan uji Portmanteau sesuai persamaan (2.50) dan menguji apakah error menyebar normal multivariat mengukur d_t^2 sesuai persamaan (2.51).
 - c. Membentuk dan mengkaji model GSTARIMA dengan tahapan sebagai berikut :
 - a) Menentukan orde spasial dan orde waktu. Orde spasial dibatasi hanya berorde satu, sedangkan orde waktu berdasarkan orde hasil identifikasi model VARIMA.
 - b) Melakukan pendugaan parameter model GSTARIMA dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS) sesuai dengan persamaan (2.49)
 - c) Melakukan uji diagnostik model, yaitu model sesuai jika error bersifat white noise dengan uji Portmanteau sesuai persamaan

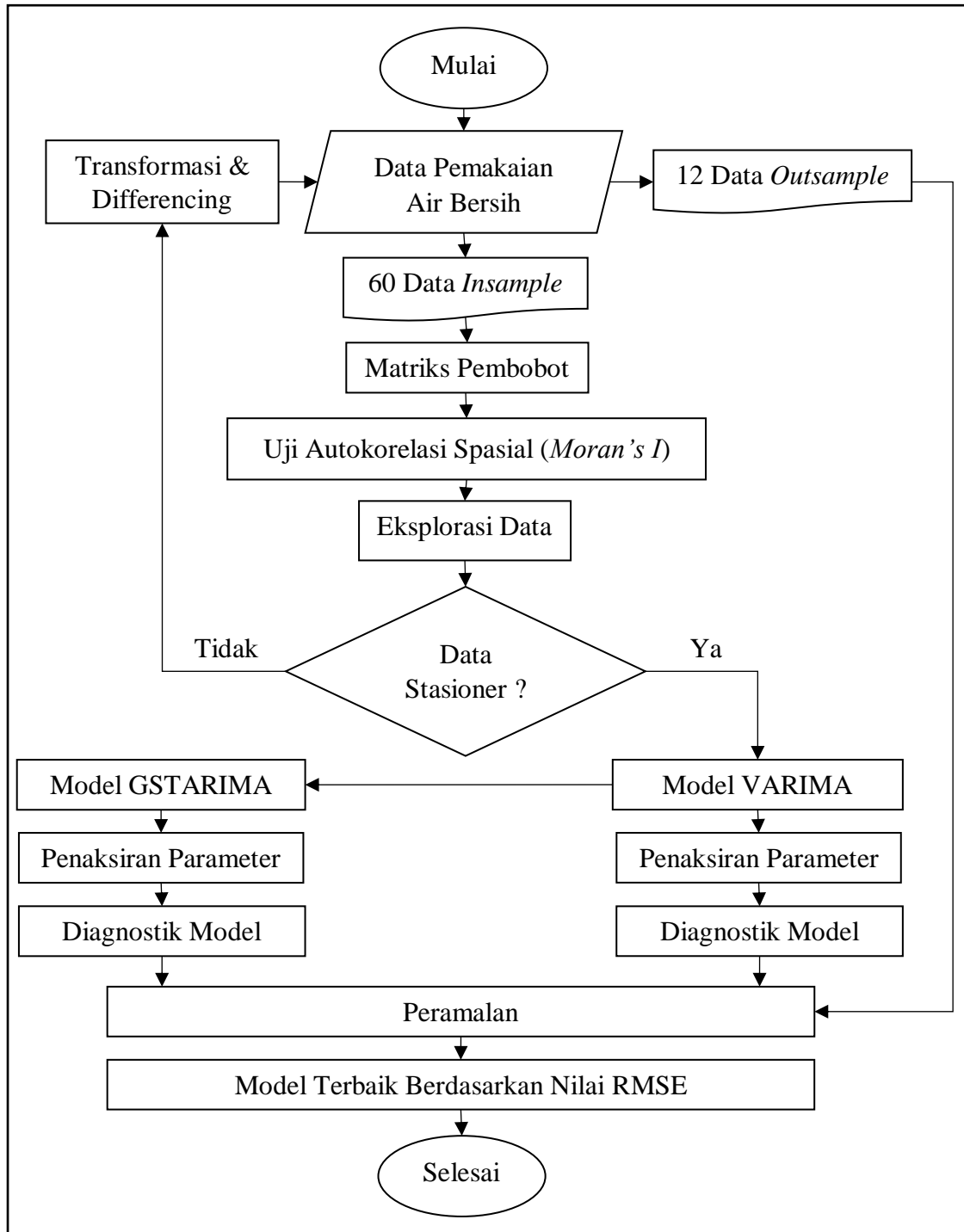
(2.50) dan menguji apakah error menyebar normal multivariat mengukur d_t^2 sesuai persamaan (2.51).

4. Melakukan perbandingan model VARIMA dan GSTARIMA dan hasil prediksi untuk peramalan volume pemakaian air bersih dengan langkah-langkah sebagai berikut :
 - a. Melakukan peramalan dengan menggunakan model VARIMA dan GSTARIMA.
 - b. Melakukan perbandingan dan menentukan model terbaik berdasarkan nilai RMSE terkecil pada *outsample* sesuai persamaan (2.52).
 - c. Melakukan interpretasi terhadap hasil peramalan yang didapatkan.

Analisis data menggunakan *Microsoft Excel* untuk pembentukan matriks pembobot spasial, perhitungan dan pengujian autokorelasi spasial, perhitungan nilai RMSE dan MAPE serta peramalan model. *Software SAS* untuk pengujian kestasioneran data, identifikasi model dan peramalan VARIMA. *Software Minitab 18* untuk pendugaan parameter GSTARIMA dan membuat plot data. *OSS-R* untuk pengujian normal *multivariate*.

3.4 Flow Chart Penelitian

Langkah-langkah analisis data dijelaskan dalam *flow chart* yang tersaji pada Gambar 3.1 berikut.



Gambar 3.1 Flow chart Penelitian

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Identifikasi Kelayakan Data

Kota Surabaya, Kabupaten Gresik dan Kabupaten Sidoarjo adalah tiga daerah yang berada di Provinsi Jawa Timur, Indonesia. Surabaya merupakan ibukota provinsi, sedangkan Gresik dan Sidoarjo adalah kabupaten yang berbatasan dengan Surabaya. Wilayah Kota Surabaya sebelah barat berbatasan dengan Kabupaten Gresik dan sebelah selatan berbatasan dengan Kabupaten Sidoarjo sedangkan wilayah Kabupaten Gresik sebelah selatan berbatasan dengan Kabupaten Sidoarjo. Secara visual wilayah Kota Surabaya, Kabupaten Gresik dan Kabupaten Sidoarjo dapat dilihat pada Gambar 4.1 berikut yang diperoleh melalui website arcgis.com.



Gambar 4.1 Peta Batas Administrasi Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo

Secara geografis posisi *latitude* dan *longitude* dari ketiga lokasi yaitu Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo yang diperoleh melalui latlong.net adalah sebagai berikut :

Tabel 4.1 Posisi *Latitude* dan *Longitude* Ketiga Lokasi

Lokasi	u_i	v_i
Surabaya	112,768845	7,250445
Gresik	112,655472	7,156576
Sidoarjo	112,667542	7,472613

dengan u_i adalah garis lintang atau *longitude* (*decimal degree*) dan v_i adalah garis bujur atau *latittude* (*decimal degree*).

Sebagai lokasi yang saling berdekatan, memungkinkan adanya pengaruh dan hubungan kegiatan atau aktivitas antara lokasi yang satu dengan yang lain termasuk dalam pengelolaan air minum oleh PDAM masing-masing daerah. Melalui website resmi PDAM Surabaya, pelayanan air minum kepada masyarakat tidak hanya terbatas pada daerah administratif Kota Surabaya saja, melainkan juga unuk beberapa daerah di Jawa Timur seperti Kabupaten Gresik Kabupaten Sidoarjo. Selain itu, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo juga memiliki keterkaitan. Menurut Edi (2019) salah satu staf penelitian dan pengembangan PDAM Delta Tirta menyatakan bahwa terdapat unit rumah tangga masyarakat Sidoarjo yang menggunakan jasa PDAM Giri Tirta dikarenakan pipa air yang lebih dekat. Oleh karena itu, ketiga PDAM ini yaitu PDAM Surabaya, Gresik dan Sidoarjo secara lapangan memiliki keterkaitan dalam pengelolaan air minum. Namun, selain itu perlu dilakukan uji secara statistika yaitu dengan pengujian autokorelasi spasial.

Pengujian autokorelasi spasial dilakukan untuk menunjukkan adanya ketergantungan secara spasial mengenai volume pemakaian air bersih di ketiga lokasi. Pembobot yang digunakan adalah pembobot invers jarak karena perhitungannya berdasarkan jarak sesungguhnya. Pengujian autokorelasi spasial menggunakan *Morans'I* dengan taraf signifikansi 5% dan hipotesis sebagai berikut :

$H_0 : I=0$ (tidak terdapat autokorelasi spasial)

$H_1 : I \neq 0$ (terdapat autokorelasi spasial)

Tabel 4.2 Hasil Pengujian Autokorelasi Spasial

I	E(I)	Var(I)	Z(I)	Titik Kritis	Keputusan
0,17801	-0,5	0,01766	5,10266	1,96	Tolak H_0

Berdasarkan Tabel 4.2 menunjukkan bahwa nilai $Z(I) (=5,10) > Z_{\alpha/2} (=1,96)$ sehingga dapat diketahui bahwa terdapat autokorelasi spasial pada data volume pemakaian air bersih di ketiga kota/kabupaten di Jawa Timur. Hal ini berarti bahwa volume pemakaian air bersih di suatu lokasi dipengaruhi oleh volume pemakaian di lokasi lain. Oleh karena itu, berdasarkan fakta lapangan dan pengujian secara statistika menunjukkan bahwa data volume pemakaian air bersih antar ketiga lokasi memiliki ketergantungan antara lokasi, sehingga data ini memenuhi asumsi *multivariate* dan dapat diuji dengan menggunakan metode VARIMA (*Vector Autoregressive Integrated Moving Average*) dan GSTARIMA (*General Space-Time Autoregressive Integrated Moving Average*).

4.2 Karakteristik Data

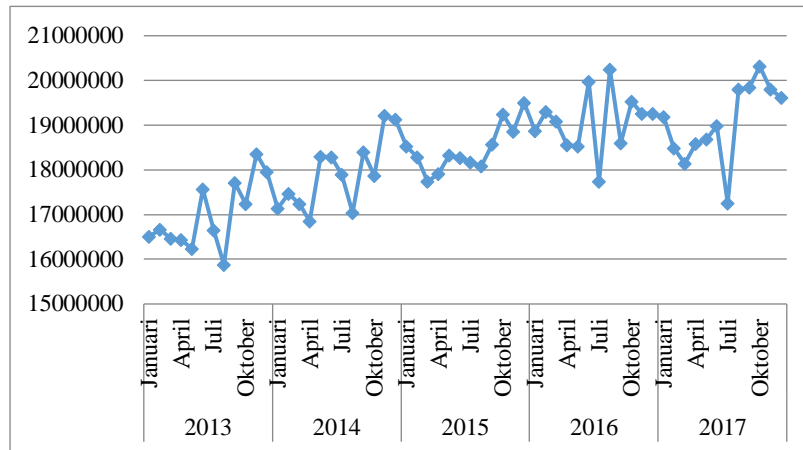
Pemaparan karakteristik data secara umum digunakan untuk mempermudah pemahaman dan penjelasan tentang data volume pemakaian air bersih pada tiga lokasi di Provinsi Jawa Timur. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data *series* volume pemakaian air bersih Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo sejak Januari 2013 sampai Desember 2017 untuk data *insample* dan data bulan Januari – Desember 2018 untuk data *outsample*. Berikut adalah karakteristik data yang secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 8a.

Tabel 4.3 Karakteristik Data Volume Pemakaian Air Bersih di Tiga Lokasi

Lokasi	<i>Mean</i>	<i>St. Deviation</i>	<i>Minimum</i>	<i>Maximum</i>
Surabaya	18292810	1070264	15876112	20318469
Gresik	1929101	218888	1414479	2263425
Sidoarjo	2398857	195993	1992057	2735812

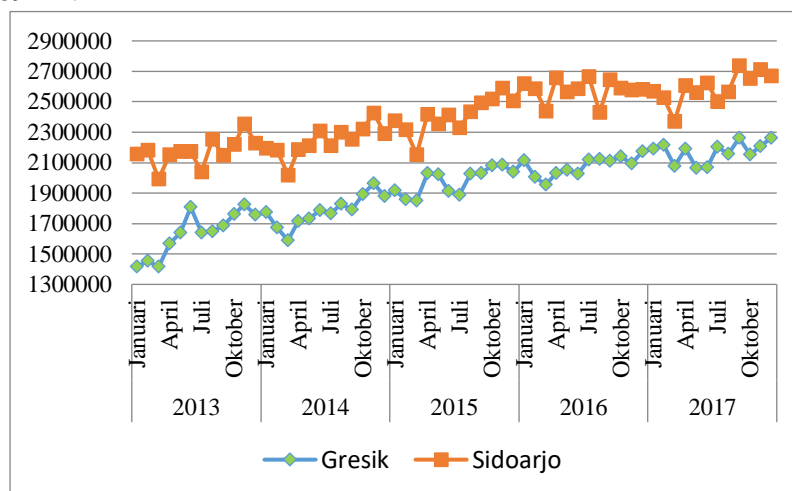
Berdasarkan Tabel 4.3 diketahui bahwa konsumsi air bersih Kota Surabaya sebagai ibu kota Provinsi Jawa Timur memiliki rata-rata jauh diatas Kab. Gresik

dan Kab. Sidoarjo yaitu sebesar 18292810 m³ dengan keragaman 1070264 m³. Kab. Sidoarjo memiliki rata-rata pemakaian air bersih sebesar 2398857 m³ dengan tingkat keragaman 195993 m³. Sedangkan Kab. Gresik memiliki rata-rata konsumsi air bersih terendah yaitu 1929101 m³ dengan tingkat keragaman sebesar 218888 m³.



Gambar 4.2 Plot Data Volume Pemakaian Air Bersih Kota Surabaya Periode Januari 2013 – Desember 2017

Berdasarkan plot data pada Gambar 4.2 terlihat bahwa dalam kurun 2013-2017 tren pemakaian air bersih di Kota Surabaya berfluktuatif meningkat setiap bulannya. Konsumsi terendah pada bulan Agustus tahun 2013 yaitu sebesar 15876112 m³ dan konsumsi air bersih tertinggi terjadi pada bulan Oktober tahun 2017 sebesar 20318469 m³.



Gambar 4.3 Plot Data Volume Pemakaian Air Bersih Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo Periode Januari 2013 – Desember 2017

Berdasarkan plot data pada Gambar 4.3 terlihat bahwa dalam kurun 2013-2017 tren pemakaian air bersih di Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo juga memiliki tren naik setiap bulannya. Untuk Kab. Gresik konsumsi terendah pada bulan Maret tahun 2013 yaitu sebesar 1414479 m³ dan konsumsi air bersih tertinggi terjadi pada bulan Desember tahun 2017 sebesar 2263425 m³. Sedangkan untuk Kab. Sidoarjo konsumsi terendah pada bulan Maret tahun 2013 yaitu sebesar 1992057 m³ dan konsumsi air bersih tertinggi terjadi pada bulan September tahun 2017 sebesar 2735812 m³.

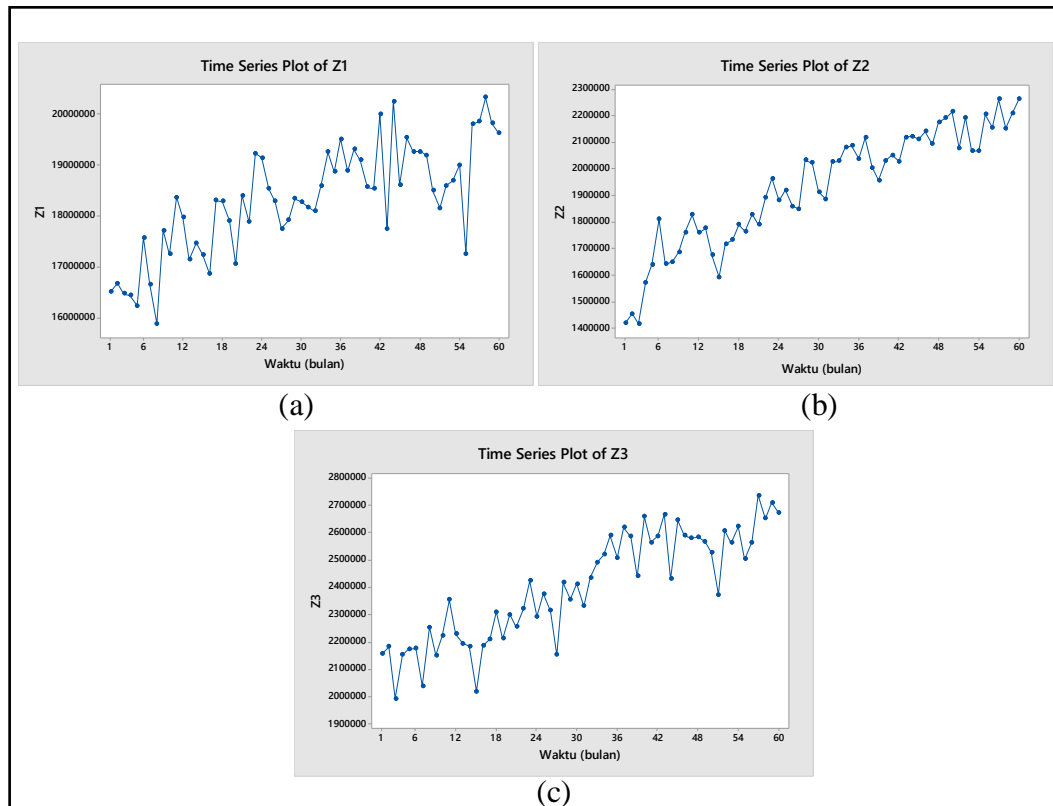
Secara umum ketiga lokasi tersebut tiap tahunnya mengalami peningkatan konsumsi pemakaian air bersih, hal ini dikarenakan cakupan pelayanan PDAM tidak daerah mengalami perluasan dari tahun ke tahun serta jumlah pelanggan terus bertambah. Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab Sidoarjo memiliki kesamaan penurunan pemakaian air bersih pada bulan Maret di setiap tahunnya, dan Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo memiliki kesamaan yaitu terjadi peningkatan konsumsi air pada bulan April di setiap tahunnya.

Tabel 4.4 Matriks Korelasi Ketiga Lokasi

Lokasi	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
Surabaya	1	0,790	0,771
Gresik	0,790	1	0,911
Sidoarjo	0,771	0,911	1

Tabel 4.4 menunjukkan adanya korelasi konsumsi air bersih antar lokasi cukup tinggi diatas 0,75. Hal ini menunjukkan terdapat hubungan linier positif konsumsi air bersih bulanan antar wilayah yang menggambarkan melalui tren naik konsumsi disetiap bulannya. Korelasi tertinggi terjadi antara konsumsi Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo sebesar 0,911 artinya fluktuasi data pemakaian air bersih dikedua daerah ini mengalami keeratan yang sangat tinggi, antara Kota Surabaya dan Kab. Gresik memiliki korelasi sebesar 0,790 yang menunjukkan tingkat kemiripan fluktuasi data tinggi, dan korelasi terendah terjadi antara Kota Suarabaya dan Kab. Sidoarjo sebesar 0,771 yang berarti kemiripan fluktuasi data tinggi. Secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 8b.

