

## DAFTAR ISI

	Hal.
JUDUL .....	i
HALAMAN PENGESAHAN .....	ii
DAFTAR ISI .....	iv
PRAKATA .....	vi
DAFTAR GAMBAR .....	viii
DAFTAR TABEL .....	ix
DAFTAR SIMBOL .....	x
DAFTAR LAMPIRAN .....	xii
ABSTRAK .....	xiii
ABSTRACT .....	xiv
<b>BAB I. PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang .....	1
1.2. Rumusan Masalah .....	4
1.3. Tujuan Penelitian .....	4
1.4. Manfaat Penelitian .....	5
<b>BAB II. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>6</b>
2.1. Graf .....	6
2.2. Dimensi Metrik dan Dimensi Metrik Lokal .....	11
2.3. Dimensi Metrik Fraksional dan Dimensi Metrik Fraksional Lokal .....	14
2.4. Ring .....	16
<b>BAB III. KERANGKA KONSEP DAN HIPOTESIS</b> .....	<b>22</b>
3.1. Kerangka Konsep .....	22
3.2. Hipotesis .....	24
<b>BAB IV. METODE PENELITIAN</b> .....	<b>25</b>
<b>BAB V. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN</b> .....	<b>28</b>
5.1. Graf Prima Relatif dan Sifat-sifatnya .....	28
5.2. Dimensi Metrik dan Dimensi Metrik Lokal .....	36
5.3. Dimensi Metrik Fraksional .....	44
5.4. Dimensi Metrik Fraksional Lokal .....	49

BAB VI. KESIMPULAN DAN SARAN .....	61
6.1. Kesimpulan .....	61
6.2. Saran .....	61
DAFTAR PUSTAKA .....	62
LAMPIRAN	

## PRAKATA

Alhamdulillah, puji syukur kehadirat Allah Subhanahu wa Ta'ala atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyusun dan menyelesaikan naskah disertasi ini. Sholawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad Shalallahu Alaihi Wassallam sebagai pemimpin umat manusia dan suri tauladan terbaik yang kita nantikan syafa'atnya di hari akhir nanti.

Disertasi dengan judul "Dimensi Metrik dan Dimensi Metrik Fraksional dari Graf Prima Relatif" ini disusun sebagai salah satu persyaratan dalam menempuh pendidikan jenjang doktoral di Universitas Airlangga. Topik di atas dipilih atas pertimbangan ketertarikan penulis dalam meneliti bidang teori graf, khususnya yang berkaitan dengan sistem aljabar misalnya ring. Peluang mengembangkan penelitian di bidang ini masih sangat terbuka lebar dengan bahasan yang cukup luas baik sisi perluasan konsep maupun objek yang dapat diteliti bahkan setelah selesainya penelitian disertasi ini.

Pada proses penyusunan naskah disertasi ini, berbagai pihak telah berkontribusi dalam memberikan dukungan, untuk itu penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Kementerian Ristekdikti atas pemberian beasiswa kepada penulis dalam skema beasiswa program pascasarjana dalam negeri (BPP-DN).
2. Dr. Fatmawati. M.Si. sebagai Promotor dan Dr. Mohammad Imam Utoyo, M.Si. sebagai Ko-promotor yang telah membimbing dan memotivasi dengan penuh kesabaran serta memberikan arahan dalam penyusunan naskah disertasi ini.
3. Dr. Alfinda Novi Kristanti, DEA selaku Koordinator Program Studi S3 MIPA atas segala motivasi dan bantuan yang diberikan.
4. Rektor, Dekan, Koordinator Program Studi Matematika dan Ketua Departemen Matematika Universitas Airlangga yang telah memberi kesempatan kepada penulis untuk menempuh pendidikan di Program Studi S3 MIPA Universitas Airlangga.
5. Segenap kolega dosen dan tenaga kependidikan di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga atas dorongan motivasi dan bantuan moril serta diskusi yang sangat membangun selama ini.

Dengan selesainya penulis menempuh pendidikan doktoral, penulis berharap ini akan menjadi titik awal pengembangan diri penulis khususnya dalam kinerja penelitian di masa yang akan datang. Akhirnya penulis berharap naskah disertasi ini akan

bermanfaat bagi para pembaca dalam menambah khasanah penelitian di bidang teori graf serta bidang aljabar secara umum. Kritik dan saran sangat penulis harapkan demi peningkatan kualitas tulisan ini.

Surabaya, Oktober 2020.

