

## **BAB I PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Estimasi merupakan suatu metode untuk menaksir nilai kuantitas yang tidak diketahui dari data yang tersedia pada suatu sistem. Estimasi merupakan hal yang cukup penting dalam kehidupan keseharian karena banyak masalah kehidupan yang membutuhkan estimasi, misalnya estimasi ketinggian air sungai, estimasi ketinggian pasang surut air laut, estimasi ketinggian gelombang air laut, estimasi kualitas udara, estimasi kualitas air tanah, estimasi kualitas air sungai, estimasi dalam peramalan cuaca, estimasi dalam navigasi kapal laut, pesawat terbang dan satelit, serta pelacakan obyek (Lewis, 1992; Apriliani *et al.*, 2001; Apriliani *et al.*, 2011).

Estimasi diperlukan karena tidak semua variabel keadaan dapat diukur secara langsung, karena jika semua variabel keadaan harus diukur memerlukan biaya yang cukup mahal. Estimasi juga dilakukan karena pertimbangan waktu dan kesulitan pengukuran. Oleh karena itu, diperlukan sistem pembantu yang disebut dengan observer. Sistem pembantu atau observer digunakan untuk mengestimasi variabel keadaan sistem yang tidak dapat diamati secara langsung (Olsder & Woude, 2003).

Estimasi variabel keadaan dilakukan sesuai dengan jenis sistemnya, yaitu sistem deterministik dan sistem stokastik. Sistem deterministik adalah sistem yang tidak memuat noise. Sedangkan sistem stokastik adalah sistem yang memuat noise, yaitu noise sistem dan noise pengukuran. Noise sistem adalah noise yang terjadi karena pengaruh dari lingkungan sekitar, misalnya karena pengaruh udara, angin, dan cuaca. Sedangkan noise pengukuran adalah noise yang disebabkan karena faktor kesalahan yang ada pada alat ukur atau karena ketidakteelitian pada saat membaca alat ukur. Estimasi variabel keadaan pada sistem deterministik dilakukan dengan menggunakan observer. Sedangkan estimasi variabel keadaan pada sistem stokastik dilakukan dengan menggunakan filter Kalman (Lewis, 1986).

Filter Kalman merupakan metode estimasi yang handal dalam menaksir dan menduga variabel keadaan dari sebuah sistem dinamik stokastik linear.

Keunggulan filter Kalman adalah kemampuannya untuk mengestimasi variabel keadaan pada waktu lampau, sekarang, maupun di waktu mendatang. Estimasi dengan filter Kalman dilakukan dengan cara memprediksi variabel keadaan berdasarkan dinamika sistem, yang disebut tahap prediksi dan selanjutnya dilakukan koreksi untuk memperbaiki hasil estimasi berdasarkan data-data dari hasil pengukuran, yang disebut tahap koreksi. Tahap prediksi-koreksi tersebut dilakukan secara rekursif untuk mendapatkan hasil estimasi yang mendekati nilai sebenarnya dengan cara meminimumkan kovariansi error estimasi (Lewis,1986).

Filter Kalman pertama kali diperkenalkan oleh Rudolf E. Kalman pada tahun 1960. Algoritma filter Kalman memberikan inspirasi bagi peneliti lain untuk membahas pengembangan beserta aplikasinya. Anderson & Moore (1979) melakukan modifikasi pada algoritma filter Kalman dengan cara membentuk matriks akar kuadrat dari matriks kovariansnya, yang dikenal dengan nama algoritma filter kovariansi akar kuadrat. Hasil dari algoritma filter kovariansi akar kuadrat ini lebih stabil secara numerik dibanding hasil dari filter Kalman, tetapi karena matriks yang terbentuk ukurannya semakin besar, maka memerlukan waktu komputasi yang lebih lama dibandingkan dengan algoritma filter Kalman sehingga dibuatlah algoritma filter kovariansi akar kuadrat dengan reduksi rank (Verlaan & Heemink, 1997). Modifikasi lain dari filter Kalman adalah algoritma filter informasi akar kuadrat (Bierman, 1977), yang selanjutnya dikembangkan menjadi algoritma filter informasi akar kuadrat dengan reduksi rank (Apriliani, 2001). Filter Kalman juga dimodifikasi agar dapat diimplementasikan pada model dinamik nonlinear. Algoritma yang telah dikembangkan diantaranya adalah Extended Kalman Filter (EKF) dan Ensemble Kalman Filter (EnKF) (Evensen, 2003). Apriliani *et al.* (2015) menggunakan filter Kalman dan modifikasinya untuk mengestimasi masalah-masalah lingkungan meliputi masalah distribusi polusi air tanah, distribusi polusi udara, dan aliran debris.