4.3 Identifikasi *Time Series Plot*



Gambar 4.4 *Time Series* plot pada Data Volume Pemakaian Air Bersih (a) Kota Surabaya, (b) Kab. Gresik dan (c) Kab. Sidoarjo

Dapat dilihat pada Gambar 4.4 menunjukkan bahwa volume pemakaian air bersih di ketiga lokasi pada data *insample* menunjukkan tren naik. Maka dapat dikatakan data tersebut belum stasioner dalam rata-rata. Sedangkan fluktuatif data pada Gambar 4.4 memungkinkan bahwa data telah stasioner dalam *varians*.

4.4 Kestasioneran Data

Kestasioneran diperlukan agar data berada disekitar nilai rata-rata dan *varians* konstan serta tidak berubah seiring perubahan waktu. Kestasioneran data merupakan kunci agar situasi di masa lalu tetap relevan dengan situasi di masa kini dan masa depan. Berikut adalah hasil uji kestasioneran data terhadap nilai rata-rata dan *varians*.

4.4.1 Kestasioneran terhadap Varians

Kestasioneran data volume pemakaian air bersih dapat dilihat berdasarkan nilai koefisien parameter transformasi lambda (λ) yang dihasilkan dari plot Box-Cox. Jika nilai λ sama dengan satu maka dapat disimpulkan bahwa data telah stasioner dan sebaliknya. Tabel 4.5 berikut menunjukkan hasil nilai duga parameter transformasi lambda (λ) Box-Cox.

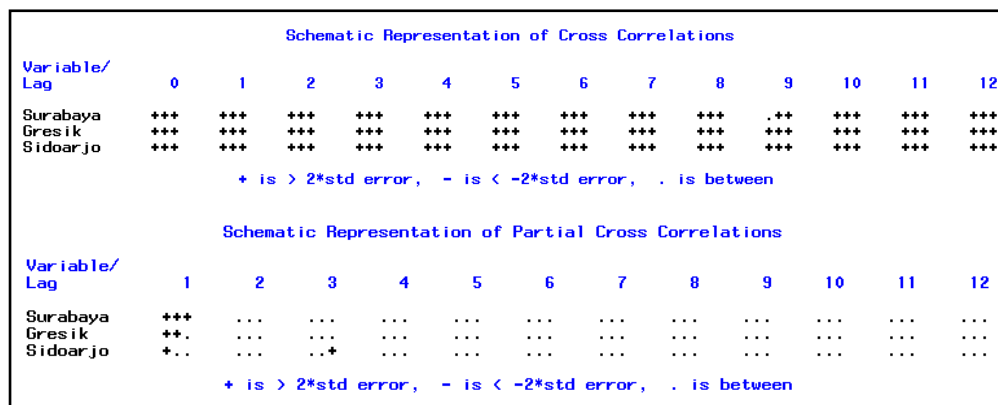
Tabel 4.5 Nilai Koefisien transformasi lambda (λ) Box-Cox Ketiga Lokasi

Lokasi	Λ
Surabaya	1
Gresik	1
Sidoarjo	1

Berdasarkan Tabel 4.5 didapatkan nilai lambda (λ) pada masing-masing lokasi adalah satu, sehingga dapat disimpulkan bahwa data telah stasioner dalam *varians* dan tidak perlu dilakukan transformasi Box-Cox. Secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 9.

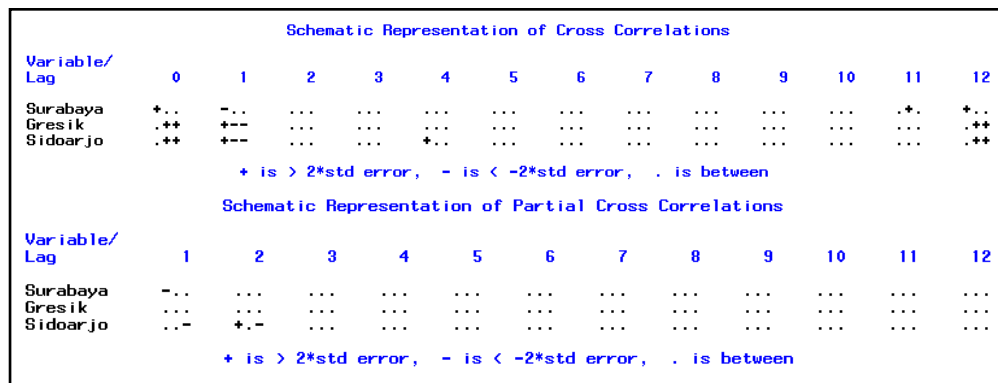
4.4.2 Kestasioneran terhadap Rata-Rata

Setelah data stasioner dalam ragam, selanjutnya dilakukan pengujian kestasioneran dalam rata-rata. Kestasioneran dalam rata-rata dapat dilihat secara visual dari skema matriks korelasi silang (MACF) antar variabel, seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 4.5 di bawah ini



Gambar 4.5 Plot MACF dan MPACF data Volume Pemakaian Ketiga Lokasi

Skema matriks korelasi silang pada Gambar 4.5 menunjukkan bahwa pada semua lag terdapat nilai korelasi silang yang keluar atau korelasi bernilai lebih besar atau lebih kecil dari nilai $\pm 2SE$ ($=0,2582$). Hal ini ditunjukkan oleh banyaknya simbol (+) pada setiap lag yang dapat diartikan bahwa adanya hubungan atau korelasi secara positif, sehingga dapat dikatakan data volume pemakaian air bersih pada masing-masing lokasi tidak stasioner dalam rata-rata. Karena data belum stasioner dalam rata-rata maka perlu dilakukan proses *differencing* (pembedaan) untuk menstasionerkan data dalam rata-rata dengan hasil *differencing* dapat dilihat pada Lampiran 3. Setelah dilakukan *first differencing*, didapatkan skema matriks korelasi seperti pada Gambar 4.6 berikut



Gambar 4.6 Plot MACF dan MPACF data *first differencing*

Gambar 4.6 secara visual menunjukkan bahwa data telah stasioner karena pada skema matriks korelasi silang hasil *differencing* simbol (.) mendominasi pada masing-masing lag yang mengindikasikan bahwa tidak adanya korelasi yang dan simbol (+) dan (-) plot MACF hanya keluar pada lag tertentu. Nilai korelasi silang data *differencing* dapat dilihat pada Lampiran 10b. Untuk memastikan apakah identifikasi secara visual benar, maka dilakukan pengujian hipotesis dengan menggunakan *Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test*, berikut adalah hipotesisnya

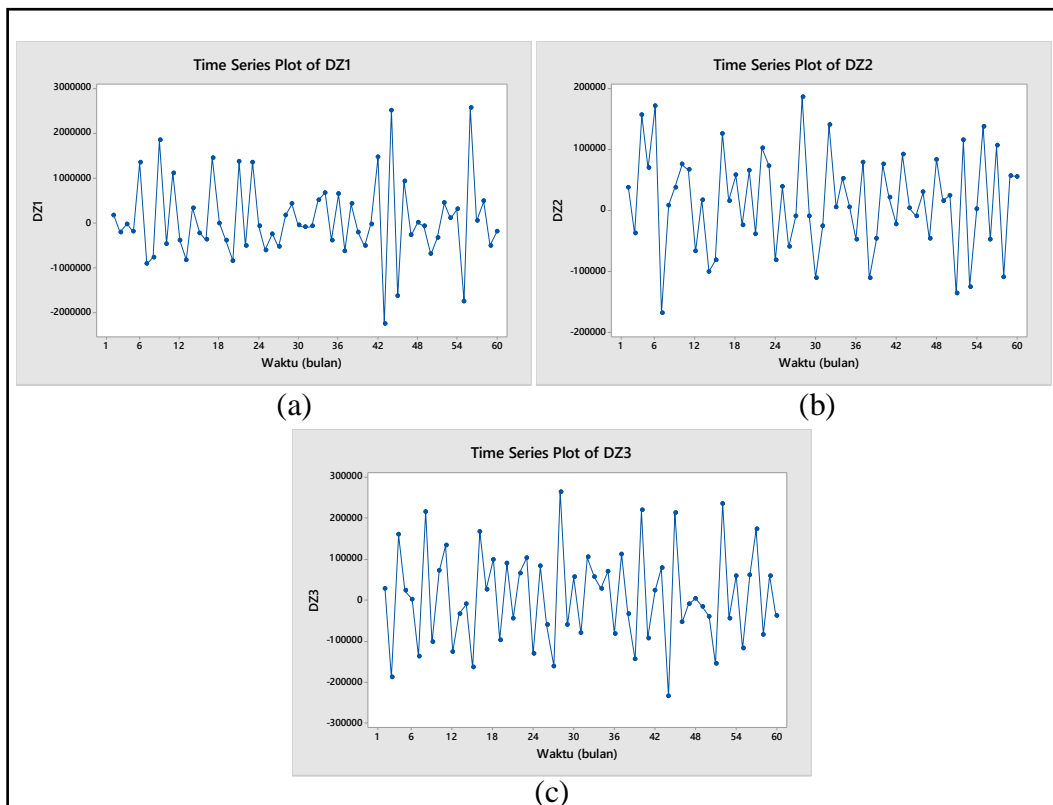
- H_0 : $\phi^* \geq 0$ (data tidak stasioner dalam rata-rata)
- H_1 : $\phi^* < 0$ (data stasioner dalam rata-rata)

Hasil pengujian *Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test* untuk masing-masing lokasi terangkum pada Tabel 4.6 berikut.

Tabel 4.6 Hasil Pengujian *Augmented Dickey Fuller Unit Root*

Lokasi	$\tau_{statistik}$	<i>p-value</i>
Surabaya	-7,69	0,0001
Gresik	-6,78	0,0001
Sidoarjo	-9,28	0,0001

Tabel 4.6 menunjukkan bahwa nilai *p-value* yang dihasilkan dari ketiga lokasi yaitu sebesar 0,0001. Angka tersebut lebih kecil jika dibandingkan dengan α (5%), sehingga dapat disimpulkan bahwa data *first differencing* telah stasioner dalam rata-rata. Oleh karena itu, analisis selanjutnya menggunakan data *first differencing*. Hasil pengujian *Augmented Dickey Fuller Unit Root* secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 10A. Berikut adalah *time series* plot untuk data *first differencing* yang telah stasioner dalam rata-rata dan *varians* karena data berfluktuatif disekitar nilai tengah dengan *varians* yang tetap dari waktu ke waktu.



Gambar 4.7 *Time Series* plot pada Data *First Differencing* (a) Kota Surabaya, (b) Kab. Gresik) dan (c) Kab. Sidoarjo

4.5 Identifikasi model VARIMA

Setelah data sudah stasioner baik dalam rata-rata maupun *varians*, maka selanjutnya menentukan orde yang sesuai yang akan digunakan dalam model VARIMA. Identifikasi model berdasarkan kriteria nilai AICC terkecil pada masing-masing orde sebagai berikut atau dapat dilihat pada Lampiran 10c.

Tabel 4.7 Nilai AICC

<i>Lag</i>	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4
AR 0	72,61623	72,33250	72,29494	72,11878	72,32738
AR 1	71,74292	72,02006	72,24589	72,05355	72,26751
AR 2	71,27962	71,86905	72,27779	72,28696	72,68989
AR 3	71,41875	72,01065	72,41083	72,65517	73,13248
AR 4	71,68909	72,33395	72,80489	73,04889	73,91016

Berdasarkan Tabel 4.7 didapatkan model VARIMA yang terbentuk adalah model dengan orde $p=2$ dan $q=0$ yang memiliki nilai AICC terkecil yaitu sebesar 71,27962. Sehingga dapat diprediksi model yang terbentuk adalah VARIMA (2,1,0). Berikut merupakan nilai duga parameter model VARIMA (2,1,0) data volume pemakaian air bersih di ketiga lokasi.

Tabel 4.8 Pendugaan Parameter Model VARIMA (2,1,0)

Parameter	Nilai Dugaan	<i>p-value</i>	Keputusan
ϕ_{11}^1	-0,82695	0,0001	Tolak H_0
ϕ_{12}^1	3,00014	0,0279	Tolak H_0
ϕ_{13}^1	2,38049	0,0316	Tolak H_0
ϕ_{21}^1	-0,27855	0,0265	Tolak H_0
ϕ_{22}^1	1,87798	0,1829	Terima H_0
ϕ_{23}^1	1,92506	0,0766	Terima H_0
ϕ_{11}^2	0,01552	0,3448	Terima H_0
ϕ_{12}^2	-0,14730	0,3801	Terima H_0
ϕ_{13}^2	-0,24417	0,0769	Terima H_0
ϕ_{21}^2	0,01178	0,4448	Terima H_0
ϕ_{22}^2	-0,06419	0,7147	Terima H_0
ϕ_{23}^2	-0,16489	0,2231	Terima H_0

lanjutan Tabel 4.8

Parameter	Nilai Dugaan	<i>p-value</i>	Keputusan
ϕ_{11}^3	0,04498	0,0162	Tolak H_0
ϕ_{12}^3	0,16827	0,3667	Terima H_0
ϕ_{13}^3	-0,84209	0,0001	Tolak H_0
ϕ_{21}^3	0,02855	0,0992	Terima H_0
ϕ_{22}^3	0,13521	0,2889	Terima H_0
ϕ_{23}^3	-0,47948	0,0022	Tolak H_0

Berdasarkan Tabel 4.8 dari pengujian parameter diketahui bahwa tidak semua parameter dari model signifikan pada taraf signifikansi 5%. Namun Kostenko dan Hyndman (2008) menjelaskan bahwa variabel yang tidak signifikan dapat digunakan untuk melakukan peramalan, sehingga dalam penelitian ini parameter model VARIMA (2,1,0) yang tidak signifikan akan tetap digunakan. Secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 10e. Berikut merupakan model VARIMA (2,1,0).

$$\begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{11}^1 & \phi_{12}^1 & \phi_{13}^1 \\ \phi_{11}^2 & \phi_{12}^2 & \phi_{13}^2 \\ \phi_{11}^3 & \phi_{12}^3 & \phi_{13}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{21}^1 & \phi_{22}^1 & \phi_{23}^1 \\ \phi_{21}^2 & \phi_{22}^2 & \phi_{23}^2 \\ \phi_{21}^3 & \phi_{22}^3 & \phi_{23}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,82695 & 3,00014 & 2,38049 \\ 0,01552 & -0,14730 & -0,24417 \\ 0,04498 & 0,16827 & -0,84209 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} -0,27855 & 1,87798 & 1,92506 \\ 0,01178 & -0,06419 & -0,16489 \\ 0,02855 & 0,13521 & -0,47948 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix}$$

Setelah diuraikan, maka diperoleh model persamaan sesuai dengan parameter untuk masing-masing lokasi sebagai berikut :

1. Model VARIMA (2,1,0) data volume pemakaian air bersih Kota Surabaya:

$$\begin{aligned} \nabla Z_1(t) = & -0,82695\nabla Z_1(t-1) + 3,00014\nabla Z_2(t-1) + 2,38049\nabla Z_3(t-1) - \\ & 0,27855\nabla Z_1(t-2) + 1,87798\nabla Z_2(t-2) + 1,92506\nabla Z_3(t-2) + a_1(t) \end{aligned}$$

atau dalam bentuk data asli ($Z_1(t)$) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Z_1(t) = & -0,82695(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 3,00014(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) + \\ & 2,38049(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) - 0,27855(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\ & 1,87798(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) + 1,92506(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ & Z_1(t-1) + a_1(t) \end{aligned}$$

2. Model VARIMA (2,1,0) data volume pemakaian air bersih Kab. Gresik :

$$\begin{aligned} \nabla Z_2(t) = & 0,01552\nabla Z_1(t-1) - 0,14730\nabla Z_2(t-1) - 0,24417\nabla Z_3(t-1) + \\ & 0,01178\nabla Z_1(t-2) - 0,06419\nabla Z_2(t-2) - 0,16489\nabla Z_3(t-2) + a_2(t) \end{aligned}$$

atau dalam bentuk data asli ($Z_2(t)$) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Z_2(t) = & 0,01552(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) - 0,14730(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) - \\ & 0,24417(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) + 0,01178(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) - \\ & 0,06419(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) - 0,16489(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ & Z_2(t-1) + a_2(t) \end{aligned}$$

3. Model VARIMA (2,1,0) data volume pemakaian air bersih Kab. Sidoarjo:

$$\begin{aligned} \nabla Z_3(t) = & 0,04498\nabla Z_1(t-1) + 0,16827\nabla Z_2(t-1) - 0,84209\nabla Z_3(t-1) + \\ & 0,02855\nabla Z_1(t-2) + 0,13521\nabla Z_2(t-2) - 0,47948\nabla Z_3(t-2) + a_3(t) \end{aligned}$$

atau dalam bentuk data asli ($Z_3(t)$) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Z_3(t) = & 0,04498(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 0,16827(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) - \\ & 0,84209(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) + 0,02855(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\ & 0,13521(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) - 0,47948(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ & Z_3(t-1) + a_3(t) \end{aligned}$$

Untuk mengetahui kebaikan model dalam analisis *time series* maka residual diisyaratkan saling independen, sehingga residual harus memenuhi asumsi *white noise*. Tabel 4.9 menunjukkan hasil pengujian *white noise* dengan menggunakan uji Ljung-Box Portmanteau dengan hipotesis sebagai berikut :

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ (Residual bersifat *white noise*)

$H_1 : \text{Minimal ada satu } \rho_m \neq 0, m = 1, 2, \dots, k$ (Residual tidak bersifat *white noise*)

Tabel 4.9 Hasil Uji Portmanteau Model VARIMA (2,1,0)

Lag	<i>p-value</i>	Keputusan
3	0,0730	Terima H_0
4	0,2009	Terima H_0
5	0,2741	Terima H_0
6	0,5927	Terima H_0
7	0,6951	Terima H_0
8	0,7034	Terima H_0
9	0,7689	Terima H_0
10	0,8254	Terima H_0
11	0,8932	Terima H_0
12	0,6048	Terima H_0

Tabel 4.9 menunjukkan bahwa semua *lag* tidak signifikan, sehingga dapat disimpulkan bahwa residual model VARIMA (2,1,0) bersifat *white noise* yang berarti tidak terdapat korelasi antar residual secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 10f. Setelah syarat *white noise*, selanjutnya dilakukan pengujian apakah residual mengikuti asumsi kenormalan (normal *multivariate*). Hasil pengujian normal multivariat dapat dilihat pada Lampiran 14a menunjukkan bahwa nilai d_r^2 yang kurang dari $\chi_{\alpha,df}^2$ ($=7,81$) sebanyak 0,94737 atau 94,737 %, karena angka tersebut lebih besar dari 50% maka dapat disimpulkan bahwa residual model VARIMA (2,1,0) telah memenuhi asumsi normal multivariat.

