# BAB I
# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi tidak terlepas dari peranan matematika. Setiap bagian dari ilmu dan teknologi baik dalam unsur kajian umum ilmu murni maupun terapan memerlukan peranan matematika sebagai alat bantunya. Permasalahan dalam kehidupan sehari-hari merupakan beberapa masalah optimasi yang dapat dipecahkan melalui terapan matematika seperti pemograman linear dan pemograman non linear. Tujuan dari masalah optimasi adalah menentukan nilai optimum (nilai maksimum atau nilai minimum) dari suatu fungsi matematika yang merepresentasikan permasalahan yang ada. Dalam program linear semua fungsi yang terlibat (fungsi tujuan dan fungsi kendala) adalah linear. Sedangkan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang fungsi tujuan dan fungsi kendalanya nonlinear secara matematis pemodelannya mengandung variabel berderajat lebih dari satu yang dikenal dengan derajat nonlinear. Masalah nonlinear menjadi sebagian kecil dari masalah variasional yang berhubungan dengan optimasi fungsional yang dapat diselesaikan dengan metode klasik dalam kalkulus variasi.

Pada awal abad ke-18 kalkulus variasi mulai dikembangkan oleh Johann Bernoulli, Isaac Newton, dan Leonhard Euler **Komszik (2009)**. Kalkulus variasi sangat erat kaitannya dengan mencari nilai ekstrim dari fungsional dan dinyatakan sebagai sekumpulan metode yang digunakan untuk mencari fungsi-fungsi optimal. **Komszik (2009)** menyatakan bahwa fungsional dalam kalkulus variasi dapat dibentuk sebagai integral-integral yang melibatkan sebarang fungsi dan turunan-turunannya sebagai variabel-variabelnya. Persamaan Euler-Lagrange merupakan rumus dasar dalam kalkulus variasi. Persamaan ini berhubungan dengan syarat stasioner pada sebuah fungsional. Fungsional tersebut dapat dituliskan sebagai :

$$F(y) = \int_{x_0}^{x_1} f(x, y, y')dx \tag{1.1}$$

dengan $y' = \frac{dy}{dx}$. Pemecahan masalah kalkulus variasi tersebut salah satunya dengan menggunakan metode Euler-Lagrange yang dinyatakan dalam bentuk persamaan :

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right) = 0 \quad \text{untuk} \quad x_0 < x < x_1 \text{ dengan } x \in \mathbb{R} \tag{1.2}$$

Persamaan Euler-Lagrange merupakan substansi dalam kalkulus variasi yang juga menyangkut persoalan nilai stasioner, dengan memberikan syarat perlu bagi suatu fungsi bernilai stasioner

$$\frac{dy}{dx} = 0. \tag{1.3}$$

Permasalahan dalam matematika dan fisika menjadi dasar dalam perumusan optimasi fungsional. Adapun perumusan fungsional untuk meminimumkan solusi dari penyelesaian masalah tersebut. Contoh masalah optimasi fungsional dalam geometri yaitu bagaimana bentuk kurva (dengan panjang busur) terpendek yang menghubungkan dua titik pada bidang $\mathbb{R}^2$?. Sementara sudah diketahui bahwa kurva dengan panjang busur terpendek antara dua titik pada bidang $\mathbb{R}^2$ adalah garis lurus. Sedangkan dalam fisika contoh masalah optimasi fungsionalnya adalah prinsip Fermat dan masalah *Brachistochrone*. **Andersen (1983)** menyatakan bahwa pada tahun 1662 Pierre de Fermat mengajukan konsep-konsep tentang percobaan refleksi cahaya. Prinsip ini disederhanakan menjadi prinsip Fermat yaitu sebuah prinsip yang mendefinisikan jarak tempuh terpendek yang dilalui oleh sebuah cahaya ketika merambat melalui dua titik **(Komzsik, 2009)**. Pada tahun 1696 Johann Bernoulli pertama kali mengajukan masalah *Brachistochrone*. Masalah ini diselesaikan oleh Newton, Leibniz, Johann Bernoulli, dan Jacob Bernoulli pada bulan Mei 1697 **(Dunham, 1990)**. Masalah *Brachistochrone* adalah masalah mengenai kurva yang dilalui sebuah partikel yang menggelinding dalam waktu terpendek di bawah pengaruh gravitasi dari titik $A$ ke titik $B$ yang lebih rendah tetapi tidak langsung di bawah titik $A$ **(Komzsik, 2009).**

Pada skripsi ini, masalah optimasi fungsional tersebut akan diselesikan dengan metode kalkulus variasi menggunakan persamaan Euler-Lagrange.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka rumusan masalah yang dibahas dalam adalah:

1. Bagaimana membentuk persamaan Euler-Lagrange?
2. Bagaimana menyelesaikan masalah optimasi fungsional menggunakan persamaan Euler-Lagrange?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan ini adalah:

1. Membentuk persamaan Euler-Lagrange.
2. Menyelesaikan masalah optimasi fungsional menggunakan persamaan Euler-Lagrange.

## 1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diambil dari skripsi ini adalah sebagai bahan referensi dalam pengembangan aplikasi optimasi fungsional menggunakan persamaan Euler-Lagrange.