

## ABSTRAK

Estimasi merupakan suatu metode untuk menaksir nilai kuantitas yang tidak diketahui dari data yang tersedia pada suatu sistem. Estimasi merupakan hal yang cukup penting dalam kehidupan keseharian karena banyak masalah kehidupan yang membutuhkan estimasi, misalnya estimasi kualitas air sungai, atau estimasi dalam peramalan cuaca.

Estimasi diperlukan karena tidak semua variabel keadaan dapat diukur secara langsung, karena jika semua variabel keadaan harus diukur memerlukan biaya yang cukup mahal. Estimasi juga dilakukan karena pertimbangan waktu dan kesulitan pengukuran. Oleh karena itu, diperlukan sistem pembantu yang disebut dengan observer. Sistem pembantu atau observer digunakan untuk mengestimasi variabel keadaan sistem yang tidak dapat diamati secara langsung.

Estimasi variabel keadaan dilakukan sesuai dengan jenis sistemnya, yaitu sistem deterministik dan sistem stokastik. Sistem deterministik adalah sistem yang tidak memuat noise. Sedangkan sistem stokastik adalah sistem yang memuat noise, yaitu noise sistem dan noise pengukuran. Noise sistem adalah noise yang terjadi karena pengaruh dari lingkungan sekitar, misalnya karena pengaruh udara, angin, dan cuaca. Sedangkan noise pengukuran adalah noise yang disebabkan karena faktor kesalahan yang ada pada alat ukur atau karena ketidaktelitian pada saat membaca alat ukur. Estimasi variabel keadaan pada sistem deterministik dilakukan dengan menggunakan observer. Sedangkan estimasi variabel keadaan pada sistem stokastik dilakukan dengan menggunakan filter Kalman.

Filter Kalman merupakan metode estimasi yang handal dalam menaksir dan menduga variabel keadaan dari sebuah sistem dinamik stokastik linear. Keunggulan filter Kalman adalah kemampuannya untuk mengestimasi variabel keadaan pada waktu lampau, sekarang, maupun di waktu mendatang. Estimasi dengan filter Kalman dilakukan dengan cara memprediksi variabel keadaan berdasarkan dinamika sistem, yang disebut tahap prediksi dan selanjutnya dilakukan koreksi untuk memperbaiki hasil estimasi berdasarkan data-data dari hasil pengukuran, yang disebut tahap koreksi. Tahap prediksi-koreksi tersebut

dilakukan secara rekursif untuk mendapatkan hasil estimasi yang mendekati nilai sebenarnya dengan cara meminimumkan kovariansi error estimasi.

Secara umum, konstruksi metode estimasi bertujuan untuk mendapatkan hasil yang akurat, yakni error estimasinya mendekati nol, dengan waktu komputasi yang cepat. Masalah waktu komputasi juga sangat dipengaruhi oleh besarnya order model, sehingga untuk memperkecil waktu komputasi, dapat dilakukan dengan cara mereduksi order dari model yang berorder besar sehingga diperoleh model sederhana dengan order yang lebih kecil tanpa kesalahan yang signifikan, dalam arti error reduksinya sangat kecil. Model dengan order yang lebih kecil ini disebut dengan model tereduksi. Adapun cara untuk mendapatkan model tereduksi disebut reduksi model. Metode reduksi order model telah banyak dikembangkan, diantaranya adalah metode pemotongan setimbang, metode pemotongan setimbang yang diperluas, metode algoritma genetik, metode SPA (Singular Perturbation Approximation), dan metode LMI (*Linear Matrix Inequality*).

