

Alfa Widya Ramadhania, 2020, **Analisis Kestabilan Titik Setimbang Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia**, Skripsi ini dibawah bimbingan Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D. dan Dr. Windarto, S.Si, M.Si.. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Pneumonia merupakan penyakit yang ditandai oleh peradangan kondisi paru-paru dan disebabkan oleh bakteri, *Streptococcus Pneumoniae*. Pengobatan yang paling efektif sampai saat ini untuk penderita pneumonia adalah antibiotik. Dinamika penyebaran penyakit pneumonia dapat dikonstruksi dalam suatu model matematika. Tujuan dari skripsi ini adalah untuk menganalisis titik setimbang model matematika penyebaran penyakit pneumonia serta penerapan satu kontrol optimal yaitu pengobatan (u). Berdasarkan hasil analisis model matematika penyebaran penyakit pneumonia tanpa kontrol optimal diperoleh dua titik setimbang, yaitu titik setimbang non endemik dan titik setimbang endemik. Kestabilan lokal titik setimbang dan eksistensi titik setimbang endemik bergantung pada *basic reproduction number* (R_0). Titik setimbang non endemik akan stabil asimtotis jika memenuhi dua syarat, yaitu $\mu\delta(1 - \theta\omega) < (k_1 + k_2)(\mu + \gamma) + \mu\delta\theta$ dan $R_0 < 1$. Namun, penentuan R_0 pada titik setimbang endemik sulit ditentukan secara analitik dan dengan menggunakan simulasi bidang fase pada skripsi ini ditunjukkan $R_0 = 1,5910 > 1$, maka titik setimbang endemik akan stabil asimtotis. Penyelesaian kontrol optimal pada model matematika penyebaran penyakit pneumonia ditentukan melalui Prinsip Maksimum Pontryagin. Hasil simulasi diperoleh bahwa pemberian kontrol berupa pengobatan (u) dinilai lebih efektif untuk meminimalkan jumlah populasi *infected* dibandingkan dengan tanpa pemberian kontrol optimal.

Kata Kunci: Pneumonia, Model Matematika, Kestabilan, *Basic Reproduction Number*, Kontrol Optimal

Alfa Widya Ramadhania, 2020, **Analysis of the Equilibrium Stability of Mathematical Models Spreading Pneumonia**, This undergraduate thesis was supervised Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D. dan Dr. Windarto, S.Si, M.Si.. Mathematics Department, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Pneumonia is a disease characterized by inflammation of the lung condition and is caused by bacteria, *Streptococcus Pneumoniae*. The most effective treatment to date for pneumonia sufferers is antibiotics. The dynamics of pneumonia can be constructed in a mathematical model. The purpose of this thesis is to analyze the equilibrium point of the mathematical model of the spread of pneumonia as well as the application of one optimal controls namely treatment (u). Based on the results of the analysis of the model without optimal control obtained two equilibrium points, namely the non endemic equilibrium point and the endemic equilibrium point. The local stability of the equilibrium point and the existence of the endemic equilibrium point depend on the basic reproduction number (R_0). The non endemic equilibrium point will be asymptotically stable if it fulfills two condition, there are $\mu\delta(1 - \theta\omega) < (k_1 + k_2)(\mu + \gamma) + \mu\delta\theta$ and $R_0 < 1$. However, R_0 at the endemic equilibrium point is difficult to determine analytically and by using phase fields simulation in this thesis indicated $R_0 = 1,5910 > 1$, the endemic equilibrium point will be asymptotically stable. The completion of optimal control in a mathematical model of the spread of pneumonia is determined by Pontryagin Maximum Principle. Simulation results obtained that the provision of control in the form of treatment (u) is considered more effective to minimize the number of infected populations compared with no optimal control.

Keywords: Pneumonia, Mathematical model, Stability, *Basic Reproduction Number*, Optimal control