4.6 Identifikasi model GSTARIMA

Model GSTARIMA memiliki dua orde yaitu orde spasial dan orde waktu. Pada penelitian ini, orde spasial dibatasi pada orde satu, sedangkan orde waktu berdasarkan pada model VARIMA yaitu orde $p=2$ dan $q=0$ sehingga model

GSTARIMA yang dibentuk dalam penelitian ini adalah GSTARI $(2,1)_1$. Pendugaan parameter model menggunakan tiga pendekatan bobot lokasi yaitu bobot lokasi seragam, invers jarak, dan normalisasi korelasi silang pada ketiga lokasi.

Penentuan bobot lokasi merupakan salah satu masalah utama dalam model GSTARIMA. Bobot lokasi yang paling baik adalah bobot dengan kesalahan ramalan terkecil pada model yang terbentuk. Penggunaan ketiga bobot ini dilakukan untuk mendapatkan model GSTARIMA terbaik berdasarkan bobot lokasi yang sesuai.

4.6.1 Penerapan Bobot Lokasi Seragam

Bobot lokasi seragam diterapkan dalam skripsi ini karena ketiga lokasi berada dalam satu wilayah dan jarak antar lokasinya relatif sama. Berdasarkan pada persamaan (2.35) maka didapatkan matriks bobot lokasi seragam sebagai berikut :

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{bmatrix}$$

Hasil pendugaan parameter model GSTARI $(2,1)_1$ dengan bobot lokasi seragam pada data volume pemakaian air bersih diketiga lokasi pada taraf signifikansi 5% adalah sebagai berikut.

Tabel 4.10 Pendugaan Parameter Model GSTARI $(2,1)_1$ dengan Bobot Lokasi Seragam

Parameter	Nilai Dugaan	<i>p-value</i>	Keputusan
ϕ_{10}^1	-0,834	0,000	Tolak H_0
ϕ_{10}^2	-0,358	0,012	Tolak H_0
ϕ_{10}^3	-0,811	0,000	Tolak H_0
ϕ_{11}^1	5,23	0,017	Tolak H_0
ϕ_{11}^2	0,0105	0,734	Terima H_0
ϕ_{11}^3	0,0921	0,007	Tolak H_0

lanjutan Tabel 4.10.

Parameter	Nilai Dugaan	<i>p-value</i>	Keputusan
ϕ_{20}^1	-0,292	0,000	Tolak H_0
ϕ_{20}^2	-0,181	0,236	Terima H_0
ϕ_{20}^3	-0,456	0,001	Tolak H_0
ϕ_{21}^1	3,93	0,002	Tolak H_0
ϕ_{21}^2	0,0021	0,943	Terima H_0
ϕ_{21}^3	0,0548	0,091	Terima H_0

Tabel 4.10 dari pengujian parameter menunjukkan bahwa parameter dari model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi seragam tidak semua signifikan pada taraf signifikansi 5%. Secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 11. Berdasarkan persamaan (2.42) maka model GSTARI (2,1)₁ yang didapat dengan bobot lokasi seragam dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} \phi_{10}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{10}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{10}^3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{11}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \\ \left\{ \begin{pmatrix} \phi_{20}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{20}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{20}^3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{21}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{21}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \\ \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,834 & 0 & 0 \\ 0 & -0,358 & 0 \\ 0 & 0 & -0,811 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \\ \begin{pmatrix} 5,23 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0105 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0921 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} -0,292 & 0 & 0 \\ 0 & -0,181 & 0 \\ 0 & 0 & -0,456 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \\
\begin{pmatrix} 3,93 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0021 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0548 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \\
\begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,834 & 2,615 & 2,615 \\ 0,00525 & -0,358 & 0,00525 \\ 0,04605 & 0,04605 & -0,811 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \\
\begin{pmatrix} -0,292 & 1,965 & 1,965 \\ 0,00105 & -0,181 & 0,00105 \\ 0,0274 & 0,0274 & -0,456 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix}$$

Setelah dijabarkan, maka diperoleh model persamaan sesuai dengan parameter untuk masing-masing lokasi sebagai berikut :

1. Model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi seragam data volume pemakaian air bersih Kota Surabaya :

$$\begin{aligned}
\nabla Z_1(t) = & -0,834\nabla Z_1(t-1) + 2,615\nabla Z_2(t-1) + 2,615\nabla Z_3(t-1) - \\
& 0,292\nabla Z_1(t-2) + 1,965\nabla Z_2(t-2) + 1,965\nabla Z_3(t-2) + a_1(t)
\end{aligned}$$

atau dalam bentuk data asli ($Z_I(t)$) sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
Z_1(t) = & -0,834(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 2,615(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) + \\
& 2,615(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) - 0,292(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\
& 1,965(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) + 1,965(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\
& Z_1(t-1) + a_1(t)
\end{aligned}$$

2. Model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi seragam data volume pemakaian air bersih Kabupaten Gresik :

$$\nabla Z_2(t) = 0,00525\nabla Z_1(t-1) - 0,358\nabla Z_2(t-1) + 0,00525\nabla Z_3(t-1) +$$

$$0,00105\nabla Z_1(t-2) - 0,181\nabla Z_2(t-2) + 0,00105\nabla Z_3(t-2) + a_2(t)$$

atau dalam bentuk data asli ($Z_2(t)$) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Z_2(t) = & 0,00525(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) - 0,358(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) + \\ & 0,00525(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) + 0,00105(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) - \\ & 0,181(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) + 0,00105(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ & Z_2(t-1) + a_2(t) \end{aligned}$$

3. Model GSTARI $(2,1)_1$ dengan bobot lokasi seragam data volume pemakaian air bersih Kabupaten Sidoarjo :

$$\begin{aligned} \nabla Z_3(t) = & 0,04605\nabla Z_1(t-1) + 0,04605\nabla Z_2(t-1) - 0,811\nabla Z_3(t-1) + \\ & 0,0274\nabla Z_1(t-2) + 0,0274\nabla Z_2(t-2) - 0,456\nabla Z_3(t-2) + a_3(t) \end{aligned}$$

atau dalam bentuk data asli ($Z_3(t)$) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Z_3(t) = & 0,04605(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 0,04605(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) - \\ & 0,811(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) + 0,0274(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\ & 0,0274(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) - 0,456(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ & Z_3(t-1) + a_3(t) \end{aligned}$$

Untuk mengetahui kebaikan model dalam analisis *time series* maka residual diisyaratkan saling independen, sehingga residual harus memenuhi asumsi *white noise*. Tabel 4.11 menunjukkan hasil pengujian *white noise* dengan menggunakan uji Ljung-Box Portmanteau dengan hipotesis sebagai berikut :

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ (Residual bersifat *white noise*)

$H_1 : \text{Minimal ada satu } \rho_m \neq 0, m = 1, 2, \dots, k$ (Residual tidak bersifat *white noise*)

Tabel 4.11 Hasil Uji Portmanteau Model GSTARI $(2,1)_1$

Lag	<i>p-value</i>	Keputusan
1	0,99	Terima H_0
2	1,00	Terima H_0
3	0,81	Terima H_0
4	0,77	Terima H_0

lanjutan Tabel 4.11.

Lag	<i>p-value</i>	Keputusan
5	0,78	Terima H_0
6	0,91	Terima H_0
7	0,97	Terima H_0
8	0,96	Terima H_0
9	0,97	Terima H_0
10	0,98	Terima H_0
11	0,98	Terima H_0
12	0,79	Terima H_0

Tabel 4.11 menunjukkan bahwa semua *lag* tidak signifikan, sehingga dapat disimpulkan bahwa residual model GSTARI $(2,1)_1$ bersifat *white noise* yang berarti tidak terdapat korelasi antar residual. Secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 15a. Setelah syarat *white noise*, selanjutnya dilakukan pengujian apakah residual mengikuti asumsi kenormalan (normal *multivariate*). Hasil pengujian normal multivariat dapat dilihat pada Lampiran 14b menunjukkan bahwa nilai d_i^2 yang kurang dari $\chi_{\alpha,df}^2$ ($=7,81$) sebanyak 0,98246 atau 98,246 %, karena angka tersebut lebih besar dari 50% sehingga dapat disimpulkan bahwa residual model GSTARI $(2,1)_1$ dengan bobot lokasi seragam telah memenuhi asumsi normal multivariat.

4.6.2 Penerapan Bobot Lokasi Invers Jarak

Bobot lokasi invers jarak digunakan dalam skripsi ini untuk melihat keterkaitan antar ketiga lokasi pengamatan data volume pemakaian air bersih berdasarkan jarak antar lokasi yang sebenarnya. Perhitungan dilakukan sesuai persamaan (2.38) yaitu dengan menggunakan posisi *latitude* dan *longitude* dari kedua lokasi yang akan dihitung jaraknya. Bobot lokasi invers jarak memberikan nilai koefisien yang kecil untuk jarak yang lebih jauh dan sebaliknya. Berikut merupakan bobot lokasi invers jarak :

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0,62390 & 0,37610 \\ 0,68241 & 0 & 0,31759 \\ 0,65933 & 0,34067 & 0 \end{bmatrix}$$

Hasil pendugaan parameter model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi invers jarak pada data volume pemakaian air bersih diketiga lokasi pada taraf signifikansi 5% adalah sebagai berikut.

Tabel 4.12 Pendugaan Parameter Model GSTARI (2,1)₁ dengan Bobot Lokasi Invers Jarak

Parameter	Nilai Dugaan	<i>p-value</i>	Keputusan
ϕ_{10}^1	-0,828	0,000	Tolak H ₀
ϕ_{10}^2	-0,358	0,012	Tolak H ₀
ϕ_{10}^3	-0,801	0,000	Tolak H ₀
ϕ_{11}^1	5,30	0,000	Tolak H ₀
ϕ_{11}^2	0,0104	0,649	Terima H ₀
ϕ_{11}^3	0,0697	0,008	Tolak H ₀
ϕ_{20}^1	-0,281	0,021	Tolak H ₀
ϕ_{20}^2	-0,188	0,216	Terima H ₀
ϕ_{20}^3	-0,450	0,001	Tolak H ₀
ϕ_{21}^1	3,90	0,003	Tolak H ₀
ϕ_{21}^2	0,0035	0,871	Terima H ₀
ϕ_{21}^3	0,0411	0,097	Terima H ₀

Tabel 4.12 dari pengujian parameter menunjukkan bahwa parameter dari model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi seragam tidak semua signifikan pada taraf signifikansi 5%. Secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 12. Berdasarkan persamaan (2.42) maka model GSTARI (2,1)₁ yang didapat dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} \phi_{10}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{10}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{10}^3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{11}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} +$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{pmatrix} \phi_{20}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{20}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{20}^3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{21}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{21}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -0,828 & 0 & 0 \\ 0 & -0,358 & 0 \\ 0 & 0 & -0,801 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} 5,30 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0104 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0697 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0,62390 & 0,37610 \\ 0,68241 & 0 & 0,31759 \\ 0,65933 & 0,34067 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} -0,281 & 0 & 0 \\ 0 & -0,188 & 0 \\ 0 & 0 & -0,450 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} 3,90 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0035 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0411 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0,62390 & 0,37610 \\ 0,68241 & 0 & 0,31759 \\ 0,65933 & 0,34067 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -0,8280 & 3,30667 & 1,99333 \\ 0,00710 & -0,3580 & 0,00330 \\ 0,04595 & 0,02374 & -0,8010 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \\
& \begin{pmatrix} -0,2810 & 2,43321 & 1,46679 \\ 0,00239 & -0,1880 & 0,00111 \\ 0,02710 & 0,01400 & -0,4500 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Setelah dijabarkan, maka diperoleh model persamaan sesuai dengan parameter untuk masing-masing lokasi sebagai berikut :

1. Model GSTARI $(2,1)_1$ dengan bobot lokasi invers jarak data volume pemakaian air bersih Kota Surabaya :

$$\nabla Z_1(t) = -0,828\nabla Z_1(t-1) + 3,30667\nabla Z_2(t-1) + 1,99333\nabla Z_3(t-1) - \\ 0,281\nabla Z_1(t-2) + 2,43321\nabla Z_2(t-2) + 1,46679\nabla Z_3(t-2) + a_1(t)$$

atau dalam bentuk data asli $(Z_1(t))$ sebagai berikut :

$$Z_1(t) = -0,828(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 3,30667(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) + \\ 1,99333(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) - 0,281(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\ 2,43321(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) + 1,46679(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ Z_1(t-1) + a_1(t)$$

2. Model GSTARI $(2,1)_1$ dengan bobot lokasi invers jarak data volume pemakaian air bersih Kabupaten Gresik :

$$\nabla Z_2(t) = 0,0071\nabla Z_1(t-1) - 0,358\nabla Z_2(t-1) + 0,0033\nabla Z_3(t-1) + \\ 0,00239\nabla Z_1(t-2) - 0,188\nabla Z_2(t-2) + 0,00111\nabla Z_3(t-2) + a_2(t)$$

atau dalam bentuk data asli $(Z_2(t))$ sebagai berikut :

$$Z_2(t) = 0,0071(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) - 0,358(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) + \\ 0,0033(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) + 0,00239(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) - \\ 0,188(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) + 0,00111(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ Z_2(t-1) + a_2(t)$$

3. Model GSTARI $(2,1)_1$ dengan bobot lokasi invers jarak data volume pemakaian air bersih Kabupaten Sidoarjo :

$$\nabla Z_3(t) = 0,04595\nabla Z_1(t-1) + 0,02374\nabla Z_2(t-1) - 0,801\nabla Z_3(t-1) + \\ 0,0271\nabla Z_1(t-2) + 0,014\nabla Z_2(t-2) - 0,45\nabla Z_3(t-2) + a_3(t)$$

atau dalam bentuk data asli $(Z_3(t))$ sebagai berikut :

$$Z_3(t) = 0,04595(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 0,02374(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) - \\ 0,801(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) + 0,0271(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\ 0,014(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) - 0,45(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ Z_3(t-1) + a_3(t)$$

Untuk mengetahui kebaikan model dalam analisis *time series* maka residual diisyaratkan saling independen, sehingga residual harus memenuhi asumsi *white noise*. Tabel 4.13 menunjukkan hasil pengujian *white noise* dengan menggunakan uji Ljung-Box Portmanteau dengan hipotesis sebagai berikut :

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ (Residual bersifat *white noise*)

$H_1 : \text{Minimal ada satu } \rho_m \neq 0, m = 1, 2, \dots, k$ (Residual tidak bersifat *white noise*)

Tabel 4.13 Hasil Uji Portmanteau Model GSTARI (2,1)₁

Lag	<i>p-value</i>	Keputusan
1	0,97	Terima H_0
2	1,00	Terima H_0
3	0,80	Terima H_0
4	0,76	Terima H_0
5	0,78	Terima H_0
6	0,91	Terima H_0
7	0,97	Terima H_0
8	0,96	Terima H_0
9	0,98	Terima H_0
10	0,98	Terima H_0
11	0,98	Terima H_0
12	0,78	Terima H_0

Tabel 4.13 menunjukkan bahwa semua *lag* tidak signifikan, sehingga dapat disimpulkan bahwa residual model GSTARI (2,1)₁ bersifat *white noise* yang berarti tidak terdapat korelasi antar residual. Secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 15b. Setelah syarat *white noise*, selanjutnya dilakukan pengujian apakah residual mengikuti asumsi kenormalan (normal *multivariate*). Hasil pengujian normal multivariat dapat dilihat pada Lampiran 14c menunjukkan bahwa nilai d_i^2 yang kurang dari $\chi_{\alpha,df}^2$ (=7,81) sebanyak 0,96491 atau 96,491 %, karena angka tersebut lebih besar dari 50% sehingga dapat disimpulkan bahwa residual model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi invers jarak telah memenuhi asumsi normal multivariat.

4.6.3 Penerapan Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang

Bobot korelasi silang yaitu bobot lokasi berdasarkan korelasi silang antar lokasi pada *lag* waktu yang sesuai. Penentuan *lag* berdasarkan orde struktur data deret waktu. Perhitungan bobot lokasi normalisasi korelasi silang sesuai pada persamaan (2.41) pada *lag* 2, karena orde struktur data deret waktu yang didapatkan yaitu VARIMA (2,1,0). Berikut merupakan matriks bobot lokasi normalisasi korelasi silang :

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0,61902 & 0,38098 \\ 0,07950 & 0 & 0,92050 \\ 0,05251 & 0,94749 & 0 \end{bmatrix}$$

Hasil pendugaan parameter model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang pada data volume pemakaian air bersih diketiga lokasi pada taraf signifikansi 5% adalah sebagai berikut.

