

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang matematika yang digunakan untuk mempermudah penyelesaian masalah dengan cara merepresentasikan objek yang diteliti sebagai titik (*vertex*) dan hubungan antarobjek yang diteliti sebagai sisi (*edge*). Sumarsono, *et al.* (2016) menyatakan bahwa teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler, seorang matematikawan berkebangsaan Swiss pada tahun 1736 ketika menyelesaikan permasalahan tujuh Jembatan Konigsberg. Jembatan Konigsberg merupakan jembatan yang terletak diantara empat daratan dan menghubungkan masing-masing daratan. Pada permasalahan tersebut, Euler menyajikan daratan sebagai titik dan jembatan sebagai sisi dan berhasil membuktikan bahwa tidak ada rute yang mungkin sedemikian sehingga semua jembatan dapat dilewati tepat satu kali. Publikasi atas permasalahan tersebut dan solusi yang dia tawarkan kemudian mengarah pada perkembangan konsep teori graf.

Seiring berjalannya waktu, banyak ditemukan konsep dalam teori graf, salah satunya adalah dimensi metrik. Feng, *et al.* (2013) menyatakan bahwa dimensi metrik pada graf diperkenalkan pertama kali secara terpisah oleh Slater pada tahun 1975 dan oleh Harary dan Melter pada tahun 1976. Suatu himpunan bagian dari himpunan titik pada graf disebut sebagai himpunan pembeda apabila setiap dua titik pada graf memiliki representasi yang berbeda terhadap himpunan tersebut. Himpunan pembeda dengan kardinalitas minimum disebut basis pada graf. Sedangkan, kardinalitas dari basis disebut dimensi metrik pada graf. Adapun beberapa ilmuwan yang telah mengembangkan konsep dimensi metrik antara lain Careres, *et al.* (2007) mengembangkan dimensi metrik graf hasil kali kartesian, Yero, *et al.* (2010) mengembangkan dimensi metrik graf hasil korona, Iswadi, *et al.* (2011) mengembangkan graf hasil kali korona, Feng, *et al.* (2013)

mengembangkan dimensi metrik graf lintasan dan Saputro, *et al.* (2017) mengembangkan dimensi metrik graf hasil operasi *comb*.

Selain konsep mengenai dimensi metrik, dalam teori graf juga diperkenalkan konsep himpunan dominasi. Himpunan dominasi merupakan himpunan bagian dari himpunan titik di suatu graf dimana setiap titik yang tidak termasuk himpunan tersebut bertetangga dengan minimal salah satu titik di himpunan tersebut. Kardinalitas minimal dari himpunan dominasi disebut dengan bilangan dominasi. Himpunan dominasi pertama kali diperkenalkan pada tahun 1960. Sejak saat itu, himpunan dominasi maupun bilangan dominasi telah banyak digunakan untuk menyelesaikan beberapa permasalahan. Menurut Gross, J. dan Yellen, J. dalam Umilasari (2017), salah satu contoh permasalahan yang dapat diselesaikan dengan bantuan himpunan dominasi adalah penentuan banyaknya pos pertolongan pertama pada suatu wilayah yang terdampak bencana alam. Misalkan wilayah tersebut terdiri dari beberapa desa kecil dan pos darurat terletak pada desa tertentu. Desa-desa disajikan sebagai titik, sedangkan sisi yang menghubungkan kedua titik menyatakan bahwa pos darurat yang didirikan pada suatu desa juga dapat melayani desa yang bertetangga dengannya. Sehingga, bilangan dominasi dari graf menyatakan banyaknya pos darurat yang perlu didirikan pada wilayah tersebut sedemikian sehingga setiap desa memiliki akses yang mudah untuk menjangkaunya. Beberapa penelitian terkait himpunan dominasi berkembang cukup pesat. Diantaranya adalah penelitian yang dilakukan oleh Mathieu Liedloff (2008) mengenai himpunan dominasi pada graf bipartit dan penelitian yang dilakukan oleh Reni Umilasari dan Darmaji (2016) mengenai bilangan dominasi jarak dua pada graf hasil operasi korona.

Dengan memperhatikan perkembangan dari dimensi metrik maupun himpunan dominasi pada graf, keduanya memiliki peluang yang sama untuk dikembangkan. Adapun beberapa ilmuwan yang telah mengembangkan antara lain Brigham, *et al.* (2003) yang memperkenalkan istilah *resolving domination number*, yang merupakan perpaduan antara konsep dimensi metrik dan himpunan dominasi, dilanjutkan dengan Henning dan Oellarmann (2004) serta González, *et*

al. (2018) yang mengembangkan definisi yang sama tetapi dengan istilah yang berbeda, yaitu *metric-locating-dominating number*.

Berdasarkan penjelasan diatas, konsep mengenai himpunan dominasi dan dimensi metrik memungkinkan untuk dapat dikaji ulang. Dengan mempertimbangkan perkembangan konsep pada graf hasil operasi, dalam penelitian ini definisi *resolving domination number* disajikan kembali dengan pendefinisian yang merujuk pada konsep dimensi metrik dengan istilah dimensi metrik dominasi. Selanjutnya, konsep dimensi metrik dominasi dikembangkan pada beberapa graf khusus yaitu graf lintasan, graf siklus, graf lengkap, graf bintang, dan graf bipartit lengkap dan pada graf hasil operasi korona dari sebarang graf terhubung dan graf khusus yang telah disebutkan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka rumusan masalah yang dibahas dalam tulisan ini adalah:

1. Bagaimana menyajikan ulang definisi *resolving domination number* menjadi dimensi metrik dominasi?
2. Bagaimana menentukan dimensi metrik dominasi pada graf hasil operasi korona?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan ini adalah:

1. Menyajikan ulang definisi *resolving domination number* menjadi dimensi metrik dominasi.
2. Menentukan dimensi metrik dominasi pada graf hasil operasi korona.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memperluas kajian mengenai dimensi metrik dominasi, khususnya pada graf hasil operasi korona.
2. Penelitian ini dapat digunakan sebagai referensi dalam menentukan dimensi metrik dominasi pada graf hasil operasi lain.