

Awidin Novictor, 2020, **Energi Laplacian dari Graf Jacobson Atas Ring \mathbb{Z}_n** . Skripsi ini dibawah bimbingan Dr. Liliek Susilowati, M.Si. dan Dr. Fatmawati, M.Si., Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Graf Jacobson adalah graf yang dikonstruksi atas sebuah ring berhingga yang komutatif. Himpunan titik dari graf Jacobson adalah elemen-elemen dari ring yang bukan merupakan elemen dari Jacobson *radical*, sedangkan himpunan sisinya berisi pasangan titik yang memiliki sifat tertentu yang terkait dengan himpunan unit. Tujuan dari penelitian ini adalah mengkonstruksi graf Jacobson atas ring \mathbb{Z}_n serta menentukan energi dan energi Laplacian dari grafnya. Dengan menggunakan sifat elemen pada ring \mathbb{Z}_n , dapat dikonstruksi graf Jacobson atas ring \mathbb{Z}_n , untuk beberapa kondisi n . Untuk $n = p$ dengan p prima, graf Jacobson merupakan graf tak terhubung dengan derajat maksimal dari titiknya adalah satu. Graf Jacobson atas ring \mathbb{Z}_n untuk $n = 2^k$ dengan $k = 2, 3, 4, \dots, m$ adalah graf lengkap serta memiliki energi dan energi Laplacian sebesar $2^k - 2$. Berikutnya untuk graf Jacobson atas ring \mathbb{Z}_n dengan $n = 3^k$ merupakan graf tak terhubung dengan dua komponen subgraf yang isomorf serta memiliki energi dan energi Laplacian sebesar $2^2(3^{k-1} - 1)$.

Kata kunci: *Graf Jacobson, Jacobson radical, Matriks Laplacian, Energi, Energi Laplacian*

Awidin Novictor, 2020, **Laplacian Energy of Jacobson Graf Over Ring \mathbb{Z}_n** . This undergraduate thesis is supervised by Dr. Liliek Susilowati, M.Si. dan Dr. Fatmawati, M.Si., Mathematics Department, Faculty of Science and Technology, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRACT

The Jacobson graph is a graph constructed from a commutative finite ring. The vertex set of Jacobson graph are elements of the ring which are not elements of the Jacobson radical, while the edge set are pairs of vertex that have certain properties that are related to the set of units. The purpose of this research is to construct the Jacobson graph over ring \mathbb{Z}_n and determine the energy and Laplacian energy of the graph. By using the element properties in the \mathbb{Z}_n ring, Jacobson's graph was constructed over the \mathbb{Z}_n ring, for several conditions n . For $n = p$ with p prime, the Jacobson graph is a disconnected graph with a maximum degree of vertex is one. The Jacobson graph of ring \mathbb{Z}_n for $n = 2^k$ with $k = 2, 3, 4, \dots, m$ is a complete graph, the Laplacian energy and energy of this graph is $2^k - 2$. Then for Jacobson graph over ring \mathbb{Z}_n with $n = 3^k$ is a disconnected graph with two isomorphic subgraph components, the energy and Laplacian energy of this graph is $2^2(3^{k-1} - 1)$.

Keywords: *Jacobson Graph, Jacobson radical, Laplacian Matrix, Energy, Laplacian Energy*

KATA PENGANTAR

Bismillaahirrahmaanirrahiim. Puji syukur ke hadirat Allah SWT karena berkat rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Energi Laplacian dari Graf Jacobson atas Ring \mathbb{Z}_n ”**. Keberhasilan penulis dalam menyelesaikan skripsi ini tidak luput dari bantuan dan dukungan berbagai pihak. Oleh sebab itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang membantu dan mendukung penulis untuk menyelesaikan proposal skripsi ini, diantaranya adalah :

1. Prof. Dr. Moh. Nasih, SE., M.Si., Ak. selaku Rektor Universitas Airlangga.
2. Prof. Drs. Win Darmanto, M.Si., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
3. Dr. Herry Suprajitno, M.Si. selaku Plt. ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
4. Dr. Moh. Imam Utoyo, M.Si. selaku Koordinator Program Studi S-1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
5. Dr. Liliek Susilowati, M.Si. dan Dr. Fatmawati, M.Si. selaku dosen pembimbing I dan pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, nasihat, tenaga, waktu dan pikiran yang sangat berharga.
6. Dr. Eridani, M.Si. selaku dosen wali yang telah memberikan bimbingan, nasihat dan motivasi.
7. Seluruh dosen dan staf Universitas Airlangga, khususnya Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmunya tanpa pamrih dan membantu dalam proses perkuliahan selama ini.
8. Kedua orang tua penulis, Bapak Wijianto dan Ibu Wahyunanik, yang tidak henti-hentinya mendoakan, memotivasi, serta memberi kasih sayang dan pengorbanan yang tak ternilai harganya.
9. Rekan penelitian Aljabar, Ratna, Sa’adah, Fadillah, Rembulan, Mbak Kun Zitta, Hubbi, Tri Irvan dan Mas Fadil yang selalu memberi saran dan dukungan kepada penulis.

10. Sahabat penulis, “Geng Lanang Pahing” yang beranggotakan Bintang, Alan, Hubbi, Irvan, Padhang, Rabbani, dan James serta semua sahabat yang tidak bisa disebutkan satu per satu yang selalu membantu penulis.
11. Teman-teman matematika angkatan 2016 yang selalu memberikan saran dan dukungan kepada penulis.
12. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan proposal skripsi ini.

Diharapkan penelitian ini dapat berguna dalam pengembangan ilmu matematika. Penulis menyadari bahwa penelitian ini masih jauh dari kata sempurna, sehingga penulis mengharapkan saran, kritik, dan usulan demi perbaikan penelitian ini.

Surabaya, 15 Maret 2020

Penyusun

Awidin Novictor