Tabel 4.14 Pendugaan Parameter Model GSTARI (2,1)₁ dengan Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang

Parameter	Nilai Dugaan	<i>p-value</i>	Keputusan
ϕ_{10}^1	-0,828	0,000	Tolak H ₀
ϕ_{10}^2	-0,282	0,077	Terima H ₀
ϕ_{10}^3	-0,879	0,000	Tolak H ₀
ϕ_{11}^1	5,30	0,000	Tolak H ₀
ϕ_{11}^2	-0,106	0,329	Terima H ₀
ϕ_{11}^3	0,305	0,066	Terima H ₀
ϕ_{20}^1	-0,281	0,021	Tolak H ₀
ϕ_{20}^2	-0,092	0,561	Terima H ₀
ϕ_{20}^3	-0,458	0,002	Tolak H ₀
ϕ_{21}^1	3,90	0,003	Tolak H ₀
ϕ_{21}^2	-0,076	0,484	Terima H ₀
ϕ_{21}^3	0,227	0,160	Terima H ₀

Tabel 4.14 dari pengujian parameter menunjukkan bahwa parameter dari model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi seragam tidak semua signifikan pada taraf signifikansi 5%. Secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 13. Berdasarkan persamaan (2.42) maka model GSTARI (2,1)₁ yang didapat dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} &= \left\{ \begin{pmatrix} \phi_{10}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{10}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{10}^3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{11}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \\ &\quad \left\{ \begin{pmatrix} \phi_{20}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{20}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{20}^3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{21}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{21}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \\ &\quad \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -0,828 & 0 & 0 \\ 0 & -0,282 & 0 \\ 0 & 0 & -0,879 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \\ &\quad \begin{pmatrix} 5,30 & 0 & 0 \\ 0 & -0,106 & 0 \\ 0 & 0 & 0,305 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0,61902 & 0,38098 \\ 0,07950 & 0 & 0,92050 \\ 0,05251 & 0,94749 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \\ &\quad \begin{pmatrix} -0,281 & 0 & 0 \\ 0 & -0,092 & 0 \\ 0 & 0 & -0,458 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \\ &\quad \begin{pmatrix} 3,90 & 0 & 0 \\ 0 & -0,076 & 0 \\ 0 & 0 & 0,227 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0,61902 & 0,38098 \\ 0,07950 & 0 & 0,92050 \\ 0,05251 & 0,94749 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \\ &\quad \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \nabla Z_1(t) \\ \nabla Z_2(t) \\ \nabla Z_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,8280 & 3,28081 & 2,01919 \\ -0,00843 & -0,28200 & -0,09757 \\ 0,01602 & 0,28898 & -0,87900 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-1) \\ \nabla Z_2(t-1) \\ \nabla Z_3(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0,28100 & 2,41418 & 1,48582 \\ -0,00604 & -0,0920 & -0,06996 \\ 0,01192 & 0,21508 & -0,45800 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla Z_1(t-2) \\ \nabla Z_2(t-2) \\ \nabla Z_3(t-2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \end{pmatrix}$$

Setelah dijabarkan, maka diperoleh model persamaan sesuai dengan parameter untuk masing-masing lokasi sebagai berikut :

1. Model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang data volume pemakaian air bersih Kota Surabaya :

$$\begin{aligned} \nabla Z_1(t) = & -0,828\nabla Z_1(t-1) + 3,28081\nabla Z_2(t-1) + 2,01919\nabla Z_3(t-1) - \\ & 0,281\nabla Z_1(t-2) + 2,41418\nabla Z_2(t-2) + 1,48582\nabla Z_3(t-2) + a_1(t) \end{aligned}$$

atau dalam bentuk data asli ($Z_1(t)$) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Z_1(t) = & -0,828(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 3,28081(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) + \\ & 2,01919(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) - 0,281(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\ & 2,41418(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) + 1,48582(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ & Z_1(t-1) + a_1(t) \end{aligned}$$

2. Model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang data volume pemakaian air bersih Kabupaten Gresik :

$$\begin{aligned} \nabla Z_2(t) = & -0,00843\nabla Z_1(t-1) - 0,282\nabla Z_2(t-1) - 0,09757\nabla Z_3(t-1) - \\ & 0,00604\nabla Z_1(t-2) - 0,092\nabla Z_2(t-2) - 0,06996\nabla Z_3(t-2) + a_2(t) \end{aligned}$$

atau dalam bentuk data asli ($Z_2(t)$) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} Z_2(t) = & -0,00843(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) - 0,282(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) - \\ & 0,09757(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) - 0,00604(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) - \\ & 0,092(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) - 0,06996(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ & Z_2(t-1) + a_2(t) \end{aligned}$$

3. Model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang data volume pemakaian air bersih Kabupaten Sidoarjo :

$$\nabla Z_3(t) = 0,01602\nabla Z_1(t-1) + 0,28898\nabla Z_2(t-1) - 0,879\nabla Z_3(t-1) + \\ 0,01192\nabla Z_1(t-2) + 0,21508\nabla Z_2(t-2) - 0,458\nabla Z_3(t-2) + a_3(t)$$

atau dalam bentuk data asli ($Z_3(t)$) sebagai berikut :

$$Z_3(t) = 0,01602(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 0,28898(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) - \\ 0,879(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) + 0,01192(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\ 0,21508(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) - 0,458(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ Z_3(t-1) + a_3(t)$$

Untuk mengetahui kebaikan model dalam analisis *time series* maka residual diisyaratkan saling independen, sehingga residual harus memenuhi asumsi *white noise*. Tabel 4.15 menunjukkan hasil pengujian *white noise* dengan menggunakan uji Ljung-Box Portmanteau dengan hipotesis sebagai berikut :

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ (Residual bersifat *white noise*)

$H_1 : \text{Minimal ada satu } \rho_m \neq 0, m = 1, 2, \dots, k$ (Residual tidak bersifat *white noise*)

Tabel 4.15 Hasil Uji Portmanteau Model GSTARI (2,1)₁

Lag	<i>p-value</i>	Keputusan
1	0,57	Terima H_0
2	0,86	Terima H_0
3	0,53	Terima H_0
4	0,44	Terima H_0
5	0,48	Terima H_0
6	0,70	Terima H_0
7	0,84	Terima H_0
8	0,81	Terima H_0
9	0,89	Terima H_0
10	0,93	Terima H_0
11	0,95	Terima H_0
12	0,78	Terima H_0

Tabel 4.15 menunjukkan bahwa semua *lag* tidak signifikan, sehingga dapat disimpulkan bahwa residual model GSTARI (2,1)₁ bersifat *white noise* yang berarti tidak terdapat korelasi antar residual. Secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran 15c. Setelah syarat *white noise*, selanjutnya dilakukan pengujian apakah residual mengikuti asumsi kenormalan (normal *multivariate*). Hasil pengujian normal multivariat dapat dilihat pada Lampiran 14d menunjukkan bahwa nilai d_i^2 yang kurang dari $\chi_{\alpha,df}^2$ (=7,81) sebanyak 0,94737 atau 94,737 %, karena angka tersebut lebih besar dari 50% sehingga dapat disimpulkan bahwa residual model GSTARI (2,1)₁ dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang telah memenuhi asumsi normal multivariat.

4.7 Perbandingan dan Pemilihan Model Terbaik

Perbandingan ketepatan ramalan model terbaik berdasarkan apada nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) terkecil. Berikut adalah nilai RMSE untuk setiap model pada Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo.

Tabel 4.16 Nilai RMSE dan MSE untuk setiap Model pada Setiap Lokasi

Model	Lokasi			Rata-Rata	MSE
	Surabaya	Gresik	Sidoarjo	RMSE	
VARIMA(2,1,0)	698968	87980	104105	297018	8,822x10¹⁰
GSTARI (2,1)₁ Seragam	699735	87973	104193	297300	8,839x10 ¹⁰
GSTARI (2,1)₁ Invers Jarak	700306	87917	104155	297459	8,848x10 ¹⁰
GSTARI (2,1) Korelasi Silang	700597	88276	104280	297718	8,864x10 ¹⁰

Berdasarkan Tabel 4.16 menunjukkan bahwa model terbaik untuk data volume pemakaian air bersih untuk Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo adalah

model VARIMA (2,1,0) dengan nilai RMSE terkecil yaitu sebesar 297018. Model VARIMA (2,1,0) untuk ketiga lokasi sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Z_1(t) = & -0,82695(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 3,00014(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) + \\ & 2,38049(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) - 0,27855(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\ & 1,87798(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) + 1,92506(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ & Z_1(t-1) + a_1(t) \end{aligned}$$

Pemakaian air bersih di Kota Surabaya bulan ini dipengaruhi oleh pemakaian air bersih di Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo serta Kota Surabaya itu sendiri pada satu, dua dan tiga bulan sebelumnya. Kenaikan 1 liter selisih pemakaian air di Kota Surabaya antara satu dan dua bulan sebelumnya akan berpengaruh menurunkan pemakaian air bersih di Kota Surabaya bulan ini sebesar 0,82695 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Setiap peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Gresik antara satu dan dua bulan sebelumnya akan berpengaruh meningkatkan pemakaian air bersih di Kota Surabaya bulan ini sebesar 3,00041 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Untuk peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo antara satu dan dua bulan sebelumnya akan berpengaruh meningkatkan pemakaian air bersih di Kota Surabaya bulan ini sebesar 2,38049 liter dengan menganggap variabel lain tetap.

Peningkatan 1 liter selisih pemakaian air di Kota Surabaya antara dua dan tiga bulan sebelumnya akan berpengaruh menurunkan pemakaian air bersih di Kota Surabaya bulan ini sebesar 0,27855 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Setiap peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Gresik antara dua dan tiga bulan sebelumnya akan berpengaruh meningkatkan pemakaian air bersih di Kota Surabaya bulan ini sebesar 1,87798 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Untuk peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo antara dua dan tiga bulan sebelumnya akan berpengaruh meningkatkan pemakaian air bersih di Kota Surabaya bulan ini sebesar 1,92506 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Volume pemakaian air bersih di Kota Surabaya bulan ini sama dengan pemakaian air bersih di Kota Surabaya satu bulan sebelumnya dengan menganggap variabel lain tetap.

$$\begin{aligned}
Z_2(t) = & 0,01552(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) - 0,14730(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) - \\
& 0,24417(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) + 0,01178(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) - \\
& 0,06419(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) - 0,16489(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\
& Z_2(t-1) + a_2(t)
\end{aligned}$$

Pemakaian air bersih di Kab. Gresik bulan ini dipengaruhi oleh pemakaian air bersih di Kota Surabaya dan Kab. Sidoarjo serta Kab. Gresik itu sendiri pada satu, dua dan tiga bulan sebelumnya. Kenaikan 1 liter selisih pemakaian air di Kota Surabaya antara satu dan dua bulan sebelumnya akan berpengaruh meningkatkan pemakaian air bersih di Kab. Gresik bulan ini sebesar 0,01552 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Setiap peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Gresik antara satu dan dua bulan sebelumnya akan berpengaruh menurunkan pemakaian air bersih di Kab. Gresik bulan ini sebesar 0,14730 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Untuk peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo antara satu dan dua bulan sebelumnya akan berpengaruh menurunkan pemakaian air bersih di Kab. Gresik bulan ini sebesar 0,24417 liter dengan menganggap variabel lain tetap.

Peningkatan 1 liter selisih pemakaian air di Kota Surabaya antara dua dan tiga bulan sebelumnya akan berpengaruh meningkatkan pemakaian air bersih di Kab. Gresik bulan ini sebesar 0,01178 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Setiap peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Gresik antara dua dan tiga bulan sebelumnya akan berpengaruh menurunkan pemakaian air bersih di Kab. Gresik bulan ini sebesar 0,06419 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Untuk peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo antara dua dan tiga bulan sebelumnya akan berpengaruh menurunkan pemakaian air bersih di Kab. Gresik bulan ini sebesar 0,16489 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Volume pemakaian air bersih di Kab. Gresik bulan ini sama dengan pemakaian air bersih di Kab. Gresik satu bulan sebelumnya dengan menganggap variabel lain tetap.

$$Z_3(t) = 0,04498(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 0,16827(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) -$$

$$0,84209(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) + 0,02855(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\ 0,13521(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) - 0,47948(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\ Z_3(t-1) + a_3(t)$$

Pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo bulan ini dipengaruhi oleh pemakaian air bersih di Kota Surabaya dan Kab. Gresik serta Kab. Sidoarjo itu sendiri pada satu, dua dan tiga bulan sebelumnya. Kenaikan 1 liter selisih pemakaian air di Kota Surabaya antara satu dan dua bulan sebelumnya akan berpengaruh meningkatkan pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo bulan ini sebesar 0,04498 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Setiap peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Gresik antara satu dan dua bulan sebelumnya akan berpengaruh meningkatkan pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo bulan ini sebesar 0,16827 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Untuk peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo antara satu dan dua bulan sebelumnya akan berpengaruh menurunkan pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo bulan ini sebesar 0,84209 liter dengan menganggap variabel lain tetap.

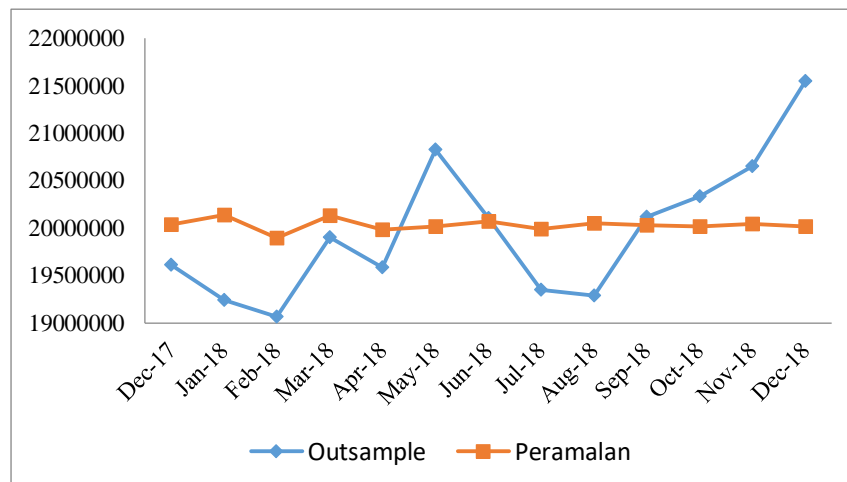
Peningkatan 1 liter selisih pemakaian air di Kota Surabaya antara dua dan tiga bulan sebelumnya akan berpengaruh meningkatkan pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo bulan ini sebesar 0,02855 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Setiap peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Gresik antara dua dan tiga bulan sebelumnya akan berpengaruh meningkatkan pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo bulan ini sebesar 0,13521 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Untuk peningkatan 1 liter selisih pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo antara dua dan tiga bulan sebelumnya akan berpengaruh menurunkan pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo bulan ini sebesar 0,47948 liter dengan menganggap variabel lain tetap. Volume pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo bulan ini sama dengan pemakaian air bersih di Kab. Sidoarjo satu bulan sebelumnya dengan menganggap variabel lain tetap.

4.8 Peramalan dengan Model Terbaik

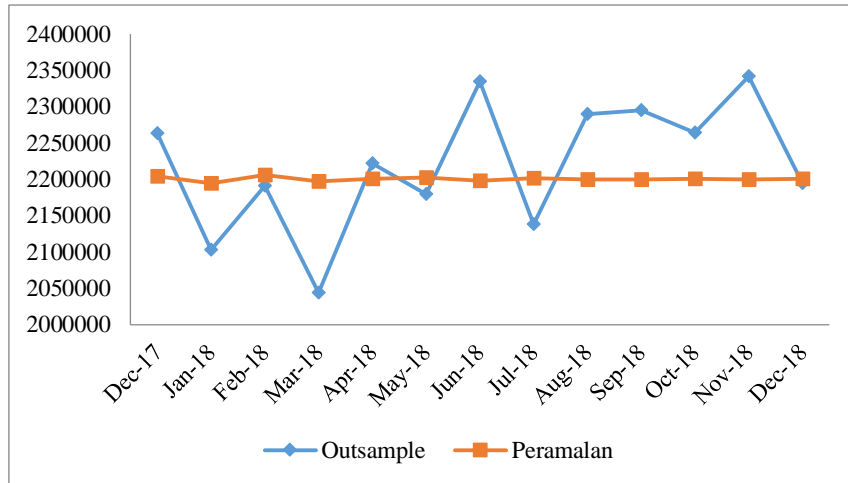
Berdasarkan model peramalan terbaik yang diperoleh adalah VARIMA (2,1,0). Peramalan 1 bulan kedepan yaitu menggunakan data volume pemakaian air bersih satu, dua dan tiga bulan terakhir pada masing-masing lokasi. Sebagai contoh, data volume pemakaian air bersih Kota Surabaya bulan September (57), Oktober (58), November (59) tahun 2017 digunakan untuk meramalkan volume pemakaian air bersih pada bulan Desember (60) 2017 dengan menggunakan model yang sudah diperoleh sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Z_1(60) &= -0,82695(Z_1(59) - Z_1(58)) + 3,00014(Z_2(59) - Z_2(58)) + \\
 & 2,38049(Z_3(59) - Z_3(58)) - 0,27855(Z_1(58) - Z_1(57)) + \\
 & 1,87798(Z_2(58) - Z_2(57)) + 1,92506(Z_3(58) - Z_3(57)) + Z_1(59) \\
 &= -0,82695(19807291 - 20318469) + 3,00014(2208382 - 2151942) + \\
 & 2,38049(2710225 - 2651729) - 0,27855(20318469 - 19839348) + \\
 & 1,87798(2151942 - 2261404) + 1,92506(2651729 - 2735812) + \\
 & 19807291 \\
 &= 20037698
 \end{aligned}$$

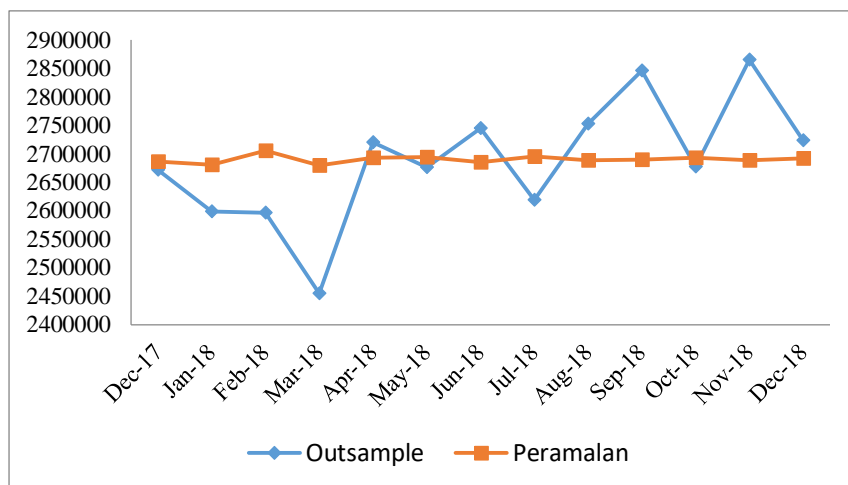
Berdasarkan hasil peramalan volume pemakaian air bersih di Kota Surabaya pada bulan Desember 2017 didapatkan hasil sebesar 2003798 m³, sedangkan pemakaian sesungguhnya pada bulan Desember 2017 sebesar 19613695 m³. Secara lengkap hasil peramalan dapat dilihat pada Lampiran 18. Berikut adalah plot yang menunjukkan perbandingan data *outsample* atau aktual dengan data hasil peramalan.



Gambar 4.8 Plot data *outsample* dan hasil peramalan Volume Pemakaian Air Bersih Kota Surabaya



Gambar 4.9 Plot data *outsample* dan hasil peramalan Volume Pemakaian Air Bersih Kabupaten Gresik



Gambar 4.10 Plot data *outsample* dan hasil peramalan Volume Pemakaian Air Bersih Kabupaten Sidoarjo

Ketiga gambar diatas menunjukkan perbandingan data outsample dan peramalan di ketiga lokasi yaitu Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo. Berdasarkan plot terlihat bahwa hasil peramalan di ketiga lokasi cenderung konstan mendekati rata-rata setelah bulan Maret tahun 2018. Hal ini telah dijelaskan oleh Cryer (2005) dalam bukunya yang menyatakan bahwa $Z_t(l) \approx \mu$ untuk l yang besar.

BAB V**PENUTUP****5.1 Kesimpulan**

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada skripsi ini, dapat diberikan kesimpulan sebagai berikut :

1. Volume pemakaian air bersih di ketiga lokasi yaitu Kota Surabaya (Z_1), Kabupaten Gresik (Z_2) dan Kabupaten Sidoarjo (Z_3) mengalami peningkatan setiap tahunnya. Konsumsi air bersih Kota Surabaya memiliki rata-rata jauh diatas Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo yaitu sebesar 18292810 m³, Kab. Sidoarjo memiliki rata-rata pemakaian air bersih sebesar 2398857 m³ dan Kab. Gresik memiliki rata-rata yaitu 1929101 m³.
2. Model VARIMA yang terpilih berdasarkan nilai AICC terkecil adalah VARIMA (2,1,0). Orde waktu model GSTARIMA ditentukan berdasarkan orde model VARIMA sedangkan orde spasial dibatasi dengan orde satu sehingga model GSTARIMA yang digunakan adalah GSTARI (2,1)₁ dengan penerapan tiga bobot lokasi yaitu bobot lokasi seragam, invers jarak dan normalisasi korelasi silang.
3. Berdasarkan perbandingan model VARIMA dan GSTARIMA maka model terbaik berdasarkan nilai RMSE terkecil yaitu sebesar 297018 adalah VARIMA (2,1,0). Model persamaan untuk masing-masing lokasi dapat dituliskan sebagai berikut :

a. Kota Surabaya

$$\begin{aligned}
 Z_1(t) = & -0,82695(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 3,00014(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) + \\
 & 2,38049(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) - 0,27855(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\
 & 1,87798(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) + 1,92506(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\
 & Z_1(t-1) + a_1(t)
 \end{aligned}$$

b. Kabupaten Gresik

$$\begin{aligned}
Z_2(t) = & 0,01552(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) - 0,14730(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) - \\
& 0,24417(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) + 0,01178(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) - \\
& 0,06419(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) - 0,16489(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\
& Z_2(t-1) + a_2(t)
\end{aligned}$$

c. Kabupaten Sidoarjo

$$\begin{aligned}
Z_3(t) = & 0,04498(Z_1(t-1) - Z_1(t-2)) + 0,16827(Z_2(t-1) - Z_2(t-2)) - \\
& 0,84209(Z_3(t-1) - Z_3(t-2)) + 0,02855(Z_1(t-2) - Z_1(t-3)) + \\
& 0,13521(Z_2(t-2) - Z_2(t-3)) - 0,47948(Z_3(t-2) - Z_3(t-3)) + \\
& Z_3(t-1) + a_3(t)
\end{aligned}$$

5.2 Saran

Dalam pembahasan skripsi ini banyak sekali hambatan yang dihadapi penulis, seperti data yang diambil di lapangan tidak sesuai dengan model yang diharapkan dan minim pengenalan software SAS kepada mahasiswa Statistika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga. Oleh karena itu, pembahasan skripsi selanjutnya diharapkan software SAS lebih dikenalkan dan pemilihan metode yang lebih tepat agar model yang dihasilkan bisa sesuai dengan kenyataan.

