

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN INFEKSI CACING
DENGAN MEMPERHATIKAN TINGKAT RESIKO
TERINFEKSI**

SKRIPSI



ERLYN NARISHKI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA
2022**

IR-PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL MODEL
MATEMATIKA PENYEBARAN INFEKSI CACING DENGAN
MEMPERHATIKAN TINGKAT RESIKO TERINFEKSI**

SKRIPSI

ERLYN NARISHKI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL MODEL
MATEMATIKA PENYEBARAN INFEKSI CACING DENGAN
MEMPERHATIKAN TINGKAT RESIKO TERINFEKSI**

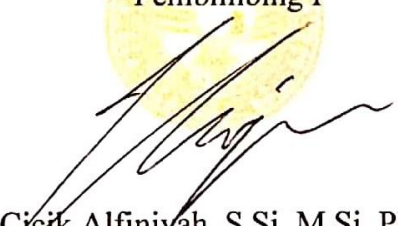
SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Erlyn Narishki
NIM. 081811233003

Disetujui oleh:

Pembimbing I


Cicik Alfiniyah, S.Si, M.Si, Ph.D.
NIP. 198604122008122003

Pembimbing II


Dr. Windarto, S.Si, M.Si.
NIP. 197711042003121001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model
Matematika Penyebaran Infeksi Cacing dengan
Memperhatikan Tingkat Resiko Terinfeksi

Penyusun : Erlyn Narishki

NIM : 081811233003

Pembimbing I : Cicik Alfiniyah, S.Si, M.Si, Ph.D.

Pembimbing II : Dr. Windarto, S.Si, M.Si.

Tanggal Ujian : Kamis, 11 Agustus 2022

Disetujui oleh:

Pembimbing I


Cicik Alfiniyah, S.Si, M.Si, Ph.D.
NIP. 198604122008122003

Pembimbing II


Dr. Windarto, S.Si, M.Si.
NIP. 197711042003121001

Mengetahui,
Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga


Dr. Herry Suprajitno, S.Si, M.Si
NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumber sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan dibawah ini, saya:

Nama : Erlyn Narishki
NIM : 081811233003
Program Studi : S-1 Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan tindakan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

“Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Infeksi Cacing dengan Memperhatikan Tingkat Resiko Terinfeksi”

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 15 Agustus 2022



Erlyn Narishki
NIM. 081811233003

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'alamin. Puji syukur penulis ucapkan atas kehadiran Allah SWT karena telah melimpahkan rahmat, hidayah, serta karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Infeksi Cacing dengan Memperhatikan Tingkat Resiko Terinfeksi” dengan baik. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada baginda Nabi Muhammad SAW yang telah menuntun umatnya menuju jalan Islam.

Keberhasilan penulis dalam menyusun skripsi ini tidak luput dari dukungan dan bantuan dari berbagai pihak, oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Moh. Nasih, SE., M.T., Ak., CMA, selaku Rektor Universitas Airlangga.
2. Direktorat Jenderal Pendidikan dan Kebudayaan yang telah memberikan beasiswa pendidikan kepada penulis.
3. Prof. Dr. Moh Yasin, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
4. Dr. Herry Suprajitno, S.Si., M.Si., selaku Ketua Departemen Matematika dan Koordinator Program Studi S-1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
5. Prof. Dr. Fatmawati, M.Si. selaku dosen wali yang selalu memberikan arahan, motivasi dan masukan selama perkuliahan.
6. Ibu Cicik Alfiniyah, S.Si, M.Si, Ph.D. dan Dr. Windarto, S.Si, M.Si. selaku dosen pembimbing I dan pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, nasehat, pikiran, kesabaran, dan masukan yang sangat berharga.
7. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya Departemen Matematika yang telah memberikan ilmu kepada penulis.
8. Kedua orang tua tercinta, Hari Suprpto dan Rini Handayani yang senantiasa memberikan segala dukungan kepada penulis baik material

maupun spiritual, serta adik penulis, Ersi Novianra yang telah memberikan doa dan semangat.