Bagian pokok penelitian ini adalah mengkonstruksi algoritma filter Kalman pada model tereduksi yang diperoleh dari sistem dinamik diskrit yang stabil asimtotis, terkendali, dan terobservasi dengan metode reduksi LMI serta mengkaji eksistensi, stabilitas, dan konvergensi estimator yang dihasilkan, dan selanjutnya mengimplementasikannya pada masalah-masalah real. Hasil penelitian menunjukkan bahwa sistem tereduksi yang diperoleh dengan metode LMI merupakan sistem yang stabil asimtotis, terkendali, dan terobservasi. Dalam penelitian ini juga berhasil diperoleh konstruksi algoritma filter Kalman pada sistem tereduksi dengan metode LMI tersebut. Pada penelitian juga telah diselidiki stabilitas dan konvergensi estimator yang dihasilkan. Diperoleh bahwa eksistensi estimator terbaik pada sistem tereduksi ditentukan oleh konvergensi dari sistem tereduksi stokastik. Berdasarkan hasil simulasi pada masalah real (konduksi panas, masalah kualitas air Kali Surabaya, dan masalah ketinggian air sungai), diperoleh bahwa hasil estimasi variabel keadaan dengan menggunakan algoritma filter Kalman pada sistem tereduksi, mempunyai hasil yang lebih akurat dengan waktu komputasi yang lebih singkat jika dibandingkan dengan hasil estimasi menggunakan algoritma filter Kalman yang diterapkan pada sistem asli

## ABSTRACT

Estimation is a method for estimating unknown quantity values from data available in a system. Estimation is quite important in daily life because many life problems require estimation, for example estimation of river water quality, or estimation in weather forecasting.

Estimation is needed because not all state variables can be measured directly, because if all state variables must be measured it requires quite expensive costs. Estimation is also carried out due to time considerations and measurement difficulties. Therefore, we need a helper system called an observer. A helper system or observer is used to estimate system state variables that cannot be observed directly.

Estimation of state variables is done according to the type of system, namely deterministic systems and stochastic systems. A deterministic system is a system that does not contain noise. While stochastic systems are systems that contain noise, namely system noise and measurement noise. System noise is noise that occurs due to the influence of the surrounding environment, for example due to the influence of air, wind, and weather. While the measurement noise is noise caused by an error factor in the measuring instrument or due to inaccuracy when reading the measuring instrument. Estimation of state variables in deterministic systems is done by using an observer. While the estimation of the state variables in the stochastic system is done using the Kalman filter. The Kalman filter is a reliable estimation method for estimating the state variables of a linear stochastic dynamic system. The advantage of the Kalman filter is its ability to estimate the state variables in the past, present, and future. Kalman filter estimation is done by predicting state variables based on system dynamics, called the prediction stage and then corrections are made to improve the estimation results based on data from measurement results, which is called the correction stage. The prediction-correction stage is carried out recursively to get the estimation results that are close to the true value by minimizing the covariance of the estimated error.

In general, the construction of the estimation method aims to get accurate results, ie the estimation error is close to zero, with fast computing time.

problem of computational time is also greatly influenced by the size of the order model, so as to minimize computational time, it can be done by reducing the order of the large order model so that a simple model with a smaller order is obtained without significant errors, meaning that the reduction error is very small. Models with smaller orders are called reduced models. The way to get the reduced model is called model reduction. Order model reduction methods have been developed, including the equilibrium cutting method, the equilibrium cutting method which is expanded, the genetic algorithm method, the Singular Perturbation Approximation (SPA) method, and the Linear Matrix Inequality (LMI) method.

The main part of this research is constructing the Kalman filter algorithm on the reduced model obtained from a discrete dynamic system that is asymptotically stable, controlled, and observable with the LMI reduction method and examines the existence, stability, and convergence of the estimator produced, and then implements it in real problems. . The results showed that the reduced system obtained by the LMI method was asymptotically stable, controlled, and observed. In this study also succeeded in getting the construction of the Kalman filter algorithm on the reduced system with the LMI method. In this study, stability and convergence of estimators have also been investigated. It is found that the existence of the best estimator in a reduced system is determined by the convergence of a stochastic reduced system.

Based on the simulation results on real problems (heat conduction, Kali Surabaya water quality problems, and river water level problems), it is found that the results of the estimation of the state variables using the Kalman filter algorithm in the reduced system, have more accurate results with shorter computing time if compared to the estimation results using the Kalman filter algorithm applied to the original system