Untuk penggunaan *time series multivariate* selanjutnya agar lebih memperhatikan asumsi dalam analisis *multivariate* seperti hubungan antara variabel secara nyata.

DAFTAR PUSTAKA

- Abraham B. and Johannes L., 2005, *Statistical Methods for Forecasting*, A. Jhon Wiley & Sons Inc, New York.
- Affandy T.C., 2014, *Pemodelan Vector Autoregressive (VAR) dan Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) data inflasi di Kota Jayapura, Kota Sorong dan Kabupaten Manokwari*, *Tesis*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Alahabsji, Syamsudin dan Soedtoto, 2001, *Kedudukan dan Peranan Perusahaan Daerah dalam Pelaksanaan yang Nyata dan Bertanggungjawab*, Universitas Brawijaya, Jawa Timur.
- Anonim, <http://pdam.gresikkab.go.id/hal-tentang-giri-tirta.html#sthash.jXFKbLiV.dpbs>, 27 Desember 2018.
- Anonim, <https://www.latlong.net/place/surabaya-east-java-indonesia-3387.html>, 13 April 2018.
- Anonim, 2018, *Profil Perusahaan Daerah Air Minum Delta Tirta Kabupaten Sidoarjo Tahun 2018*, PDAM Delta Tirta, Sidoarjo.
- Anonim, 2017, *Profil Perusahaan Daerah Air Minum Giri Tirta Kabupaten Gresik Tahun 2017*, PDAM Giri Tirta, Gresik.
- Anonim, 2017, *Profil Perusahaan Daerah Air Minum Surya Sembada Kota Surabaya Tahun 2018*, PDAM Surya Sembada, Surabaya.
- Awaluddin F.F., 2015, *Permasalahan Pencemaran dan Penyediaan Air Bersih di Perkotaan dan Pedesaan*, Researchgate.net.
- Borovkova S., Lopuhaa H.P., dan Ruchjana B.N., 2002, Generalized STAR model with Experimental Weights, *Proceedings of the 17th International Workshop on Statistical Modeling*. 139-147.
- Borovkova S., Lopuhaa H.P., dan Ruchjana B.N., 2008, Consistency and asymptotic normality of least squares estimators in generalized STAR models, *Journal Compilation Statistica Neerlandica*, **62** : 482-500.
- Box, G.E.P, Jenkins, G.M and Reinsel, G.C., 1994, *Time Series Analysis Forecasting and Control*, 3th Edition, PrenticeHall, Inc, USA.
- Cressie N.A.C.,1993, *Statistics for Spatial Data*, John Wiley and Sons Inc, New York

- Chang P.C., Wang Y.W., dan Liu C.H., 2007, The Development of a Weighted Evolving Fuzzy Neural, *Expert System with Applications*, pp : 86-96.
- Cryer, J.D., 1986, *Time Series Analysis*, PWS-Kent Publishing Co : Boston.
- Cryer J.D., dan Chan K., 2008, *Time Series Analysis with Application in R*, 2nd Edition, Springer Science+Business Media, New York.
- Gujarati, N.D., 1978, *Ekonometrika Dasar*, Terjemahan Julius A. Mulyadi, Erlangga, Jakarta.
- Hariyanti L, 2016, *Statistik Air Bersih Jawa Timur 2015/2016*, BPS Jawa Timur, Surabaya.
- Johnson R.A., dan Wichern D.W., 2007, *Applied Multivariate Statistical Analysis Sixth Edition*, Pearson Education Inc, New Jersey.
- Kostenko A.V., da Hyndman R.J., *Forecasting without significance tests ?*, 2008.
- Lee J., dan Wong D.W.S., 2001, *Spatial Analysis Archview GIS*, John Wiley and Sons Inc, New York.
- LeSage J.P., 1998, *Spatial Econometrics*, Department of Economics University of Toledo, USA.
- Makridakis, S., dan Wheelwright, S.C., 1999, *Metode dan Aplikasi Peramalan*, Edisi Ke-2, Terjemahan Hari Suminto, Binarupa Aksara, Jakarta.
- Pfeifer P.E., dan Deutsch S.J., 1980a, A Three Stage Iterative Procedure for Space Time Modelling, *Technometrics*, **22** : 35-47.
- Pfeifer P.E., dan Deutsch S.J., 1980b, Identification and Interpretation of First Order Space-Time ARMA Models, *Technometrics*, **22** : 397-404.
- Prihantoro D, <https://www.arcgis.com/home/webmap/viewer.html?webmap=817c55e9cccb42c9b4951245690a5fa5>, 24 April 2019.
- Jajeli R., <https://news.detik.com/berita-jawa-timur/d-3463712/konsumsi-air-di-kota-surabaya-tertinggi-dibandingkan-nasional>, 27 Desember 2018.
- Setiawan A, 2015, Kajian Model VARIMA dan GSTARIMA untuk Peramalan Inflasi Bulanan, *Tesis*, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Shofinda F., 2017, Pemodelan *Generalize Space Time Autoregressive Moving Avaragre* (GSTARIMA) dengan Bobot Lokasi Seragam, Invers Jarak, dan Normalisasi Korelasi Silang (Studi Kasus pada Data Infalsi Tujuh Kota/Kabupaten di Jawa Timur), *Tugas Akhir*, Universitas Brawijaya, Malang.

- Suhartono, 2005, Perbandingan antara model GSTAR dan VARIMA untuk Peramalan Data Deret Waktu dan Lokasi. *Prosiding Seminar Nasional Statistika*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Suhartono dan Atok R.M., 2006, Pemilihan Bobot Lokasi yang Optimal pada Model GSTAR, *Prosiding Konferensi Matematika XIII*. Universitas Negeri Semarang, Semarang.
- Suhartono dan Subanar, 2006, The Optimal Determination of Space Weight in GSTAR Model by using Cross-Correlation Inference, *Journal Devoted the Mathematical and Statistical Application in Various*, **2** : 45-53.
- Tsay R.S., 2005. *Analysis of Financial Time Series Second Edition*. John Wiley and Sons Inc, New Jersey.
- Wei, William W.S., 2006, *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods Second Edition*, Pearson Education Inc, USA.
- Wutsqa D.U., Suhartono, dan Sutijo B., Generalized Space-Time Autoregressive Modelling, *Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA 2010)*. Universiti Tunku Abdul Rahman, Kuala Lumpur, Malaysia.

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1. Surat Persetujuan Permohonan Data

PERUSAHAAN DAERAH AIR MINUM
SURYA SEMBADA
KOTA SURABAYA

LEMBAR DISPOSISI

Surat dari: Universitas Airlangga Fak Sains dan Teknologi s.d. Muli IKBAL	Diterima tanggal: 02 Januari 2019
Nomor: 6912/UN31.3/KP/2018	Nomor Agenda: 072.08.PDAM/2019
Hal: Permohonan Data	Dikirim Pakai: -

Diposisi Kepada:	
1. Direktur Operasi	
2. Direktur Pelayanan	
3. Direktur Keuangan	
4. Sekretaris Perusahaan	
5. MS. Satuan Pengawas Internal	
6. MS. Perencanaan & Pengembangan	
7.	
8.	
9.	
10.	


Diperiksa Oleh: Sekretaris Perusahaan

Paraf:	
Tanggal:	
No. Agenda:	

Tindak Lanjut Disposisi:

1. Teliti dan cek
2. Tindak lanjut segera
3. Hasilnya laporkan
4. Simpan sebagai arsip
5. Tindak lanjut sesuai ketentuan
- 6.

Proses selanjutnya:



PDAM Surya Sembada Surabaya

PEMERINTAH KABUPATEN GRESEK
PERUSAHAAN DAERAH AIR MINUM GIRI TIRTA
Jl. Raya Permata No. 07 Perumahan Graha Banker Awi - Girsek 61122
Telepon 031-3956147/3956338 Fax. 031-3956355

PDAM Giri Tirta
GRESEK

Gresek, 11 Januari 2019

Nomor: 800/18/1437.82.209/2019
Sifat: -
Lampiran: 1(satu) lembar
Pewah: Permohonan Data

Kepada: Yth. Universitas Airlangga
Fakultas Sains dan Teknologi
Kampus C Mulyorejo
Gd. Surabaya

Menindaklanjuti Surat Nomor: 6914/UN31.3/PP/2018 tanggal 26 Desember 2018 perihal Permohonan Data dalam rangka penyusunan Skripsi, guna memenuhi salah satu mata kuliah wajib tempuh yang dilakukan oleh:

Nama: MUH. IKBAL
NIM: 081511833004
Judul: Perbandingan Model Vector Autoregressive Integrated Moving Average dengan Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average untuk Peramalan Volume Pemakaian Air Bersih di Jawa Timur

Maka bersama ini disampaikan bahwa pada prinsipnya Perusahaan Daerah Air Minum Giri Tirta Kabupaten Gresik tidak keberatan, namun harus mengikuti peraturan yang berlaku di PDAM Giri Tirta Kabupaten Gresik dan setelah melakukan penelitian/survei/research agar menyerahkan 1(satu) buku hasil penelitian/survei/research kepada PDAM Giri Tirta Kab. Gresik melalui Satuan Penelitian & Pengembangan PDAM Giri Tirta Kab. Gresik. Demikian untuk menjadi perhatian dan dilaksanakan.

DIREKSI PERUSAHAAN DAERAH AIR MINUM
GIRI TIRTA KABUPATEN GRESEK
DIREKTUR UTAMA
SITI AMINATUS ZARIYAH, SE

Tembusan disampaikan kepada Yth:

1. Kepala Sekretariat PDAM Giri Tirta Kab. Gresik,
2. Kepala Bagian Keuangan PDAM Giri Tirta Kab. Gresik,
3. Pirsangal.

PDAM Giri Tirta Gresik

PDAM DELTA TIRTA SIDOARJO

Nomor: 693/183/438.6.1/2019
Sifat: Dana
Lampiran: -
Hal: Permintaan Data dan Wawancara

Sidoarjo, 25 Januari 2019

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga
Surabaya

Mengperhatikan surat dan Bakesbangpol Kab Sidoarjo Nomor: 072/47438/5/2019, tanggal 11 Januari 2019, perihal Permintaan Data dan Wawancara.

Sehubungan hal tersebut di atas, PDAM Delta Tirta Kabupaten Sidoarjo tidak keberatan untuk digunakan sebagai tempat Permintaan Data dan Wawancara dari Mahasiswa Saudara mulai tanggal 28 Januari 2019 s.d 30 April 2019. Adapun nama Mahasiswa tersebut sebagai berikut:

No.	Nama	JURUSAN	TEMPAT
1	Muhammad Iqbal	Statistika	Hublang dan Litbang

Untuk persyaratan antara lain:

- Mematuhi tata tertib yang berlaku di perusahaan
- Memiliki seragam Mahasiswa/Seragam Praktek

Demikian untuk mendapatkan pertimbangannya.

Pjs. Direktur Administrasi dan Keuangan
SITI AMINATUS ZARIYAH, SE

Tembusan:

1. Direksi
2. Koord. SPI

Jln. Pahlawan No. 1 Sidoarjo - Tlp (031) - 8942866 - Fax (031) 8932076

PDAM Delta Tirta Sidoarjo

Lampiran 2. Data Volume Pemakaian Air Bersih (m³) Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
2013	Januari	16501095	1416121	2155200
	Februari	16671896	1452848	2181783
	Maret	16462711	1414479	1992057
	April	16432310	1569918	2151556
	Mei	16228237	1638786	2173719
	Juni	17566299	1808972	2175617
	Juli	16647524	1640539	2038063
	Agustus	15876112	1648162	2253309
	September	17710178	1685564	2150368
	Oktober	17243042	1760235	2221828
	Nopember	18353602	1825755	2354935
	Desember	17956844	1757798	2228255
2014	Januari	17130961	1774518	2194479
	Februari	17461366	1673394	2183710
	Maret	17232034	1590610	2018306
	April	16854766	1716162	2185395
	Mei	18296197	1731082	2210918
	Juni	18281497	1788080	2309249
	Juli	17895745	1763618	2211417
	Agustus	17043251	1828020	2299906
	September	18395321	1788979	2255611
	Oktober	17874409	1891034	2320920
	Nopember	19216393	1963098	2424302
	Desember	19133349	1880774	2292833
2015	Januari	18525615	1918302	2375566
	Februari	18278186	1857702	2314755
	Maret	17737726	1847723	2153006
	April	17904982	2032672	2416843
	Mei	18328189	2022792	2355872
	Juni	18267462	1911709	2411869
	Juli	18165111	1885861	2330956
	Agustus	18081884	2024910	2435463
	September	18575293	2029159	2491509
	Oktober	19246095	2081275	2519395
	Nopember	18860232	2085963	2589283
	Desember	19502493	2037613	2507361

IR - PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
2016	Januari	18875118	2116004	2619379
	Februari	19297714	2003676	2585151
	Maret	19082621	1956367	2439601
	April	18559253	2030607	2658036
	Mei	18526971	2051056	2564799
	Juni	19979405	2027613	2587912
	Juli	17738894	2118541	2666208
	Agustus	20242168	2121255	2430915
	September	18602160	2111600	2644884
	Oktober	19528844	2140707	2589946
	Nopember	19252500	2093390	2579378
	Desember	19252437	2175748	2583484
2017	Januari	19183595	2190503	2567753
	Februari	18485043	2214717	2527879
	Maret	18141686	2077939	2372058
	April	18584203	2191984	2607314
	Mei	18684337	2065910	2562645
	Juni	18987713	2067878	2622152
	Juli	17246520	2204838	2503563
	Agustus	19800236	2156373	2563511
	September	19839348	2261404	2735812
	Oktober	20318469	2151942	2651729
	Nopember	19807291	2208382	2710225
	Desember	19613695	2263425	2671494
2018	Januari	19238805	2102993	19238805
	Februari	19065956	2191065	19065956
	Maret	19904376	2044477	19904376
	April	19584315	2222203	19584315
	Mei	20827510	2180186	20827510
	Juni	20104472	2334779	20104472
	Juli	19351203	2138686	19351203
	Agustus	19291709	2290125	19291709
	September	20121899	2295386	20121899
	Oktober	20334300	2264703	20334300
	Nopember	20653164	2342571	20653164
	Desember	21548510	2194867	21548510

Sumber :

PDAM Surya Sembada Kota Surabaya

PDAM Giri Tirta Kab. Gresik

PDAM Delta Tirta Kab. Sidoarjo

Lampiran 3. Hasil *First Difference* pada Data Volume Pemakaian Air Bersih di Kota Surabaya, Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
2013	Januari	*	*	*
	Februari	170801	36727	26583
	Maret	-209185	-38369	-189726
	April	-30401	155439	159499
	Mei	-204073	68868	22163
	Juni	1338062	170186	1898
	Juli	-918775	-168433	-137554
	Agustus	-771412	7623	215246
	September	1834066	37402	-102941
	Oktober	-467136	74671	71460
	Nopember	1110560	65520	133107
	Desember	-396758	-67957	-126680
2014	Januari	-825883	16720	-33776
	Februari	330405	-101124	-10769
	Maret	-229332	-82784	-165404
	April	-377268	125552	167089
	Mei	1441431	14920	25523
	Juni	-14700	56998	98331
	Juli	-385752	-24462	-97832
	Agustus	-852494	64402	88489
	September	1352070	-39041	-44295
	Oktober	-520912	102055	65309
	Nopember	1341984	72064	103382
	Desember	-83044	-82324	-131469
2015	Januari	-607734	37528	82733
	Februari	-247429	-60600	-60811
	Maret	-540460	-9979	-161749
	April	167256	184949	263837
	Mei	423207	-9880	-60971
	Juni	-60727	-111083	55997
	Juli	-102351	-25848	-80913
	Agustus	-83227	139049	104507
	September	493409	4249	56046
	Oktober	670802	52116	27886
	Nopember	-385863	4688	69888
	Desember	642261	-48350	-81922
2016	Januari	-627375	78391	112018

IR - PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
	Februari	422596	-112328	-34228
	Maret	-215093	-47309	-145550
	April	-523368	74240	218435
	Mei	-32282	20449	-93237
	Juni	1452434	-23443	23113
	Juli	-2240511	90928	78296
	Agustus	2503274	2714	-235293
	September	-1640008	-9655	213969
	Oktober	926684	29107	-54938
	Nopember	-276344	-47317	-10568
	Desember	-63	82358	4106
2017	Januari	-68842	14755	-15731
	Februari	-698552	24214	-39874
	Maret	-343357	-136778	-155821
	April	442517	114045	235256
	Mei	100134	-126074	-44669
	Juni	303376	1968	59507
	Juli	-1741193	136960	-118589
	Agustus	2553716	-48465	59948
	September	39112	105031	172301
	Oktober	479121	-109462	-84083
	Nopember	-511178	56440	58496
	Desember	-193596	55043	-38731

Lampiran 4. Residual Model VARIMA (2,1,0)

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
2013	Januari	*	*	*
	Februari	*	*	*
	Maret	*	*	*
	April	290796,9	111437,1	18501,92
	Mei	-696216	99898,23	51877,51
	Juni	302506,7	225544,6	74479,65
	Juli	-556207	-153189	-217638
	Agustus	-648967	-41039,5	108779,4
	September	986074,6	80383,97	94781,35
	Oktober	538829,5	71648,97	20183,75
	Nopember	968935,1	65038,97	94951,78
	Desember	-399726	-20962	-38065,9
2014	Januari	-718479	-4992,49	-87914
	Februari	-61346,3	-114667	-45101,3
	Maret	176489,4	-100204	-167195
	April	377866,2	64371,43	51125,76
	Mei	765020,8	50181,29	100502,6
	Juni	409243,5	83111,36	126388,5
	Juli	-478628	-3642,43	-54890,7
	Agustus	-1165643	62943,65	67433,73
	September	370058,3	-7875,1	25141,2
	Oktober	291000,1	93271,92	31821,56
	Nopember	984777	85390,53	110074,5
	Desember	101926,7	-43837,7	-84513,2
2015	Januari	-77004,7	453,6066	-8875,57
	Februari	-674972	-51423,2	-19656,2
	Maret	-817530	-6703,63	-139685
	April	297251,9	141370,5	139719
	Mei	-441843	58243,53	61782,94
	Juni	-344617	-80588,1	84003,04
	Juli	301206,6	-43268,3	-52316,1
	Agustus	186192,6	119891,8	88926,89
	September	-65565,4	37744,84	92016,94
	Oktober	447165,7	85907,05	85857,59
	Nopember	-32313,3	12464,57	66639,89
	Desember	178036,1	-24564,9	-19330
2016	Januari	-7010,7	57668,48	66171,68

