

BAB I**PENDAHULUAN****1.1 Latar Belakang**

Teori graf merupakan salah satu cabang matematika khususnya kombinatorik yang berkembang dengan sangat pesat, baik dalam teori maupun aplikasinya. Teori graf pertama kali diperkenalkan pada abad ke 18 masehi oleh seorang matematikawan Swiss yaitu Leonhard Euler yang berhasil menyelesaikan permasalahan jembatan di kota Konigsberg. Euler memodelkan permasalahan jembatan Koenigsberg dalam bentuk titik dan sisi. Dalam hal ini, jembatan direpresentasikan sebagai sisi, dan daratan direpresentasikan sebagai titik. Permasalahan jembatan Koenigsberg yang diselesaikan oleh Euler kemudian berkembang menjadi konsep graf Euler. Graf Euler merupakan graf yang memiliki sirkuit Euler, yaitu sebuah jalan pada graf yang dimulai dari suatu titik sehingga setiap sisi pada graf dilalui tepat satu kali sehingga kembali ke titik awal. Pemanfaatan konsep graf Euler dalam kehidupan sehari-hari diantaranya adalah penentuan rute tukang pos, rute kurir pengiriman, rute angkutan umum, dan masih banyak yang lainnya (Chartrand dan Lesniak, 2000).

Banyaknya manfaat dari konsep teori graf dalam kehidupan, mendorong para matematikawan khususnya di bidang teori graf, untuk terus melakukan pengembangan. Seiring berjalannya waktu, teori graf dikembangkan dengan memanfaatkan konsep dari aljabar abstrak, yakni konsep dari grup dan ring. Dalam konsep ring terdapat beberapa jenis ring khusus yang strukturnya memiliki sifat-sifat tertentu, diantaranya adalah ring komutatif, ring dengan elemen satuan, ideal maksimal, unit, serta Jacobson *radical*, yang merupakan irisan dari semua ideal maksimal. Pada tahun 2012, Azimi, dkk. mengenalkan konsep graf Jacobson, yang mengadaptasi struktur dari ring komutatif dengan elemen satuan. Graf Jacobson merupakan graf yang himpunan titiknya adalah elemen-elemen dari ring yang bukan merupakan elemen dari Jacobson *radical*, sedangkan himpunan sisinya

adalah pasangan titik yang ketika dioperasikan bukan merupakan elemen dari unit (Azimi, dkk., 2012).

Pengembangan konsep teori graf tidak berhenti pada konstruksi graf saja, tetapi juga pada karakteristik dan kelengkapan dari graf, salah satunya adalah konsep energi dari graf. Dalam Li, dkk. (2012), energi dari graf pertama kali diperkenalkan oleh Gutman pada tahun 1978. Energi dari graf terinspirasi dari total π -electron energy sebuah molekul hidrokarbon konjugat. Jika sebuah molekul hidrokarbon konjugat direpresentasikan dalam bentuk graf, maka total π -electron energy dari molekul tersebut merupakan jumlahan mutlak nilai eigen dari matriks ketetanggaan graf representasi molekulnya (Li, dkk., 2012), dengan matriks ketetanggaan merupakan matriks berbentuk persegi yang menyatakan ketetanggaan dari setiap titik yang berada pada graf (Chartrand dan Lesniak, 2000).

Dalam teori graf, terdapat konsep derajat dari sebuah titik, yang menyatakan banyaknya titik yang bertetangga dengan titik tersebut. Konsep derajat dari sebuah titik, dapat direpresentasikan dalam bentuk matrik diagonal yang dinamakan matriks derajat, yang kemudian mengantarkan konsep energi dari graf untuk dikembangkan lebih lanjut sehingga memunculkan definisi-definisi baru. Salah satu perkembangan konsep energi dari graf yang melibatkan matriks derajat adalah konsep energi Laplacian dari graf, yang diperkenalkan oleh Gutman dan Zhou pada tahun 2006. Konsep energi Laplacian dari graf memanfaatkan banyaknya titik dan sisi dari graf, serta nilai-nilai eigen dari matriks Laplacian. Matriks Laplacian sendiri adalah matriks yang didapatkan dari pengurangan matriks derajat oleh matriks ketetanggaan dari graf (Li, dkk., 2012).

Konsep energi dan energi Laplacian dari graf, dapat diaplikasikan untuk semua jenis graf, termasuk graf Jacobson yang dikonstruksi dari sebuah ring dengan sifat-sifat khusus. Salah satu ring yang memiliki sifat-sifat khusus yakni ring \mathbb{Z}_n , yang elemen-elemennya beranggotakan sisa-sisa pembagian modulo- n , dengan sifat-sifat khusus yang dimiliki diantaranya adalah banyak elemennya berhingga, operasinya bersifat komutatif dan memiliki elemen satuan. Berdasarkan sifat-sifat

khusus dari ring \mathbb{Z}_n , penulis tertarik untuk mengkonstruksi graf Jacobson dari ring \mathbb{Z}_n , serta mengkaji energi dan energi Laplacian dari graf Jacobson tersebut.

1.2 Rumusan Masalah

Dari latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu :

1. Bagaimana bentuk konstruksi graf Jacobson atas ring \mathbb{Z}_n ?
2. Bagaimana energi dan energi Laplacian dari graf Jacobson atas ring \mathbb{Z}_n ?
3. Bagaimana algoritma untuk mengkonstruksi graf Jacobson atas ring \mathbb{Z}_n ?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan masalah yang ingin dicapai dalam penelitian ini yaitu :

1. Mengkonstruksi graf Jacobson atas ring \mathbb{Z}_n .
2. Menentukan energi dan energi Laplacian dari graf Jacobson atas ring \mathbb{Z}_n .
3. Membuat algoritma untuk mengkonstruksi graf Jacobson atas ring \mathbb{Z}_n .

1.4 Manfaat

Manfaat penelitian ini adalah menambah referensi mengenai energi Laplacian, khususnya pada graf Jacobson atas ring \mathbb{Z}_n .