9. Keluarga besar Ahmad Kabul dan alm. Billah yang senantiasa memberikan dukungan, doa, dan semangat.
10. Sahabat penulis yang selalu menemani dalam suka maupun duka, Primayossy, Sekar, Umma, dan Septy yang telah memberikan dukungan, semangat, motivasi, doa dan menjadi tempat curahan hati bagi Penulis.
11. Sahabat penulis selama duduk dibangku perkuliahan, Dinda dan Mar'ah serta teman sekamar kos penulis, Yasinta yang memberi dukungan, bantuan, serta pengalaman semasa kuliah.
12. Teman-teman seperjuangan prodi S1-Matematika 2018 dan kakak tingkat yang memberikan motivasi dan pengalaman yang berharga semasa kuliah.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan penelitian ini belum sempurna. Oleh sebab itu, penulis mengharapkan adanya kritik dan saran yang membangun untuk memperbaiki penelitian ini. Penulis berharap semoga penelitian ini dapat memberikan manfaat bagi banyak pihak, khususnya mahasiswa program studi S1-Matematika Universitas Airlangga.

Surabaya, 7 Juli 2022

Penulis

Erlyn Narishki

Erlyn Narishki, 2022, **Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Infeksi Cacing dengan Memperhatikan Tingkat Resiko Terinfeksi**, Skripsi ini dibawah bimbingan Cicik Alfiniyah, S.Si, M.Si, Ph.D. dan Dr. Windarto, S.Si, M.Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Penyebaran infeksi cacing dinegara-negara tropis dan subtropis dapat menjadi masalah serius apabila tidak ditangani dengan baik. Parasit STH (*Soil Transmitted Helminth*) dapat menginfeksi siapa saja, baik anak-anak maupun dewasa. Penyebaran infeksi cacing dapat dikonstruksi dalam suatu model matematika. Pada penelitian ini diformulasikan dan dilakukan analisis model penyebaran infeksi cacing dengan memperhatikan tingkat resiko terinfeksi. Berdasarkan hasil analisis model didapatkan dua titik setimbang, yaitu titik setimbang non endemik dan titik setimbang endemik. Kestabilan lokal titik setimbang bergantung pada bilangan reproduksi dasar (R_0). Titik setimbang non endemik stabil asimtotis jika $R_0 < 1$, sedangkan titik setimbang endemik akan cenderung stabil asimtotis jika $R_0 > 1$. Pada penelitian ini juga dilakukan analisis sensitivitas untuk mengetahui parameter yang paling berpengaruh pada model. Selanjutnya, dilakukan penerapan kontrol optimal berupa kampanye kesehatan (u_1) dan pemeriksaan rutin disertai pengobatan (u_2). Permasalahan kontrol optimal diselesaikan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Berdasarkan simulasi numerik, pemberian kontrol berupa kampanye kesehatan dan pemeriksaan rutin disertai pengobatan secara bersamaan memberikan hasil yang efektif dalam meminimalkan populasi individu terinfeksi dan populasi parasit cacing dilingkungan dengan biaya pemberian kontrol yang lebih minimal.

Kata Kunci: *Infeksi Cacing, Model Matematika, Bilangan Reproduksi Dasar, Analisis Kestabilan, Kontrol Optimal.*

Erlyn Narishki, 2022, **Stability Analysis and Optimal Control of Mathematical Model of Helminth Infection Considering the Risk Level of Infection**, This undergraduate thesis is supervised by Cicik Alfiniyah, S.Si, M.Si, Ph.D. and Dr. Windarto, S.Si, M.Si. Departement of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

The spread of helminth infections in tropical and subtropical countries can be a serious problem if not handled properly. The STH (Soil Transmitted Helminth) parasite can infect anyone, both children and adults. The spread of helminth infections can be constructed in a mathematical model. In this thesis, the formulation and analysis of mathematical model of helminth infection considering the risk level of infection. Based on the analysis of the model, two equilibrium points were obtained, there are non-endemic and endemic equilibrium point. The local stability of the equilibrium point depends on the basic reproduction number (R_0). The non-endemic equilibrium point will be asymptotically stable if $R_0 < 1$, while the endemic equilibrium point will be asymptotically stable if $R_0 > 1$. Then, sensitivity analysis performed to determine the most influential parameters on model. Furthermore, the implementation of optimal control are health campaigns (u_1) and routine examinations accompanied by treatment (u_2). The optimal control problem is solved using Pontryagin's Maximum Principle. Based on numerical simulations, presenting controls health campaigns and routine examinations accompanied by concurrent treatment provides effective results to minimizing the infected individual population and the worm population in environment with more minimal costs.