IR - PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
	Februari	-170647	-87870,3	24050,6
	Maret	15238,49	-47878	-113457
	April	181729,6	17238,31	100215,5
	Mei	-898670	68339,79	44502,9
	Juni	880632,4	4252,964	52249,53
	Juli	-892017	56895,63	-10175
	Agustus	595410,9	55194,58	-111098
	September	36464,89	-60417,4	-8009,25
	Oktober	235237,9	37270,73	15981,64
	Nopember	-317164	-16845	47310,72
	Desember	247753,4	58989,99	-41135,3
2017	Januari	-293525	26365,37	-16908,7
	Februari	-924889	29579,14	-61672,3
	Maret	-915353	-132942	-169624
	April	776566,2	64388,1	140051,4
	Mei	25086,94	-89128,9	67926,5
	Juni	326962,5	11835,45	123348,8
	Juli	-1287229	130433,6	-89686
	Agustus	951492,2	-23858,7	34962,93
	September	1639677	82644,51	90403,32
	Oktober	473146,6	-75836,1	3965,353
	Nopember	-104450	47041,66	51855,85
	Desember	-424000	59038,21	-15171,1

Lampiran 5. Residual Model GSTAR (2,1)₁ dengan Bobot Lokasi Seragam

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
2013	Januari	*	*	*
	Februari	*	*	*
	Maret	*	*	*
	April	297336	128663	5387
	Mei	-684644	95772	47963
	Juni	282699	202205	77305
	Juli	-510120	-123426	-209709
	Agustus	-705334	-39346	95200
	September	922097	-7868	55771
	Oktober	551765	59399	2814
	Nopember	983390	77736	92837
	Desember	-432292	-58655	-47617
2014	Januari	-733907	-15880	-104737
	Februari	-66484	-123937	-64014
	Maret	112039	-138313	-195998
	April	377088	57803	18049
	Mei	763396	24865	87678
	Juni	377490	56017	116987
	Juli	-482371	-24873	-66382
	Agustus	-1183554	46832	53624
	September	349807	-37459	12301
	Oktober	256310	72105	12805
	Nopember	1008840	81020	101376
	Desember	77648	-66722	-89547
2015	Januari	-90923	-860	-25962
	Februari	-692092	-80632	-40956
	Maret	-862498	-44296	-161624
	April	312378	152857	120638
	Mei	-449740	31457	60041
	Juni	-375108	-105090	80080
	Juli	234339	-89322	-84793
	Agustus	181660	89118	56948
	September	-51968	27888	86773
	Oktober	402505	54317	78466
	Nopember	-29298	-1668	53064
	Desember	144547	-57880	-32873
2016	Januari	-29562	37761	42472

IR - PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
	Februari	-174390	-112440	10184
	Maret	-56073	-96419	-139558
	April	193269	16919	70293
	Mei	-936875	18893	27333
	Juni	868523	-23285	41857
	Juli	-913712	57077	-28997
	Agustus	596906	19265	-119548
	September	50659	-23433	-15682
	Oktober	192536	9693	506
	Nopember	-335065	-63282	25553
	Desember	222451	49714	-58879
2017	Januari	-281060	14411	-30218
	Februari	-942720	23265	-68603
	Maret	-922654	-143046	-180887
	April	728552	51264	113210
	Mei	11898	-134550	44534
	Juni	256403	-45114	98400
	Juli	-1303334	91358	-122119
	Agustus	1001526	-11266	38303
	September	1576082	79124	77412
	Oktober	489872	-105990	-10379
	Nopember	-158620	12383	29816
	Desember	-419610	35867	-36902

Lampiran 6. Residual Model GSTAR (2,1)₁ dengan Bobot Lokasi Invers Jarak

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
2013	Januari	*	*	*
	Februari	*	*	*
	Maret	*	*	*
	April	208312	128832	6463
	Mei	-761941	96174	50090
	Juni	263512	203894	79323
	Juli	-648345	-125114	-205449
	Agustus	-754576	-38255	95084
	September	1081297	-5961	51697
	Oktober	568898	56899	3008
	Nopember	896020	76655	95093
	Desember	-390300	-59241	-47345
2014	Januari	-732698	-16272	-104980
	Februari	-114680	-122349	-63940
	Maret	164134	-137613	-198269
	April	378066	56820	16324
	Mei	746877	25632	88279
	Juni	408896	54875	117351
	Juli	-464778	-26402	-65983
	Agustus	-1195810	47900	53831
	September	338353	-35289	12603
	Oktober	277055	71190	12199
	Nopember	969227	80083	102763
	Desember	79941	-67524	-88420
2015	Januari	-105134	-2103	-26107
	Februari	-683105	-79761	-41647
	Maret	-819798	-42761	-162924
	April	229463	153523	121161
	Mei	-479836	32334	61892
	Juni	-358934	-104763	81030
	Juli	322345	-89620	-87806
	Agustus	236868	88484	54978
	September	-104292	28234	88599
	Oktober	425517	54730	78869
	Nopember	-25705	-3437	53504
	Desember	175505	-57443	-33129
2016	Januari	208312	128832	6463

IR - PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
	Februari	-7646	37038	41437
	Maret	-174609	-112202	10465
	April	30507	-95743	-141868
	Mei	174314	15732	69185
	Juni	-891818	20296	26614
	Juli	883141	-22086	42369
	Agustus	-941898	54686	-29127
	September	609323	21564	-118867
	Oktober	-85499	-24840	-13327
	Nopember	202283	9969	-84
	Desember	-259690	-62956	24521
2017	Januari	205599	49297	-59181
	Februari	-309661	14489	-29417
	Maret	-992438	24062	-67388
	April	-967464	-141532	-180068
	Mei	711950	52847	111732
	Juni	71592	-135443	43439
	Juli	381274	-45015	95882
	Agustus	-1228101	89904	-124373
	September	875746	-8576	41810
	Oktober	1532751	77900	77654
	Nopember	554139	-109454	-10387
	Desember	-94918	12164	28253

Lampiran 7. Residual Model GSTAR (2,1)₁ dengan Bobot Lokasi Normalisasi
Korelasi Silang

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
2013	Januari	*	*	*
	Februari	*	*	*
	Maret	*	*	*
	April	212179	108489	-6403
	Mei	-759111	87776	26143
	Juni	263491	193148	28939
	Juli	-643202	-124503	-224399
	Agustus	-752407	-59293	90218
	September	1075091	1135	64814
	Oktober	568310	79467	31104
	Nopember	899412	74737	89090
	Desember	-392430	-40343	-39902
2014	Januari	-732591	-18304	-101353
	Februari	-112504	-146299	-86497
	Maret	162356	-137571	-175967
	April	378864	53882	46332
	Mei	747386	20687	71258
	Juni	407289	74550	131603
	Juli	-465619	-9321	-52077
	Agustus	-1195369	34577	32861
	September	338596	-53008	-22156
	Oktober	276314	82864	37039
	Nopember	970752	82083	95914
	Desember	79385	-52031	-84468
2015	Januari	-104281	543	-7688
	Februari	-683328	-86525	-46455
	Maret	-821484	-51696	-172511
	April	233254	128360	105535
	Mei	-479239	31734	33697
	Juni	-360125	-101984	61701
	Juli	319228	-77082	-45258
	Agustus	235166	94102	76908
	September	-102488	22118	63088
	Oktober	424133	60325	71192
	Nopember	-25858	12798	71712
	Desember	174055	-54884	-37873

IR - PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

Tahun	Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
2016	Januari	-8226	42952	63472
	Februari	-174691	-113090	1129
	Maret	27112	-89724	-123878
	April	175860	12518	95241
	Mei	-893865	20242	16070
	Juni	882213	-30283	10220
	Juli	-940399	71752	19699
	Agustus	608394	3160	-174336
	September	-79811	-32562	-6493
	Oktober	201917	10132	8331
	Nopember	-262838	-54720	21648
	Desember	206512	47893	-45316
2017	Januari	-308531	9431	-43045
	Februari	-990641	11968	-88454
	Maret	-965740	-162025	-212016
	April	713115	30478	112333
	Mei	69247	-115058	68542
	Juni	376220	-29743	117115
	Juli	-1230650	109488	-82024
	Agustus	880369	-51994	-48560
	September	1534553	90341	119407
	Oktober	551471	-69897	28100
	Nopember	-97396	21128	48537
	Desember	-409419	37082	-31863

Lampiran 8. Eksplorasi Data Volume Pemakaian Air Bersih Kota Surabaya,
Kab. Gresik dan Kab. Sidoarjo menggunakan Software *Minitab 18*

A. Statistika Deskriptif

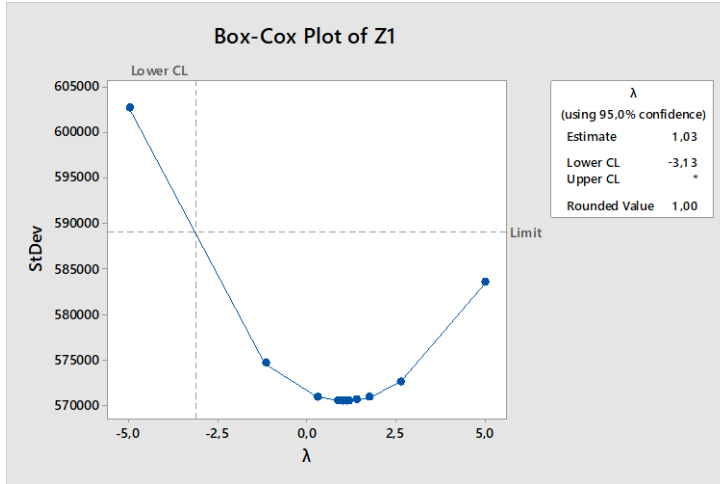
Descriptive Statistics: Z1; Z2; Z3 Statistics				
Variable	Mean	StDev	Minimum	Maximum
Z1	18292810	1070264	15876112	20318469
Z2	1929101	218888	1414479	2263425
Z3	2398857	195993	1992057	2735812

B. Matiks Korelasi antar Ketiga Lokasi

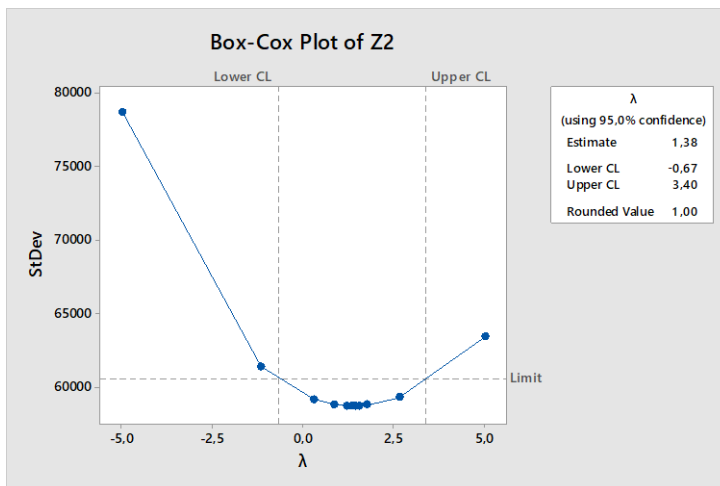
Correlation: Z1; Z2; Z3 Correlations		
	Z1	Z2
Z2	0,790	
	0,000	
Z3	0,771	0,911
	0,000	0,000
Cell Contents		
Pearson correlation		
P-Value		

Lampiran 9. Hasil Pengujian Box-Cox dengan *Software Minitab 18*

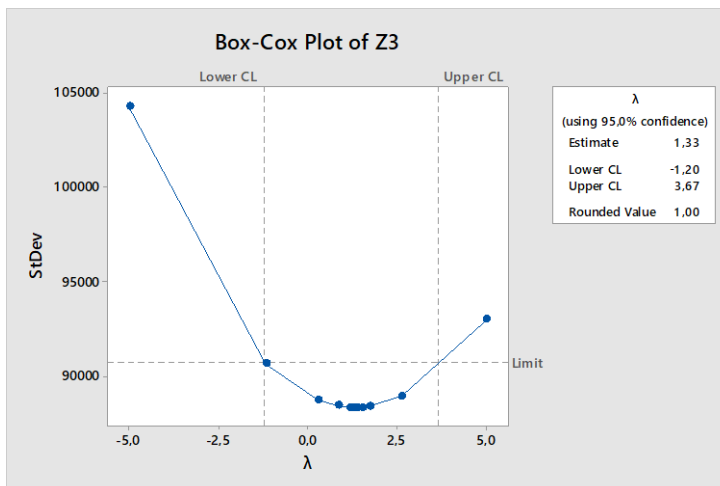
A. Kota Surabaya



B. Kabupaten Gresik



C. Kabupaten Sidoarjo



Lampiran 10. Output Software SAS Pengujian Model VARIMA

The SAS System 13:06 Friday, March 26, 2019 1

The VARMAX Procedure

Number of Observations 58
 Number of Pairwise Missing 0
 Observation(s) eliminated by differencing 1

Variable	Type	N	Mean	StdDev	Min	Max	Difference
Surabaya	DEP	58	57003	908537	-224051	2553716	1
Gresik	DEP	58	13660	81412	-168433	184949	1
Sidoarjo	DEP	58	9569	117261	-235293	263837	1

A. Hasil Pengujian Augmented Dickey Fuller

Dickey-Fuller Unit Root Tests

Variable	Type	Rho	Prob<Rho	Tau	Prob<Tau
Surabaya	Zero Mean	-119.813	0.0001	-7.59	<.0001
	Single Mean	-125.377	0.0001	-7.69	0.0001
	Trend	-125.365	0.0001	-7.62	<.0001
Gresik	Zero Mean	-84.7221	<.0001	-6.37	<.0001
	Single Mean	-98.4487	0.0005	-6.78	0.0001
	Trend	-102.302	0.0001	-6.89	<.0001
Sidoarjo	Zero Mean	-156.454	0.0001	-8.93	<.0001
	Single Mean	-169.701	0.0001	-9.28	0.0001
	Trend	-169.532	0.0001	-9.18	<.0001

B. Matrix Autocorrelation Fuction (MACF)

Cross-Correlation Matrices of Endogenous (Dependent) Series

Lag	Variable	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
0	Surabaya	1.00000	-0.06857	-0.12683
	Gresik	-0.06857	1.00000	0.59203
	Sidoarjo	-0.12683	0.59203	1.00000
1	Surabaya	-0.58055	0.03308	0.18127
	Gresik	0.36305	-0.30926	-0.30936
	Sidoarjo	0.32689	-0.30371	-0.55351
2	Surabaya	0.22373	-0.02068	-0.08614
	Gresik	-0.14656	-0.03675	0.11938
	Sidoarjo	-0.14068	-0.01467	0.08062
3	Surabaya	-0.14873	-0.12462	-0.10738
	Gresik	-0.17730	-0.10088	-0.10126
	Sidoarjo	-0.23647	0.10149	0.09048
4	Surabaya	-0.00458	0.08947	0.01961
	Gresik	0.05553	-0.11231	-0.10704
	Sidoarjo	0.28503	-0.15937	-0.21515
5	Surabaya	0.02474	-0.03381	0.05708
	Gresik	0.07011	0.14626	0.14267
	Sidoarjo	-0.12506	0.12590	0.20933
6	Surabaya	0.06268	0.03302	-0.06810
	Gresik	-0.02849	0.00800	0.03442
	Sidoarjo	0.02298	-0.09276	-0.12191
7	Surabaya	-0.13929	-0.07597	0.03352

	Gresik	0.03831	0.10193	-0.08561
	Sidoarjo	0.08460	0.09507	0.09380
8	Surabaya	0.15430	0.13342	0.05048
	Gresik	-0.00293	-0.20500	0.03895
	Sidoarjo	-0.16647	-0.17174	-0.08867
9	Surabaya	-0.20826	-0.21215	-0.11656
	Gresik	-0.14749	0.09992	-0.06449
	Sidoarjo	0.04344	0.13352	-0.00722
10	Surabaya	0.15851	0.00814	-0.03538
	Gresik	0.04364	-0.21129	-0.03832
	Sidoarjo	-0.08671	-0.06589	0.03723
11	Surabaya	-0.21758	0.30538	0.12620
	Gresik	-0.04812	-0.00679	-0.11664
	Sidoarjo	0.10978	-0.11986	-0.24468
12	Surabaya	0.35782	-0.20798	0.03240
	Gresik	0.08947	0.33202	0.32028
	Sidoarjo	-0.06621	0.46378	0.52013

Schematic Representation of Cross Correlations

Variable/ Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Surabaya	+. .	- + .	. + .
Gresik	. + +	. + - + +
Sidoarjo	. + +	. + - + + +

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

C. Nilai Akaike Information Criterion Corrected (AICC)

Minimum Information Criterion

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4
AR 0	72.616227	72.332496	72.294941	72.11878	72.327378
AR 1	71.742919	72.020061	72.245887	72.053548	72.267509
AR 2	71.27962	71.869048	72.277794	72.286956	72.689896
AR 3	71.418752	72.010655	72.410831	72.655173	73.132479
AR 4	71.689093	72.333946	72.804896	73.048899	73.910155

D. Matrix Partial Autocorrelation Fuction (MPACF)

Partial Cross Correlation Matrices

Lag	Variable	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
1	Surabaya	-0.57480	-0.05602	0.12811
	Gresik	0.27416	-0.22070	-0.03065
	Sidoarjo	0.19297	-0.05904	-0.50870
2	Surabaya	-0.21988	-0.00896	0.17348
	Gresik	0.23278	-0.15831	-0.02852
	Sidoarjo	0.30782	-0.10245	-0.46495
3	Surabaya	-0.26975	-0.08456	0.04463
	Gresik	-0.07022	-0.18844	-0.15236
	Sidoarjo	-0.11397	0.05850	-0.15444
4	Surabaya	-0.10832	-0.01836	-0.15657
	Gresik	-0.13501	-0.15284	-0.02784
	Sidoarjo	-0.01644	-0.00517	-0.07989
5	Surabaya	-0.06889	-0.06824	-0.02244
	Gresik	0.24359	-0.03074	-0.00955
	Sidoarjo	0.19080	-0.01326	0.05314

