

SKRIPSI

RUANG BARISAN $l_p\left(\frac{1}{\alpha}\Delta\right)$



RICKY NOVALDI WILLYANTO

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

SKRIPSI

RUANG BARISAN $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$



RICKY NOVALDI WILLYANTO

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

RUANG BARISAN $l_p(\frac{1}{\alpha}\Delta)$

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga**

Ricky Novaldi Willyanto

NIM. 081811233084

Disetujui oleh:

Pembimbing I


Abdulloh Jaclani, M.Si.
NIP. 198102082012121003

Pembimbing II


Dr. Eridani, M.Si.
NIP. 196901091993031000

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Ruang Barisan $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$
Penulis : Ricky Novaldi Willyanto
NIM : 081811233084
Pembimbing I : Abdulloh Jaelani, M.Si.
Pembimbing II : Dr. Eridani, M.Si.
Tanggal Seminar : 24 Juni 2022

Disetujui oleh

Pembimbing I



Abdulloh Jaelani, M.Si.
NIP. 198102082012121003

Pembimbing II



Dr. Eridani, M.Si.
NIP. 196901091993031000

Mengetahui

Ketua Departemen dan Koordinator Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Herry Suprajitno, M.Si., Ph.D.
NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ricky Novaldi Willyanto

NIM : 081811233084

Program Studi : S-1 Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Jenjang : Sarjana (S-1)

menyatakan bahwa saya tidak melakukan kegiatan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

“Ruang Barisan $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$ ”

Apabila suatu saat nanti saya terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, Juni 2022



Ricky Novaldi Willyanto
NIM. 081811233084

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT, karena atas berkat dan rahmat-Nya, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Ruang Barisan $l_p \left(\frac{1}{\alpha}\Delta\right)$** ”. Dalam penyusunan skripsi ini dan dalam menjalani studi di Matematika Universitas Airlangga dilakukan dengan usaha terbaik penulis dan bantuan banyak pihak, sehingga mencapai hasil yang maksimal. Dalam kesempatan ini, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Mohammad Nasih, S.E. M.T. Ak. selaku rektor Universitas Airlangga, serta seluruh pengurus Universitas Airlangga yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menuntut ilmu dan menyediakan sarana dan prasarana penunjang perkuliahan.
2. Prof. Dr. Moh. Yasin, M.Si. selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga serta seluruh pengurus Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang telah menyediakan sarana dan prasarana serta membantu dalam proses perkuliahan, baik di bidang akademik maupun non akademik.
3. Dr. Herry Suprajitno, M.Si. selaku Ketua Departemen Matematika dan Kaprodi S-1 Matematika FST Universitas Airlangga, serta seluruh pengurus Departemen Matematika FST Universitas Airlangga yang telah menyediakan sarana, prasarana, pengajaran, dan membantu dalam proses perkuliahan baik di bidang akademik maupun non akademik.
4. Asri Bkti Pratiwi, M.Si. selaku dosen wali yang selalu mendukung serta memberikan saran dan masukan selama perkuliahan.
5. Abdulloh Jaelani, M.Si. selaku dosen pembimbing I dan Dr. Eridani sebagai dosen pembimbing II, yang senantiasa memberikan saran dan bimbingan dalam menyelesaikan skripsi.
6. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya di Departemen Matematika dan di Fakultas Sains dan Teknologi yang telah mengajarkan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.

7. Profesor serta seluruh dosen di Jeonbuk National University, Universiti Utara Malaysia, dan Asia University Taiwan yang telah mengajarkan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
 8. Seluruh pengurus dan staf Airlangga Global Engagement yang telah membantu dan mendukung penulis dalam mengikuti kegiatan-kegiatan internasional.
 9. Kedua orang tua: Samsi Loemawan, A.Md.Farm. dan Siswiyanti, serta adik Chelsea Felisa Loemawan, yang selalu memberikan dukungan baik material maupun nonmaterial kepada penulis.
 10. Bank Indonesia sebagai penyedia beasiswa.
 11. Para teman dekat dan seluruh mahasiswa angkatan 2018 Matematika Universitas Airlangga yang telah menemani dan memberi dukungan selama perkuliahan.
 12. Seluruh pihak yang secara langsung maupun tidak langsung telah memberi bantuan dan dukungan kepada penulis selama menjalani perkuliahan.
- Penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi khalayak umum, baik sebagai bahan pustaka bagi mahasiswa Universitas Airlangga maupun sebagai inspirasi dan ide dalam pengembangan bidang matematika, khususnya di bidang analisis.