Keywords: *Helminth Infection, Mathematics Model, Basic Reproduction Number, Stability Analysis, Optimal Control.*

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR JUDUL	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat Penelitian	4
1.5 Batasan Masalah	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Infeksi Cacing yang ditransmisikan melalui Tanah	5
2.1.1 Cacing gelang (<i>Ascaris lumbricoides</i>)	5
2.1.2 Cacing cambuk (<i>Trichuris trichiura</i>)	6
2.1.3 Cacing tambang (<i>Hook Worm</i>)	6
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	7

2.3	Bilangan Reproduksi Dasar (R_0).....	9
2.4	Kestabilan Sistem Linear.....	9
2.5	Kriteria Routh-Hurwitz	11
2.6	Masalah Kontrol Optimal.....	13
2.7	Prinsip Maksimum Pontryagin.....	13
BAB III METODE PENELITIAN.....		15
BAB IV PEMBAHASAN.....		17
4.1	Model Matematika Penyebaran Infeksi Cacing dengan Memperhatikan Tingkat Resiko Terinfeksi.....	17
4.1.1	Titik Setimbang Model Matematika Infeksi Cacing	22
4.1.2	Analisis Kestabilan Lokal Titik Setimbang.....	25
4.1.3	Analisis Sensitivitas Parameter	31
4.2	Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Infeksi Cacing dengan Memperhatikan Tingkat Resiko Terinfeksi.....	33
4.2.1	Model Matematika dengan Kontrol	34
4.2.2	Penyelesaian Kontrol Optimal	35
4.3	Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran Infeksi Cacing dengan Memperhatikan Tingkat Resiko Terinfeksi.....	39
BAB V PENUTUP.....		45
5.1	Kesimpulan.....	45
5.2	Saran	45
DAFTAR PUSTAKA		47
LAMPIRAN		

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Notasi dan Keterangan Variabel dari Model Matematika Penyebaran Infeksi Cacing dengan Memperhatikan Tingkat Resiko Terinfeksi	18
4.2	Notasi dan Keterangan Parameter dari Model Matematika Penyebaran Infeksi Cacing dengan Memperhatikan Tingkat Resiko Terinfeksi	19
4.3	Nilai Awal Parameter untuk Kondisi Endemik	29
4.4	Nilai Awal masing-masing Kompartemen untuk Simulasi Numerik	29
4.5	Hasil Perhitungan Indeks Sensitivitas Parameter	31
4.6	Hubungan antara Perubahan pada Nilai Parameter terhadap Nilai R_0	32
4.7	Notasi dan Keterangan Variabel Kontrol pada Model Matematika Infeksi Cacing dengan Memperhatikan Tingkat Resio Terinfeksi	34
4.8	Perbandingan Populasi Individu yang Terinfeksi Cacing Sebelum dan Sesudah diberi Kontrol pada Waktu Akhir Pengamatan	41
4.9	Perbandingan Populasi Parasit Cacing Sebelum dan Sesudah diberi Kontrol pada Waktu Akhir Pengamatan	42
4.10	Perbandingan Fungsi Ongkos atas Skenario yang disimulasikan	44

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram Transmisi Model Matematika Infeksi Cacing dengan Memperhatikan Tingkat Resiko Terinfeksi	20
4.2	Grafik Bidang Fase Populasi I terhadap R	30
4.3	Sensitivitas β terhadap R_0 dengan Tiga Nilai ϵ yang Berbeda	33
4.4	Grafik Populasi Individu yang Terinfeksi Cacing Sebelum dan Sesudah diberi Kontrol	40
4.5	Grafik Populasi Parasit Cacing Sebelum dan Sesudah diberi Kontrol	41
4.6	Grafik Kontrol Kampanye Kesehatan (u_1)	42
4.7	Grafik Kontrol Pemeriksaan Rutin disertai Pengobatan (u_2)	43
4.8	Grafik Kontrol Kampanye Kesehatan (u_1) dan Pemeriksaan Rutin disertai Pengobatan (u_2)	43

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Lampiran
1	Perhitungan Titik Setimbang Non-Endemik
2	Perhitungan R_0 dari keadaan non endemik
3	Perhitungan Titik Setimbang Endemik
4	Analisa Kestabilan Lokal Titik Setimbang Non Endemik
5	Analisa Kestabilan Lokal Titik Setimbang Endemik
6	Kode Program Simulasi Numerik Bidang Fase
7	Perhitungan Indeks Sensitivitas Parameter
8	Kode program Sensitivitas β terhadap R_0 dengan Tiga Nilai ε yang Berbeda
9	Kode Program untuk Model tanpa Kontrol
10	Kode Program untuk Model dengan Kontrol u_1
11	Kode Program untuk Model dengan Kontrol u_2
12	Kode Program untuk Model dengan Kontrol u_1 dan u_2