6	Surabaya	-0.04377	0.02667	-0.13515
	Gresik	0.04651	-0.01121	0.10749
	Sidoarjo	0.12027	-0.10934	-0.13444
7	Surabaya	-0.20550	-0.08390	-0.03218
	Gresik	-0.12422	0.21311	-0.12080
	Sidoarjo	0.27070	0.00864	0.03462
8	Surabaya	0.04013	0.06900	0.01859
	Gresik	0.27902	-0.20903	0.09021
	Sidoarjo	-0.01418	-0.20937	0.00233
9	Surabaya	-0.25741	-0.11656	0.05990
	Gresik	-0.14627	0.03255	-0.19324
	Sidoarjo	-0.10108	0.01818	-0.12071
10	Surabaya	-0.02992	-0.19568	-0.24091
	Gresik	-0.17711	-0.13882	0.04452
	Sidoarjo	-0.25101	0.09081	0.19879
11	Surabaya	-0.09726	0.29821	-0.09736
	Gresik	-0.04359	-0.15488	-0.15824
	Sidoarjo	-0.09241	-0.10534	-0.29392
12	Surabaya	-0.05195	-0.04746	0.33870
	Gresik	0.10388	-0.06194	-0.02806
	Sidoarjo	0.02643	0.21833	0.19417

Schematic Representation of Partial Cross Correlations

Variable/ Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Surabaya
Gresik
Sidoarjo	..-	+.-

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

E. Estimasi Parameter VARIMA (2,1,0)

Type of Model
Estimation Method VAR(2)
Least Squares Estimation

AR Coefficient Estimates

Lag	Variable	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
1	Surabaya	-0.82695	3.00014	2.38049
	Gresik	0.01552	-0.14730	-0.24417
	Sidoarjo	0.04498	0.16827	-0.84209
2	Surabaya	-0.27855	1.87798	1.92506
	Gresik	0.01178	-0.06419	-0.16489
	Sidoarjo	0.02855	0.13521	-0.47948

Schematic
Representation of
Parameter Estimates

Lag	Variable/ AR1	AR2
Surabaya	+++	..
Gresik
Sidoarjo	+.-	..-

+ is > 2*std error, -
is < -2*std error, .
is between, * is N/A

IR - PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

Model Parameter Estimates

Equation	Parameter	Estimate	Std Error	T Ratio	Prob> T	Variable
Surabaya	AR1_1_1	-0.82695	0.12960	-6.38	0.0001	Surabaya(t-1)
	AR1_1_2	3.00014	1.32475	2.26	0.0279	Gresik(t-1)
	AR1_1_3	2.38049	1.07658	2.21	0.0316	Sidoarjo(t-1)
	AR2_1_1	-0.27855	0.12186	-2.29	0.0265	Surabaya(t-2)
	AR2_1_2	1.87798	1.39060	1.35	0.1829	Gresik(t-2)
Gresik	AR2_1_3	1.92506	1.06451	1.81	0.0766	Sidoarjo(t-2)
	AR1_2_1	0.01552	0.01627	0.95	0.3448	Surabaya(t-1)
	AR1_2_2	-0.14730	0.16633	-0.89	0.3801	Gresik(t-1)
	AR1_2_3	-0.24417	0.13517	-1.81	0.0769	Sidoarjo(t-1)
	AR2_2_1	0.01178	0.01530	0.77	0.4448	Surabaya(t-2)
Sidoarjo	AR2_2_2	-0.06419	0.17460	-0.37	0.7147	Gresik(t-2)
	AR2_2_3	-0.16489	0.13365	-1.23	0.2231	Sidoarjo(t-2)
	AR1_3_1	0.04498	0.01807	2.49	0.0162	Surabaya(t-1)
	AR1_3_2	0.16827	0.18473	0.91	0.3667	Gresik(t-1)
	AR1_3_3	-0.84209	0.15013	-5.61	0.0001	Sidoarjo(t-1)
	AR2_3_1	0.02855	0.01699	1.68	0.0992	Surabaya(t-2)
	AR2_3_2	0.13521	0.19392	0.70	0.4889	Gresik(t-2)
	AR2_3_3	-0.47948	0.14844	-3.23	0.0022	Sidoarjo(t-2)

Covariance Matrix for the Innovation

Variable	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
Surabaya	4.174704E11	11780936574	24915435922
Gresik	11780936574	6581003823	3982683602
Sidoarjo	24915435922	3982683602	8118075174

Information Criteria

AICC(Corrected AIC)	72.0076
HQC(Hannan-Quinn Criterion)	72.18285
AIC(Akaike Information Criterion)	71.93046
SBC(Schwarz Bayesian Criterion)	72.58147
FPEC(Final Prediction Error Criterion)	1.738E31

F. Hasil Pengujian *White Noise Residual*

Residual Cross-Covariance Matrices

Lag	Variable	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
0	Surabaya	3.72144E11	10053547701	21852650123
	Gresik	10053547701	5513746231	3249774202
	Sidoarjo	21852650123	3249774202	6989398825
1	Surabaya	1149326204	949709558	3170485384
	Gresik	-947091842	-302674051	-519955689
	Sidoarjo	174695225	242033688	-526414444
2	Surabaya	-3.26802E10	832421711	197223756
	Gresik	-3855605917	-543876243	-581168563
	Sidoarjo	-5338319191	82640505	-450143719
3	Surabaya	-1.12651E11	-3949788976	-1.29409E10
	Gresik	-6104954947	-1108578229	-1176707747
	Sidoarjo	-6325035055	248837446	-705135311
4	Surabaya	-2.3263E10	-2915492787	-9886592795
	Gresik	-3546476064	-801827114	-497949583
	Sidoarjo	2030134920	-1214688449	-1267734594
5	Surabaya	12270495595	-3651071594	2054896995
	Gresik	13247340960	652152368	786687676
	Sidoarjo	11377082228	-80916572	923836112
6	Surabaya	22359596545	2176623446	-1022738936

IR - PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

	Gresik	1898718799	255690294	577428737
	Sidoarjo	2845092132	-357646045	-167185605
7	Surabaya	-2668971104	2733430218	7531138388
	Gresik	-6248489055	651583498	-523356244
	Sidoarjo	-391334533	432205541	311515611
8	Surabaya	32951268440	-1779018303	1259911130
	Gresik	-1586122015	-993963070	-45706075
	Sidoarjo	-8221858720	-107581667	-279735943
9	Surabaya	-7.31644E10	-2457771116	-5787348872
	Gresik	-1.04435E10	-357362266	-1202096313
	Sidoarjo	-1.19089E10	-181180306	-899961965
10	Surabaya	-1.8187E10	4831712582	225027841
	Gresik	-2332896889	-1081152526	-350018325
	Sidoarjo	-5037988322	-620115224	-885565737
11	Surabaya	-4.24364E10	5459266263	-1447090951
	Gresik	3201591835	326347656	-268635226
	Sidoarjo	1699758902	363084526	-492723302
12	Surabaya	74704115186	2884728015	9066739782
	Gresik	11547590282	1162335324	1969276969
	Sidoarjo	8092038835	1289025277	3153784399

Residual Cross-Correlation Matrices

Lag	Variable	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
0	Surabaya	1.00000	0.22194	0.42848
	Gresik	0.22194	1.00000	0.52349
	Sidoarjo	0.42848	0.52349	1.00000
1	Surabaya	0.00309	0.02097	0.06217
	Gresik	-0.02091	-0.05489	-0.08376
	Sidoarjo	0.00343	0.03899	-0.07532
2	Surabaya	-0.08782	0.01838	0.00387
	Gresik	-0.08512	-0.09864	-0.09362
	Sidoarjo	-0.10467	0.01331	-0.06440
3	Surabaya	-0.30271	-0.08720	-0.25374
	Gresik	-0.13477	-0.20106	-0.18955
	Sidoarjo	-0.12402	0.04008	-0.10089
4	Surabaya	-0.06251	-0.06436	-0.19385
	Gresik	-0.07829	-0.14542	-0.08021
	Sidoarjo	0.03981	-0.19567	-0.18138
5	Surabaya	0.03297	-0.08060	0.04029
	Gresik	0.29245	0.11828	0.12672
	Sidoarjo	0.22308	-0.01303	0.13218
6	Surabaya	0.06008	0.04805	-0.02005
	Gresik	0.04192	0.04637	0.09302
	Sidoarjo	0.05579	-0.05761	-0.02392
7	Surabaya	-0.00717	0.06034	0.14767
	Gresik	-0.13794	0.11817	-0.08431
	Sidoarjo	-0.00767	0.06962	0.04457
8	Surabaya	0.08854	-0.03927	0.02470
	Gresik	-0.03502	-0.18027	-0.00736
	Sidoarjo	-0.16121	-0.01733	-0.04002
9	Surabaya	-0.19660	-0.05426	-0.11348
	Gresik	-0.23055	-0.06481	-0.19364
	Sidoarjo	-0.23351	-0.02919	-0.12876
10	Surabaya	-0.04887	0.10667	0.00441
	Gresik	-0.05150	-0.19608	-0.05638
	Sidoarjo	-0.09878	-0.09989	-0.12670
11	Surabaya	-0.11403	0.12052	-0.02837
	Gresik	0.07068	0.05919	-0.04327
	Sidoarjo	0.03333	0.05849	-0.07050
12	Surabaya	0.20074	0.06368	0.17778
	Gresik	0.25493	0.21081	0.31722
	Sidoarjo	0.15867	0.20764	0.45122

Schematic Representation of Residual Cross Correlations

Variable/ Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Surabaya	+.+
Gresik	..+++
Sidoarjo	++++

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Portmanteau Test for Residual
Cross Correlations

To Lag	Chi- Square	DF	Prob> ChiSq
3	15.72	9	0.0730
4	22.74	18	0.2009
5	30.93	27	0.2741
6	33.40	36	0.5927
7	39.71	45	0.6951
8	48.01	54	0.7034
9	54.49	63	0.7689
10	60.74	72	0.8254
11	65.59	81	0.8932
12	85.83	90	0.6048

G. Diagnostik Model Univariat

Univariate Model Diagnostic Checks

Variable	R-square	StdDev	F Value	Prob>F
Surabaya	0.5563	646119.5	12.54	<.0001
Gresik	0.1756	81123.39	2.13	0.0771
Sidoarjo	0.4733	90100.36	8.99	<.0001

Univariate Model Diagnostic Checks

Variable	DW(1)	Normality		ARCH1	
		ChiSq	Prob>ChiSq	F Value	Prob>F
Surabaya	1.99	0.27	0.8734	1.70	0.1984
Gresik	2.08	4.69	0.0961	2.41	0.1264
Sidoarjo	2.15	0.70	0.7049	0.37	0.5446

Univariate Model Diagnostic Checks

Variable	AR1		AR1-2		AR1-3		AR1-4	
	F Value	Prob>F	F Value	Prob>F	F Value	Prob>F	F Value	Prob>F
Surabaya	0.00	0.9819	0.21	0.8112	2.24	0.0953	1.89	0.1272
Gresik	0.17	0.6852	0.48	0.6243	2.43	0.0767	1.63	0.1834
Sidoarjo	0.30	0.5841	0.28	0.7595	0.42	0.7387	0.85	0.5003

H. Peramalan dengan Model VARIMA (2,1,0)

Variable	Obs	Forecasts			
		Forecast	Standard Error	95% Confidence Limits	
Surabaya	60	20037698	646119	18771327	21304069
	61	20140090	790478	18590783	21689398
	62	19897211	951254	18032787	21761634
	63	20134336	1030849	18113908	22154764
	64	19987138	1140970	17750879	22223398
	65	20019511	1227611	17613438	22425585
	66	20072297	1306027	17512532	22632063
	67	19990068	1387201	17271204	22708931
	68	20053943	1455264	17201678	22906208
	69	20029746	1525641	17039545	23019947
	70	20018811	1591767	16899005	23138617
Gresik	71	20046474	1653273	16806119	23286829
	60	2204389	81123.4	2045391	2363388
	61	2195014	102054	1994991	2395037
	62	2206178	118742	1973447	2438909
	63	2197377	134010	1934723	2460032
	64	2200955	146775	1913282	2488628
	65	2202459	159619	1889612	2515306
	66	2198412	170797	1863655	2533169
	67	2202207	181355	1846758	2557656
	68	2200265	191636	1824666	2575865
	69	2200206	201022	1806209	2594202
Sidoarjo	70	2201468	210228	1789427	2613508
	71	2200027	218983	1770829	2629226
	60	2686666	90100.4	2510072	2863259
	61	2681185	100476	2484256	2878114
	62	2706163	115177	2480420	2931907
	63	2680367	130251	2425079	2935654
	64	2693873	138203	2423000	2964747
	65	2694430	150598	2399263	2989597
	66	2685475	159699	2372471	2998480
	67	2695570	167900	2366492	3024648
	68	2689263	177318	2341725	3036800
69	2690445	184701	2328438	3052453	
70	2692937	192648	2315354	3070520	
71	2689293	200177	2296953	3081633	

Lampiran 11. *Output Software Minitab 18* Perhitungan Model GSTAR (2,1)₁
dengan Bobot Lokasi Seragam

A. Kota Surabaya

Regression Analysis: DZ1 versus Dz1-1; Dz1-2; W11; W12					
Method					
Rows unused	3				
Analysis of Variance					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	4	2,59720E+13	6,49299E+12	16,03	0,000
Dz1-1	1	1,76698E+13	1,76698E+13	43,64	0,000
Dz1-2	1	2,48124E+12	2,48124E+12	6,13	0,017
W11	1	8,97007E+12	8,97007E+12	22,15	0,000
W12	1	4,30378E+12	4,30378E+12	10,63	0,002
Error	52	2,10570E+13	4,04942E+11		
Total	56	4,70289E+13			
Model Summary					
S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)		
636350	55,23%	51,78%	44,75%		
Coefficients					
Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	19332	87080	0,22	0,825	
Dz1-1	-0,834	0,126	-6,61	0,000	1,85
Dz1-2	-0,292	0,118	-2,48	0,017	1,60
W11	5,23	1,11	4,71	0,000	1,37
W12	3,93	1,21	3,26	0,002	1,61
Regression Equation					
DZ1	=	19332 - 0,834 Dz1-1 - 0,292 Dz1-2 + 5,23 W11 + 3,93 W12			

B. Kabupaten Gresik

Regression Analysis: DZ2 versus Dz2-1; Dz2-2; W21; W22					
Method					
Rows unused	3				
Analysis of Variance					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	4	43887856616	10971964154	1,72	0,160
Dz2-1	1	42790181000	42790181000	6,70	0,012
Dz2-2	1	9171136244	9171136244	1,44	0,236
W21	1	748402285	748402285	0,12	0,734
W22	1	33212164	33212164	0,01	0,943
Error	52	3,32289E+11	6390165306		
Total	56	3,76176E+11			
Model Summary					
S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)		
79938,5	11,67%	4,87%	0,00%		
Coefficients					
Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	21559	11026	1,96	0,056	
Dz2-1	-0,358	0,138	-2,59	0,012	1,13
Dz2-2	-0,181	0,151	-1,20	0,236	1,34
W21	0,0105	0,0306	0,34	0,734	1,69
W22	0,0021	0,0288	0,07	0,943	1,49
Regression Equation					
DZ2	=	21559 - 0,358 Dz2-1 - 0,181 Dz2-2 + 0,0105 W21 + 0,0021 W22			

C. Kabupaten Sidoarjo

Regression Analysis: DZ3 versus Dz3-1; Dz3-2; W31; W32					
Method					
Rows unused	3				
Analysis of Variance					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	4	3,52404E+11	88100967822	11,65	0,000
Dz3-1	1	3,30379E+11	3,30379E+11	43,67	0,000
Dz3-2	1	95618628747	95618628747	12,64	0,001
W31	1	58702705059	58702705059	7,76	0,007
W32	1	22496401205	22496401205	2,97	0,091
Error	52	3,93363E+11	7564678040		
Total	56	7,45767E+11			
Model Summary					
S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)		
86975,2	47,25%	43,20%	38,13%		
Coefficients					
Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	18079	11761	1,54	0,130	
Dz3-1	-0,811	0,123	-6,61	0,000	1,56
Dz3-2	-0,456	0,128	-3,56	0,001	1,70
W31	0,0921	0,0330	2,79	0,007	1,69
W32	0,0548	0,0318	1,72	0,091	1,55
Regression Equation					
DZ3	=	18079 - 0,811 Dz3-1 - 0,456 Dz3-2 + 0,0921 W31 + 0,0548 W32			

Lampiran 12. *Output* Program Minitab 18 Perhitungan Model GSTAR (2,1)₁
dengan Bobot Lokasi Invers Jarak

A. Kota Surabaya

Regression Analysis: DZ1 versus Dz1-1; Dz1-2; V11; V12						
Method						
Rows unused	3					
Analysis of Variance						
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value	
Regression	4	2,58892E+13	6,47230E+12	15,92	0,000	
Dz1-1	1	1,72920E+13	1,72920E+13	42,54	0,000	
Dz1-2	1	2,30546E+12	2,30546E+12	5,67	0,021	
V11	1	8,83356E+12	8,83356E+12	21,73	0,000	
V12	1	3,98661E+12	3,98661E+12	9,81	0,003	
Error	52	2,11397E+13	4,06533E+11			
Total	56	4,70289E+13				
Model Summary						
S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)			
637599	55,05%	51,59%	44,61%			
Coefficients						
Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF	
Constant	13102	87561	0,15	0,882		
Dz1-1	-0,828	0,127	-6,52	0,000	1,86	
Dz1-2	-0,281	0,118	-2,38	0,021	1,60	
V11	5,30	1,14	4,66	0,000	1,30	
V12	3,90	1,24	3,13	0,003	1,55	
Regression Equation						
DZ1	=	13102 - 0,828 Dz1-1 - 0,281 Dz1-2 + 5,30 V11 + 3,90 V12				

B. Kabupaten Gresik

Regression Analysis: DZ2 versus Dz2-1; Dz2-2; V21; V22					
Method					
Rows unused	3				
Analysis of Variance					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	4	44443725519	11110931380	1,74	0,155
Dz2-1	1	43139555401	43139555401	6,76	0,012
Dz2-2	1	9998368671	9998368671	1,57	0,216
V21	1	1338422427	1338422427	0,21	0,649
V22	1	169041995	169041995	0,03	0,871
Error	52	3,31733E+11	6379475520		
Total	56	3,76176E+11			
Model Summary					
S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)		
79871,6	11,81%	5,03%	0,00%		
Coefficients					
Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	21477	11017	1,95	0,057	
Dz2-1	-0,358	0,138	-2,60	0,012	1,12
Dz2-2	-0,188	0,150	-1,25	0,216	1,33
V21	0,0104	0,0228	0,46	0,649	1,76
V22	0,0035	0,0213	0,16	0,871	1,54
Regression Equation					
DZ2	=	21477 - 0,358 Dz2-1 - 0,188 Dz2-2 + 0,0104 V21 + 0,0035 V22			

C. Kabupaten Sidoarjo

Regression Analysis: DZ3 versus Dz3-1; Dz3-2; V31; V32					
Method					
Rows unused	3				
Analysis of Variance					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	4	3,51270E+11	87817582977	11,58	0,000
Dz3-1	1	3,25979E+11	3,25979E+11	42,97	0,000
Dz3-2	1	93975666841	93975666841	12,39	0,001
V31	1	57632043706	57632043706	7,60	0,008
V32	1	21673889499	21673889499	2,86	0,097
Error	52	3,94497E+11	7586476874		
Total	56	7,45767E+11			
Model Summary					
S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)		
87100,4	47,10%	43,03%	38,09%		
Coefficients					
Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	18423	11765	1,57	0,123	
Dz3-1	-0,801	0,122	-6,56	0,000	1,54
Dz3-2	-0,450	0,128	-3,52	0,001	1,68
V31	0,0697	0,0253	2,76	0,008	1,72
V32	0,0411	0,0243	1,69	0,097	1,58
Regression Equation					
DZ3	=	18423 - 0,801 Dz3-1 - 0,450 Dz3-2 + 0,0697 V31 + 0,0411 V32			