Penulis

## DAFTAR GAMBAR

		Hal.
Gambar 2.1.	Graf $G$	7
Gambar 2.2.	Beberapa jenis graf	8
Gambar 2.3.	Dua graf yang isomorfis	8
Gambar 2.4.	Graf lengkap	8
Gambar 2.5.	Beberapa graf multipartit	9
Gambar 2.6.	Graf dan subgraf	9
Gambar 2.7.	Graf $H$ berordo 6 dan berukuran 6	10
Gambar 2.8.	Operasi gabungan pada graf	11
Gambar 2.9.	Operasi <i>join</i> pada graf	11
Gambar 2.10.	Graf terhubung berordo 5	12
Gambar 2.11.	Graf terhubung berordo 4	13
Gambar 2.12.	Graf sikel $C_4$	15
Gambar 3.1.	Skema konsep ilmiah	23
Gambar 4.1.	Skema alur penelitian disertasi	27
Gambar 5.1.	Beberapa graf prima relatif	28
Gambar 5.2.	Graf $G_{\mathbb{Z}_7}$	33
Gambar 5.3.	Isomorfisma $G_{\mathbb{Z}_8}$ dengan $K_3 + H_{2,2}$	34
Gambar 5.4.	Graf $G_{\mathbb{Z}_5}$	44

**DAFTAR TABEL**

	Hal.
Tabel 5.1. Penentuan banyak sisi pada $G_{\mathbb{Z}_n}$	31
Tabel 5.2. Isomorfisma $G_{\mathbb{Z}_n}$ dengan $K_m +$ graf $k$ -partit untuk $n = 5 - 13$	35

## DAFTAR SIMBOL

$[a]$	: Kelas ekuivalensi yang memuat $a$
$a b$	: Bilangan $a$ membagi $b$
$a \approx b$	: $a$ berelasi dengan $b$
$C_n$	: Graf sikel dengan $n$ titik
$d(u, v)$	: Jarak dari titik $u$ ke titik $v$
$d(u, S)$	: Jarak dari titik $u$ ke himpunan titik $S$
$\deg_G(v)$	: Derajat titik $v$ di graf $G$
$\delta(G)$	: Derajat minimum di antara titik-titik di $G$
$\Delta(G)$	: Derajat maksimum di antara titik-titik di $G$
$\dim(G)$	: Dimensi metrik dari graf $G$
$\dim_l(G)$	: Dimensi metrik lokal dari graf $G$
$\dim_f(G)$	: Dimensi metrik fraksional dari graf $G$
$\dim_{fl}(G)$	: Dimensi metrik fraksional lokal dari graf $G$
$\text{diam}(G)$	: Diameter dari graf $G$
$e(v)$	: Eksentrisitas dari titik $v$
$E(G)$	: Himpunan sisi dari graf $G$
$ E(G) $	: Ukuran graf $G$
$G \cong H$	: Graf $G$ yang isomorfis dengan $H$
$g(G)$	: <i>Girth</i> dari graf $G$
$G_{\mathbb{Z}_n}$	: Graf prima relatif dari ring bilangan bulat modulo $n$
$G_1 \cup G_2$	: Gabungan dari graf $G_1$ dan $G_2$
$G_1 + G_2$	: <i>Join</i> dari graf $G_1$ dan $G_2$
$\text{gcd}(a, b)$	: Pembagi persekutuan terbesar dari $a$ dan $b$
$K_n$	: Graf lengkap dengan $n$ titik
$K_{1,n}$	: Graf bintang
$K_{n_1, n_2, \dots, n_k}$	: Graf multipartit lengkap
$ P_0 $	: Kardinalitas himpunan $P_0$
$P_n$	: Graf lintasan dengan $n$ titik
$\mathcal{R}$	: Sebarang ring

$R\{x, y\}$	: Persekitaran pembeda dari titik $x$ dan $y$
$R_l\{x, y\}$	: Persekitaran pembeda lokal dari titik $x$ dan $y$
$r(v W)$	: Representasi titik $v$ terhadap himpunan $W$
$rad(G)$	: Radius dari graf $G$
$u - v$	: Jalan dari $u$ sampai $v$
$U(\mathcal{R})$	: Himpunan unit dari ring $\mathcal{R}$
$V(G)$	: Himpunan titik dari graf $G$
$ V(G) $	: Ordo graf $G$
$[x]$	: Bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan $x$
$x \equiv y \pmod{n}$	: Kongruen modulo $n$
$\mathbb{Z}_n$	: Ring bilangan bulat modulo $n$
$\binom{x}{y}$	: Kombinasi $y$ objek dari $x$ objek yang tersedia
$\square$	: Tanda berakhirnya proses pembuktian



## DAFTAR LAMPIRAN

- Lampiran 1. Contoh konkret formulasi model program linear untuk beberapa  $n$
- Lampiran 2. Nilai dimensi metrik fraksional dan dimensi metrik fraksional lokal dari  $G_{\mathbb{Z}_n}$  untuk  $n = 3,4,5, \dots, 33$  (perhitungan dengan program WinQSB)
- Lampiran 3. Hasil output WinQSB dalam perhitungan nilai dimensi metrik fraksional untuk  $n = 3,4,5, \dots, 33$ .
- Lampiran 4. Hasil output WinQSB dalam perhitungan nilai dimensi metrik fraksional lokal untuk  $n = 3,4,5, \dots, 33$ .
- Lampiran 5. Biodata mahasiswa
- Lampiran 6. Hasil publikasi