

Rizky Dilla Dwiyanti, 2020, **Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika pada Penyebaran *Waterborne Diseases***. Skripsi ini dibawah bimbingan Dr. Miswanto, M.Si. dan Dr. Fatmawati, M.Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

---

### ABSTRAK

*Waterborne diseases* merupakan salah satu penyakit menular tidak langsung yang penyebarannya membutuhkan media, yaitu air. Penyebaran penyakit ini disebabkan adanya bakteri penyebab penyakit. Pada skripsi ini dilakukan analisis model matematika penyebaran *waterborne diseases* dan menerapkan kontrol optimal berupa penyuluhan tentang pentingnya air bersih dan perbaikan sanitasi. Berdasarkan analisis model tanpa kontrol diperoleh dua titik setimbang yaitu titik setimbang non endemik dan titik setimbang endemik. Pada kestabilan lokal dan eksistensi titik setimbang endemik didapatkan hasil yang bergantung pada *basic reproduction number* ( $R_0$ ). Penyebaran *waterborne diseases* tidak akan terjadi jika memenuhi  $R_0 < 1$  dan penyebaran *waterborne diseases* akan terjadi jika memenuhi  $R_0 > 1$ . Selanjutnya, penambahan variabel kontrol pada model penyebaran *waterborne diseases* diselesaikan dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa pemberian kontrol berupa penyuluhan pentingnya air bersih dan perbaikan sanitasi yang dilakukan secara bersamaan dapat memberikan hasil yang cukup efektif untuk menurunkan populasi manusia terinfeksi *waterborne diseases* dan bakteri patogen penyebab penyakit.

**Kata Kunci** : *Waterborne diseases*, penyakit menular, kestabilan, *basic reproduction number*, kontrol optimal.

Rizky Dilla Dwiyanti, 2020, **Stability Analysis and Optimal Control in the Dynamics of Waterborne Diseases Mathematical Model**. This Thesis is supervised by Dr. Miswanto, M.Si. and Dr. Fatmawati, M.Si. Mathematic Department, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

---

### ABSTRACT

Waterborne diseases are one of the indirect infectious disease, where its spread requires an intermediary, namely water. The dynamics of this disease is caused by disease-causing bacteria. Dynamics of waterborne diseases can be formulated into mathematical model. This model applying the optimal control problem in the form education about the importance of clean water and improved sanitation. Based on the analytical on model without control, we obtained two equilibriums, there are non-endemic equilibrium and endemic equilibrium. The local stability equilibrium and endemic equilibrium existence depend on the basic reproduction ( $R_0$ ). If  $R_0 < 1$ , that means there is no spread of waterborne diseases. The spread of waterborne diseases will occur when  $R_0 > 1$ . Furthermore, optimal control problem in the model of the spread of waterborne diseases is solved by the Pontryagin Maximum Principle. The result of numerical simulation shows that education about the importance of clean water and improved sanitation together are able to provide the most effective results for reducing the number of infected population and pathogen bacteria.

**Keywords** : Waterborne diseases, infectious diseases, stability, basic reproduction number, optimal control.