Secara umum, konstruksi metode estimasi bertujuan untuk mendapatkan hasil yang akurat, yakni error estimasinya mendekati nol, dengan waktu komputasi yang cepat. Masalah waktu komputasi juga sangat dipengaruhi oleh besarnya order model, sehingga untuk memperkecil waktu komputasi, dapat dilakukan dengan cara mereduksi order dari model yang berorder besar sehingga diperoleh model

sederhana dengan order yang lebih kecil tanpa kesalahan yang signifikan, dalam arti error reduksinya sangat kecil. Model dengan order yang lebih kecil ini disebut dengan model tereduksi. Adapun cara untuk mendapatkan model tereduksi disebut reduksi model (Grigoriadis, 1995). Metode reduksi order model telah banyak dikembangkan, diantaranya adalah metode pemotongan setimbang (Sigurd, 2001; Fatmawati *et al.*, 2011), metode pemotongan setimbang yang diperluas (Sandberg, 2008), metode algoritma genetik (Satakshi *et al.*, 2005), metode SPA (Singular Perturbation Approximation) (Mohaghegh *et al.*, 2016; Saragih & Fatmawati, 2013), dan metode LMI (*Linear Matrix Inequality*) (Grigoriadis, 1995; Ebihara & Hagiwara, 2004; Ebihara *et al.*, 2008; Khademi *et al.*, 2015).

Berdasarkan beberapa penelitian yang ada, fokus utama yang banyak dibahas oleh para peneliti adalah bagaimana mendapatkan prosedur estimasi variabel keadaan yang bisa mendapatkan hasil estimasi yang akurat dengan waktu komputasi yang singkat. Modifikasi yang telah dilakukan adalah dengan cara memodifikasi algoritma filter Kalman yang telah diterapkan pada suatu sistem. Arif *et al* (2014) dan Lesnussa *et al* (2017), telah mengkolaborasikan antara metode reduksi model dan metode estimasi yaitu dengan cara mengkonstruksi algoritma filter Kalman pada model tereduksi dari sistem linear waktu diskrit yang telah direduksi dengan metode pemotongan setimbang. Hal yang sama juga dilakukan oleh Rachmawati *et al* (2018), yang mengkolaborasikan algoritma filter Kalman dengan metode reduksi SPA.

Modifikasi dengan cara mengkonstruksi algoritma filter Kalman pada model tereduksi dari sistem linear diskrit ini menarik peneliti untuk melakukan hal yang sama, hanya saja pilihan metode reduksi modelnya adalah dengan metode LMI. Metode reduksi model LMI dipilih dengan pertimbangan bahwa banyak masalah sistem dan kontrol yang dapat dengan mudah diterjemahkan ke bentuk LMI sehingga bisa diselesaikan dengan mudah dan beragam problem optimasi yang sulit secara komputasi dapat secara efektif didekati dengan masalah LMI. Pertimbangan lain adalah, diperoleh bahwa hasil error reduksi yang dihasilkan metode LMI, yang diukur dengan norm  $\mathcal{H}_\infty$  yaitu norm tak hingga dari selisih fungsi transfer sistem asli dengan sistem tereduksi, merupakan error reduksi terkecil jika dibandingkan dengan error reduksi yang dihasilkan metode pemotongan setimbang