Lampiran 13. *Output* Program Minitan 18 Perhitungan Model GSTAR dengan Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang

A. Kota Surabaya

Regression Analysis: DZ1 versus Dz1-1; Dz1-2; U11; U12					
Method					
Rows unused	3				
Analysis of Variance					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	4	2,59000E+13	6,47499E+12	15,94	0,000
Dz1-1	1	1,73114E+13	1,73114E+13	42,60	0,000
Dz1-2	1	2,31402E+12	2,31402E+12	5,69	0,021
U11	1	8,84626E+12	8,84626E+12	21,77	0,000
U12	1	4,00380E+12	4,00380E+12	9,85	0,003
Error	52	2,11289E+13	4,06326E+11		
Total	56	4,70289E+13			
Model Summary					
S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)		
637437	55,07%	51,62%	44,64%		
Coefficients					
Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	13272	87528	0,15	0,880	
Dz1-1	-0,828	0,127	-6,53	0,000	1,86
Dz1-2	-0,281	0,118	-2,39	0,021	1,60
U11	5,30	1,14	4,67	0,000	1,30
U12	3,90	1,24	3,14	0,003	1,55
Regression Equation					
DZ1	=	13272 - 0,828 Dz1-1 - 0,281 Dz1-2 + 5,30 U11 + 3,90 U12			

B. Kabupaten Gresik

Regression Analysis: DZ2 versus Dz2-1; Dz2-2; U21; U22					
Method					
Rows unused	3				
Analysis of Variance					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	4	49874269155	12468567289	1,99	0,110
Dz2-1	1	20490592017	20490592017	3,27	0,077
Dz2-2	1	2151461961	2151461961	0,34	0,561
U21	1	6101896671	6101896671	0,97	0,329
U22	1	3119688546	3119688546	0,50	0,484
Error	52	3,26302E+11	6275041988		
Total	56	3,76176E+11			
Model Summary					
S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)		
79215,2	13,26%	6,59%	0,00%		
Coefficients					
Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	22199	10906	2,04	0,047	
Dz2-1	-0,282	0,156	-1,81	0,077	1,47
Dz2-2	-0,092	0,158	-0,59	0,561	1,49
U21	-0,106	0,107	-0,99	0,329	1,55
U22	-0,076	0,107	-0,71	0,484	1,56
Regression Equation					
DZ2	=	22199 - 0,282 Dz2-1 - 0,092 Dz2-2 - 0,106 U21 - 0,076 U22			

C. Kabupaten Sidoarjo

Regression Analysis: DZ3 versus Dz3-1; Dz3-2; U31; U32					
Method					
Rows unused	3				
Analysis of Variance					
Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	4	3,28727E+11	82181732612	10,25	0,000
Dz3-1	1	3,03394E+11	3,03394E+11	37,83	0,000
Dz3-2	1	82544347191	82544347191	10,29	0,002
U31	1	28348386865	28348386865	3,53	0,066
U32	1	16329159020	16329159020	2,04	0,160
Error	52	4,17040E+11	8020003825		
Total	56	7,45767E+11			
Model Summary					
S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)		
89554,5	44,08%	39,78%	32,14%		
Coefficients					
Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	15780	12335	1,28	0,206	
Dz3-1	-0,879	0,143	-6,15	0,000	2,00
Dz3-2	-0,458	0,143	-3,21	0,002	1,98
U31	0,305	0,162	1,88	0,066	1,44
U32	0,227	0,159	1,43	0,160	1,39
Regression Equation					
DZ3	=	15780 - 0,879 Dz3-1 - 0,458 Dz3-2 + 0,305 U31 + 0,227 U32			

Lampiran 14. Output Program OSS-R Perhitungan Uji Normal Multivariat

A. Model Varima

```

normUL(residual1)
UJI NORMALITAS MULTIVARIAT
-----
H0 : data berdistribusi normal multivariat
H1 : data tidak berdistribusi normal multivariat
-----
Jumlah data : 57
Jumlah Variabel : 3
masukkan taraf Signifikansi (a): 0.05
-----
menghitung nilai Chi-sq(a,df)
Nilai Chi-sq ( 0.05 , 3 ) : 7.814728
-----
Vektor rata-rata
[1] 16574.82 19732.30 15541.55
-----
Matriks Varian kovarian
          VR1          VR2          VR3
VR1 375672054446 9738790033 22098593932
VR2  9738790033 5541821120 3227826582
VR3 22098593932 3227826582 7006538519
-----
invers Matriks Varian kovarian
          VR1          VR2          VR3
VR1 3.268774e-12 3.561260e-13 -1.047376e-11
VR2 3.561260e-13 2.466600e-10 -1.147565e-10
VR3 -1.047376e-11 -1.147565e-10 2.286249e-10
-----
Nilai d[i]^2 adalah :
 [1] 2.2607623 3.3810931 8.4144812 8.8973341 6.9755168 2.7448971
 [7] 1.4745301 2.5335550 0.6758845 2.1968085 3.3539597 6.8343920
[13] 0.5852893 1.8005239 1.7974885 0.9702747 6.3788323 0.6002937
[19] 1.2867286 2.8741106 2.0245660 0.1019883 2.0457045 4.3170670
[25] 3.2599500 1.5643587 6.1005419 1.7072073 1.8641402 1.2535678
[31] 1.1347077 0.7556060 0.6055537 0.5264078 3.2448966 2.9267274
[37] 1.4850976 3.7131776 2.2640977 2.8962063 7.6528670 1.2880866
[43] 0.2311521 1.4223276 2.0808376 0.4030760 2.9294033 6.4253796
[49] 2.6900523 4.8495771 2.4801680 10.8077303 3.1969968 7.3154953
[55] 2.7905877 0.3954276 1.2125089
H0 diterima jika terdapat lebih dari 50% nilai d[i]^2 yang kurang dari Chi-sq(
a,df)

nilai d[i]^2 yang kurang dari Chi-sq(a,df) sebanyak 54
nilai d[i]^2 yang lebih dari Chi-sq(a,df) sebanyak 3
H0 diterima, data berdistribusi normal multivariat

```

B. Pembobot Lokasi Seragam

```

> norMUL1(residual2)
UJI NORMALITAS MULTIVARIAT
-----
H0 : data berdistribusi normal multivariat
H1 : data tidak berdistribusi normal multivariat
-----
Jumlah data : 57
Jumlah Variabel : 3
masukkan taraf Signifikansi (a): 0.05
-----
menghitung nilai Chi-sq(a,df)
Nilai Chi-sq ( 0.05 , 3 ) : 7.814728
-----
Vektor rata-rata
[1] 0.05263158 -0.07017544 -0.07017544
-----
Matriks Varian kovarian
          R11          R12          R13
R11 376017196476 10076836094 22164776661
R12 10076836094 5933719407 3250839778
R13 22164776661 3250839778 7024333298
-----
invers Matriks Varian kovarian
          R11          R12          R13
R11 3.267222e-12 1.334805e-13 -1.037126e-11
R12 1.334805e-13 2.257778e-10 -1.049104e-10
R13 -1.037126e-11 -1.049104e-10 2.236402e-10
-----
Nilai d[i]^2 adalah :
 [1] 3.8644659 3.8166563 7.1110957 6.4918471 6.1879781 2.5110088
 [7] 1.7345294 3.0639165 0.8881819 2.3297343 2.6481670 7.7147406
[13] 0.9375454 1.9221357 1.9493925 0.8779624 6.4897357 0.7543678
[19] 1.1682859 3.2827524 1.7073296 0.1242885 2.1420409 4.3320165
[25] 4.2108304 1.8505120 6.7867196 2.4061194 1.3511115 1.4537324
[31] 1.0288411 0.6839894 0.7634177 0.4174476 3.2593451 3.4807198
[37] 0.7612401 3.5335156 2.4238361 3.4350570 6.4105677 0.1264160
[43] 0.1398345 1.9395317 2.3837839 0.4233165 3.0659280 5.8630235
[49] 2.2752585 5.7772545 3.2447432 9.7772011 2.9257801 7.0869500
[55] 3.2052832 0.3357479 1.1227697
H0 diterima jika terdapat lebih dari 50% nilai d[i]^2 yang kurang dari Chi-sq(
a,df)

ilai d[i]^2 yang kurang dari Chi-sq(a,df) sebanyak 56
nilai d[i]^2 yang lebih dari Chi-sq(a,df) sebanyak 1
H0 diterima, data berdistribusi normal multivariat

```

C. Pembobot Invers Jarak

```

> normMUL2(residual3)
UJI NORMALITAS MULTIVARIAT
-----
H0 : data berdistribusi normal multivariat
H1 : data tidak berdistribusi normal multivariat
-----
Jumlah data : 57
Jumlah Variabel : 3
masukkan taraf Signifikansi (a): 0.05
-----
menghitung nilai Chi-sq(a,df)
Nilai Chi-sq ( 0.05 , 3 ) : 7.814728
-----
Vektor rata-rata
[1] 0.01754386 -0.01754386 0.03508772
-----
Matriks Varian kovarian
          V1          V2          V3
V1 377494724544 9002784951 21826082513
V2 9002784951 5923792956 3269944648
V3 21826082513 3269944648 7044588156
-----
invers Matriks Varian kovarian
          V1          V2          V3
V1 3.230157e-12 8.272745e-13 -1.039192e-11
V2 8.272745e-13 2.271774e-10 -1.080139e-10
V3 -1.039192e-11 -1.080139e-10 2.242877e-10
-----
Nilai d[i]^2 adalah :
 [1] 3.7567063 4.1705855 7.2404780 6.1938193 6.5241893 3.2783034
 [7] 1.7639578 2.7244368 0.8403819 2.3181159 2.5409524 7.9508426
[13] 0.9618131 1.8715336 1.9615680 0.8392032 6.4762628 0.6760231
[19] 1.2074421 3.1404195 1.6581480 0.1210367 2.1228373 4.3168185
[25] 4.2791542 1.9996408 6.8826789 2.7300032 1.3509421 1.6236184
[31] 1.0690290 0.7153370 0.7883305 0.3715102 3.3070964 3.7504538
[37] 0.7466987 3.1681791 2.4249556 3.4240503 6.5547727 0.1119397
[43] 0.1586224 1.7459948 2.3740798 0.4468477 3.2523291 5.9467180
[49] 2.2051233 5.7976198 3.1360686 9.2357532 2.1901216 6.7367518
[55] 3.5113809 0.2213328 1.0869901
H0 diterima jika terdapat lebih dari 50% nilai d[i]^2 yang kurang dari Chi-sq
(a,df)

nilai d[i]^2 yang kurang dari Chi-sq(a,df) sebanyak 55
nilai d[i]^2 yang lebih dari Chi-sq(a,df) sebanyak 2
H0 diterima, data berdistribusi normal multivariat

```

D. Pembobot Normalisasi Korelasi Silang

```

> normMUL3(residual4)
UJI NORMALITAS MULTIVARIAT
-----
H0 : data berdistribusi normal multivariat
H1 : data tidak berdistribusi normal multivariat
-----
Jumlah data : 57
Jumlah Variabel : 3
masukkan taraf Signifikansi (a): 0.05
-----
menghitung nilai Chi-sq(a,df)
Nilai Chi-sq ( 0.05 , 3 ) : 7.814728
-----
Vektor rata-rata
[1] 0.01754386 0.00000000 0.00000000
-----
Matriks Varian kovarian
          R31      R32      R33
R31 377302604124 9410395283 22304929468
R32  9410395283 5826807527 3424480356
R33 22304929468 3424480356 7447142026
-----
invers Matriks Varian kovarian
          R31      R32      R33
R31 3.222390e-12 6.413277e-13 -9.946284e-12
R32 6.413277e-13 2.353055e-10 -1.101233e-10
R33 -9.946284e-12 -1.101233e-10 2.147087e-10
-----
Nilai d[i]^2 adalah :
 [1] 3.13293480 3.62049078 7.86439957 6.87045674 6.98478468 3.22599760
 [7] 1.89633163 2.65098527 0.57534680 2.14541589 3.72395421 6.39455173
[13] 0.73375821 1.62664719 2.37277203 0.71765524 5.59580504 1.00355247
[19] 1.30609466 3.11331204 1.34936294 0.03270048 2.28872368 4.46438153
[25] 3.00878532 1.28706707 5.55768875 1.65375787 1.60648666 0.82190668
[31] 1.01046220 0.97918552 0.77546217 0.70880899 3.16539933 2.80722638
[37] 1.49117804 2.91742669 2.60074176 4.11512863 9.95445082 0.22552766
[43] 0.12100662 1.42033969 1.79492039 0.54699141 3.35080387 7.39572762
[49] 2.24691581 5.77150570 3.48554909 8.94272489 3.87555433 6.72692199
[55] 2.37402077 0.50696385 1.06294823
H0 diterima jika terdapat lebih dari 50% nilai d[i]^2 yang kurang dari Chi
-sq(a,df)
nilai d[i]^2 yang kurang dari Chi-sq(a,df) sebanyak 54
nilai d[i]^2 yang lebih dari Chi-sq(a,df) sebanyak 3
H0 diterima, data berdistribusi normal multivariat

```

Lampiran 15. Output Program OSS-R Perhitungan Uji White Noise

A. Bobot Lokasi Seragam

```
> mq(residual2, lag=12)
Ljung-Box Statistics:
```

	m	Q(m)	df	p-value
[1,]	1.00	1.83	9.00	0.99
[2,]	2.00	5.05	18.00	1.00
[3,]	3.00	20.40	27.00	0.81
[4,]	4.00	29.58	36.00	0.77
[5,]	5.00	37.38	45.00	0.78
[6,]	6.00	40.60	54.00	0.91
[7,]	7.00	43.70	63.00	0.97
[8,]	8.00	52.92	72.00	0.96
[9,]	9.00	58.12	81.00	0.97
[10,]	10.00	63.94	90.00	0.98
[11,]	11.00	71.06	99.00	0.98
[12,]	12.00	95.76	108.00	0.79

B. Bobot Lokasi Invers Jarak

```
> mq(residual3, lag=12)
Ljung-Box Statistics:
```

	m	Q(m)	df	p-value
[1,]	1.00	2.71	9.00	0.97
[2,]	2.00	5.68	18.00	1.00
[3,]	3.00	20.80	27.00	0.80
[4,]	4.00	29.76	36.00	0.76
[5,]	5.00	37.46	45.00	0.78
[6,]	6.00	40.68	54.00	0.91
[7,]	7.00	43.64	63.00	0.97
[8,]	8.00	52.86	72.00	0.96
[9,]	9.00	57.95	81.00	0.98
[10,]	10.00	63.89	90.00	0.98
[11,]	11.00	72.04	99.00	0.98
[12,]	12.00	96.47	108.00	0.78

C. Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang

```
> mq(residual4, lag=12)
Ljung-Box Statistics:
```

	m	Q(m)	df	p-value
[1,]	1.0	7.6	9.0	0.57
[2,]	2.0	11.6	18.0	0.86
[3,]	3.0	25.8	27.0	0.53
[4,]	4.0	36.6	36.0	0.44
[5,]	5.0	44.9	45.0	0.48
[6,]	6.0	48.1	54.0	0.70
[7,]	7.0	51.8	63.0	0.84
[8,]	8.0	61.3	72.0	0.81
[9,]	9.0	65.7	81.0	0.89
[10,]	10.0	70.8	90.0	0.93
[11,]	11.0	76.6	99.0	0.95
[12,]	12.0	96.2	108.0	0.78

Lampiran 16. Program VARIMA menggunakan *Software SAS*

```
data skripsi;
input Surabaya Gresik Sidoarjo;
datalines;
16501095      1416121      2155200
16671896      1452848      2181783
16462711      1414479      1992057
:              :              :
19807291      2208382      2710225
19613695      2263425      2671494;
proc varmax data=skripsi;
model Surabaya Gresik Sidoarjo/
dify(1) dftest lagmax=12
minic=(p=4 q=4)noint
noint print=(corry pcorr);
output;
run;
```

Lampiran 17. Program Normal Multivariat menggunakan *OSS-R*

```

norMUL<-function(data)
{
  cat("UJI NORMALITAS MULTIVARIAT \n")
  cat("-----\n")
  cat("H0 : data berdistribusi normal multivariat\n")
  cat("H1 : data tidak berdistribusi normal multivariat\n")
  b=nrow(data)
  k=ncol(data)
  d=rep(0,b)
  m=rep(0,k)
  S=cov(data)
  SS=solve(S)
  min=rep(0,k)
  for(i in 1:k)
  {
    m[i]=mean(data[,i])
  }
  for(i in 1:b)
  {
    min=t(data[i,])-m
    d[i]=t(min)%*%SS%*%min
  }
  cat("-----\n")
  cat("Jumlah data :",b,"\n")
  cat("Jumlah Variabel :",k,"\n")
  a=as.numeric(readline("masukkan taraf Signifikansi (a): "))
  cat("-----\n")
  cat("menghitung nilai Chi-sq(a,df)\n")
  df=k
  chitab=qchisq(1-a,df)
  cat("Nilai Chi-sq (",a,",",df,") : ",chitab,"\n")
  cat("-----\n")
  cat("Vektor rata-rata\n")
  print(m)
  cat("-----\n")
  cat("Matriks Varian kovarian \n")
  print(S)
  cat("-----\n")
  cat("invers Matriks Varian kovarian \n")
  print(SS)
  cat("-----\n")
  cat("Nilai d[i]^2 adalah :\n")
  print(d)
  cat("\n")
  cat("H0 diterima jika terdapat lebih dari 50% nilai d[i]^2 yang
kurang dari Chi-sq(a,df)\n")
  j=0
  l=0
  for(i in 1:b)
  {
    if(d[i]<chitab) j=j+1
    else l=l+1
  }
  prosen=(j/b)*100
}

```

```
prosen1=(1/b)*100
cat("\nnilai d[i]^2 yang kurang dari Chi-sq(a,df) sebanyak
",j,"\n")
cat("nilai d[i]^2 yang lebih dari Chi-sq(a,df) sebanyak
",l,"\n")
if(prosen>(b/2)) cat("H0 diterima, data berdistribusi normal
multivariat\n")
else cat("Data tidak berdistribusi normal multivariat\n")
}
```

Lampiran 18. Hasil Peramalan Volume Pemakaian Air Bersih dengan Model VARIMA (2,1,0) di Ketiga Lokasi

Bulan	Surabaya	Gresik	Sidoarjo
Des-17	20037698	2204389	2686666
Jan-18	20140090	2195014	2681185
Feb-18	19897211	2206178	2706163
Mar-18	20134336	2197377	2680367
Apr-18	19987138	2200955	2693873
Mei-18	20019511	2202459	2694430
Jun-18	20072297	2198412	2685475
Jul-18	19990068	2202207	2695570
Agust-18	20053943	2200265	2689263
Sep-18	20029746	2200206	2690445
Okt-18	20018811	2201468	2692937
Nop-18	20046474	2200027	2689293
Des-18	20020814	2200938	2692027