# BAB I

# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Ruang Morrey diambil dari nama seorang matematikawan Amerika yaitu Charles Bardfield Morrey Jr. (1907-1984) dan pertama kali diperkenalkan oleh Morrey sendiri pada tahun 1938. Ruang Morrey menjadi ruang yang penting dalam banyak cabang matematika meskipun pertama kali ditemukan untuk menyelesaikan persaman diferensial parsial, saat ini sudah ada ratusan artikel dan jurnal yang membahas Ruang Morrey dengan tujuan pengembangan yang lebih jauh (**Sawano, dkk., 2014**).

**Gunawan dkk. (2016)** mendefinisikan ruang barisan Morrey yang dinotasikan $\ell_q^p$ dengan $1 \leq p \leq q < \infty$ adalah himpunan semua barisan real $x = \langle x_k \rangle_{k \in \mathbb{Z}}$ yang memenuhi

$$\|x\|_{\ell_q^p} = \sup_N |S_N|^{\frac{1}{q}-\frac{1}{p}} \left( \sum_{k \in S_N} |x_k|^p \right)^{1/p} < \infty, \tag{1.1}$$

dengan $N \in \mathbb{N}$, $S_N = \{-N, -(N-1), \dots, 0, \dots, N-1, N\}$ dan $|S_N|$ adalah kardinalitas dari $S_N$. Ruang barisan yang dinotasikan $\ell^p = \ell_p^p$ dengan $p = q$ adalah himpunan semua barisan yang memenuhi

$$\sum_{k \in \mathbb{Z}} |x_k|^p < \infty$$

dengan $p$ sebagai parameter (**Kreyszig, 1978**).

Ruang barisan Morrey $\ell_q^p$ mempunyai kaitan yang sangat erat dengan ruang barisan $\ell^p$. Salah satu sifat elementer ruang barisan Morrey adalah

$$\|x\|_{\ell_q^p} \leq \|x\|_{\ell^p}$$

untuk setiap $x \in \ell^p$ sehingga berlaku $\ell^p \subseteq \ell_q^p$ untuk $1 \leq p \leq q < \infty$. Dengan kata lain, ruang barisan Morrey $\ell_q^p$ merupakan perluasan dari ruang barisan $\ell^p$. Lebih lanjut **Gunawan dkk. (2016)** membuktikan bahwa ruang barisan Morrey $\ell_q^p$ dapat diperluas lagi menjadi ruang barisan Morrey tipe lemah yang dinotasikan $\omega\ell_q^p$. Ruang barisan Morrey tipe lemah adalah himpunan semua barisan real $x = \langle x_k \rangle_{k\in\mathbb{Z}}$ yang memenuhi

$$\|x\|_{\omega\, \ell_q^p} = \sup_{N\in\mathbb{N},\gamma>0} |S_N|^{\frac{1}{q}-\frac{1}{p}} \gamma |\{k \in S_N : |x_k| > \gamma\}|^{1/p} < \infty.$$

Ruang barisan Morrey tipe lemah dapat membentuk ruang dengan quasinorm dan mempunyai sifat-sifat elementer yang mirip seperti Ruang barisan Morrey. Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk mengkaji lebih lanjut tentang sifat-sifat elementer yang terdapat pada ruang barisan Morrey dan ruang barisan Morrey tipe lemah serta membahas hubungan antara ruang barisan $\ell^{\mathrm{p}}$, ruang barisan Morrey $\ell_q^p$ dan ruang barisan Morrey tipe lemah $\omega\ell_q^p$.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, permasalahan yang akan dibahas adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana sifat-sifat elementer yang ada pada ruang barisan Morrey?
2. Bagaimana hubungan antara ruang barisan $\ell^p$, ruang barisan Morrey $\ell_q^p$ dan ruang barisan Morrey tipe lemah $\omega\ell_q^p$ ?

## 1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan yang akan dicapai adalah sebagai berikut :

1. Menunjukkan dan membuktikan sifat-sifat elementer yang ada pada ruang barisan Morrey.

2. Menunjukkan hubungan antara ruang barisan $\ell^p$, ruang barisan Morrey $\ell_q^p$ dan ruang barisan Morrey tipe lemah $\omega\ell_q^p$.

## 1.4 Manfaat

Manfaat yang diperoleh adalah menambah pengetahuan tentang ruang barisan Morrey, ruang barisan $\ell^p$ dan ruang barisan Morrey tipe lemah serta mempelajari sifat elementer yang ada pada ruang barisan Morrey dan ruang barisan Morrey tipe lemah.