dan metode SPA (Ebihara *et al.*, 2018). Reduksi model dengan metode LMI dilakukan dengan menitikberatkan pereduksian order model pada error reduksi yang terjadi sehingga sistem baru yang dihasilkan memiliki error sekecil mungkin terhadap sistem semula. Pertimbangan lain adalah penelitian oleh Tamboli *et al.* (2016) tentang studi perbandingan filter Kalman dan LMI berdasarkan filter  $\mathcal{H}_\infty$ . Konstruksi algoritma filter Kalman pada model tereduksi dari sistem linear diskrit dengan metode LMI dilakukan dengan tujuan menghasilkan hasil estimasi yang akurat dengan waktu komputasi yang singkat.

Pada penelitian ini dilakukan kolaborasi antara metode reduksi model dan metode estimasi yaitu dengan cara mengkonstruksi algoritma filter Kalman pada model tereduksi dari sistem linear waktu diskrit yang telah direduksi dengan metode LMI. Analisa baik secara analitik maupun secara numerik juga dilakukan terhadap implementasinya dalam masalah-masalah real, yaitu dalam masalah konduksi panas, masalah ketinggian air sungai, dan dalam masalah konsentrasi polusi air sungai.

## 1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan diselidiki peneliti adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana kriteria dari model tereduksi yang diperoleh dari sistem dinamik diskrit dengan metode reduksi LMI?
2. Bagaimana konstruksi algoritma filter Kalman pada model tereduksi yang diperoleh dari sistem dinamik diskrit dengan metode reduksi LMI?
3. Bagaimana eksistensi, stabilitas, dan konvergensi estimator yang dihasilkan dari algoritma filter Kalman pada model tereduksi yang diperoleh dari sistem dinamik diskrit dengan metode reduksi LMI ?
4. Bagaimana analisa secara analitik maupun secara numerik terhadap implementasi algoritma filter Kalman pada model tereduksi dengan metode LMI jika diterapkan pada masalah-masalah real?.

### 1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk:

1. Menentukan kriteria dari model tereduksi yang diperoleh dari sistem dinamik diskrit dengan metode reduksi LMI.
2. Mengkonstruksi algoritma filter Kalman pada model tereduksi yang diperoleh dari sistem dinamik diskrit dengan metode reduksi LMI.
3. Mengkaji eksistensi, stabilitas, dan konvergensi estimator yang dihasilkan dari algoritma filter Kalman pada model tereduksi yang diperoleh dari sistem dinamik diskrit dengan metode reduksi LMI.
4. Menganalisa secara analitik maupun secara numerik terhadap implementasi algoritma filter Kalman pada model tereduksi dengan metode LMI jika diterapkan pada masalah-masalah real.

### 1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini dalam pengembangan keilmuan khususnya pada konsep estimasi dan konsep reduksi model adalah memperoleh modifikasi dari algoritma filter Kalman dengan mengkolaborasikan antara konsep estimasi filter Kalman dengan konsep reduksi model LMI. Modifikasi algoritma filter Kalman ini dapat diterapkan secara praktis pada masalah yang terjadi di seputar kehidupan manusia, diantaranya adalah untuk mengestimasi distribusi panas pada masalah konduksi panas, mengestimasi kualitas air sungai, kualitas air tanah, kualitas udara, dan mengestimasi masalah aliran air sungai. Di sisi lain juga akan memotivasi penelitian lanjutan dengan menggunakan metode estimasi yang lain ataupun menggunakan metode reduksi yang lain.

### 1.5 Batasan Penelitian

Sistem yang dibahas adalah sistem dinamik diskrit LTI (*Linear Time Invariant*) yang stabil asimtotis, terkendali, dan teramati. Dalam proses estimasi, noise sistem dan noise pengukuran diasumsikan noise putih (*white noise*) dengan rata-rata nol, matriks kovarians noise sistem semi definit positif dan matriks kovarians noise pengukuran definit positif.