Surabaya, Juni 2022

Penulis



Ricky Novaldi Willyanto

DAFTAR SIMBOL DAN OPERATOR

$\mathbb{N}$	:	himpunan bilangan natural, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$
$\mathbb{R}$	:	himpunan bilangan real
$f: A \rightarrow B$	:	fungsi f dari himpunan A ke himpunan B
X atau (x_n)	:	barisan bilangan real
$\mathcal{R}$	:	himpunan semua barisan bilangan real
$ x $	:	nilai mutlak dari bilangan real x
$\ X\ $	:	norma dari X
$\ X\ _p$	:	norma-p dari X , $1 \leq p < \infty$
$\lim_{x \rightarrow c} f(x)$	:	limit dari fungsi f terhadap variabel x saat x mendekati c
$\sup\{S\}$	:	supremum dari himpunan S
ΔX	:	selisih barisan yang dibentuk dari barisan X
l_p	:	ruang barisan terbatas, $1 \leq p < \infty$
$l_p(\Delta)$	:	ruang barisan selisih dari l_p , $1 \leq p < \infty$
■	:	akhir dari pembuktian
$\langle x, y \rangle$	:	hasil kali dalam dari x dan y
$(X, \ \cdot\)$	:	ruang X dengan norma $\ \cdot\ $
(X, d)	:	ruang X dengan metrik d
$d(x, y)$	:	hasil operasi metrik dari x dan y
$X \rightarrow x^*$	:	barisan X konvergen ke bilangan x^*
$X \rightarrow X^*$	:	barisan X konvergen ke barisan X^*
$P \Rightarrow Q$	:	jika P , maka Q
$P \Leftrightarrow Q$	:	P jika dan hanya jika Q

Ricky Novaldi Willyanto . 2022 . **Ruang Barisan $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$** . Skripsi ini dikerjakan di bawah bimbingan Abdulloh Jaelani, M.Si., dan Dr. Eridani, M.Si., Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Ruang barisan adalah ruang vektor dengan elemen-elemen berupa barisan bilangan real atau kompleks. Salah satu ruang barisan adalah ruang barisan terbatas, yang dinotasikan dengan l_p . Selisih barisan dari barisan X , yang dinotasikan dengan ΔX , diperkenalkan oleh Kizmaz pada tahun 1981. Dalam penelitian ini, didefinisikan $\frac{1}{\alpha} \Delta X$, yaitu perumuman dari selisih barisan ΔX . Selanjutnya dibangun ruang $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$, $1 \leq p < \infty, \alpha \in \mathbb{N}$ beserta normanya. Selanjutnya ditunjukkan berlakunya ketaksamaan Hölder dan ketaksamaan Minkowski dalam ruang $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$. Melalui sifat kelengkapan dalam ruang $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$, diperoleh bahwa ruang $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$ merupakan ruang Banach.

Kata kunci : ruang barisan selisih, ruang Banach, ketaksamaan Hölder, ketaksamaan Minkowski

Ricky Novaldi Willyanto . 2022 . **On Sequence Space $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$** . This thesis is under the supervision of Abdulloh Jaelani, M.Si., and Dr. Eridani, M.Si., Dept. of Mathematics, Faculty of Science and Technology Universitas Airlangga.

ABSTRACT

A sequence space is a vector space whose element is real or complex sequences. One of the main sequence spaces is the bounded sequence space, denoted as l_p . The difference of the sequence X , denoted by ΔX , was introduced by Kizmaz in 1981. In this thesis, $\frac{1}{\alpha} \Delta X$, the generalization of ΔX , is introduced. A new difference sequence space $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$, $1 \leq p < \infty$, $\alpha \in \mathbb{N}$ is then constructed along with its norm. Furthermore, Hölder inequality and Minkowski inequality in $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$ space are also observed. By looking at the completeness in $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$ space, it can be concluded that $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$ is a Banach space.

Keywords : difference sequence space, Banach space, Hölder inequality, Minkowski inequality

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR JUDUL	i
LEMBAR PERSETUJUAN.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI.....	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR SIMBOL DAN OPERATOR.....	viii
ABSTRAK	ix
ABSTRACT	x
DAFTAR ISI.....	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian.....	2
1.4 Manfaat Penelitian.....	2
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	3
2.1 Ruang Hasil Kali Dalam dan Ruang Bernorma	3
2.2 Barisan.....	8
2.3 Ruang Barisan	10
2.4 Ketaksamaan Hölder dan Ketaksamaan Minkowski dalam Barisan.....	11
2.5 Ruang Hilbert dan Ruang Banach	15
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	20
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	21
4.1 Ruang $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$	21
4.2 Ketaksamaan Hölder di $l_p \left(\frac{1}{\alpha} \Delta \right)$	22

4.3 Ketaksamaan Minkowski di $l_p\left(\frac{1}{\alpha}\Delta\right)$	23
4.4 Ruang $l_p\left(\frac{1}{\alpha}\Delta\right)$ adalah Ruang Banach.....	25
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	38
5.1 Kesimpulan	38
5.2 Saran.....	38
DAFTAR PUSTAKA	39