

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN *EBOLA VIRUS DISEASE*
DENGAN VAKSINASI DAN KARANTINA**

SKRIPSI



ALFINA FAIZATUS ZAHRAH

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN *EBOLA VIRUS DISEASE*
DENGAN VAKSINASI DAN KARANTINA
SKRIPSI**



ALFINA FAIZATUS ZAHRAH

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN *EBOLA VIRUS DISEASE*
DENGAN VAKSINASI DAN KARANTINA**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Disetujui oleh :

Pembimbing I,

Pembimbing II,



Cicik Alfiniyah, S.Si., M.Si., Ph.D.
NIP. 198604122008122003



Dr. Miswanto, M.Si.
NIP. 197711042003121001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal
Model Matematika Penyebaran *Ebola Virus Disease*
dengan Vaksinasi dan Karantina

Penyusun : Alfina Faizatus Zahrah

NIM : 081811233030

Tanggal Ujian : 16 Agustus 2022

Disetujui oleh :

Pembimbing I,


Citik Alfiniyah, S.Si., M.Si., Ph.D.
NIP. 198604122008122003

Pembimbing II,


Dr. Miswanto, M.Si.
NIP. 197711042003121001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga


Dr. Herry Suprajitno, S.Si., M.Si.
NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN ORISINALITAS

Yang bertanda tangan dibawah ini, saya:

Nama : Alfina Faizatus Zahrah

NIM : 081811233030

Program Studi : S-1 Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan kegiatan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

“ Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Ebola Virus Disease dengan Vaksinasi dan Karantina “

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 17 Agustus 2022

A yellow rectangular stamp with a red border. Inside, there is a red circular emblem with a bird (Garuda) in the center. To the left of the emblem, the text 'KORPRIKORPRI' is written vertically. Below the emblem, the words 'METERAI' and 'TEMPEL' are printed. At the bottom, the alphanumeric code '15AAJX998373994' is visible. A handwritten signature in black ink is written over the stamp.

Alfina Faizatus Zahrah

NIM. 081811233030

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah memberikan berkat, rahmat, hidayah sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan proposal skripsi untuk mata kuliah Metodologi Penelitian yang berjudul ***“Analisis dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Ebola Virus Disease dengan Vaksinasi dan Karantina”***.

Terwujudnya penyusunan proposal skripsi ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak yang telah membantu, mendorong, dan membimbing penulis baik tenaga, ide, maupun pemikiran. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Mohammad Nasih Prof. Dr. SE., M.T., Ak., CMA selaku Rektor Universitas Airlangga dan Prof. Dr. Moh Yasin, M.Si. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang telah memberikan kesempatan kepada Penulis untuk menuntut ilmu.
2. Dr. Herry Suprajitno, S.Si, M.Si. selaku Kepala Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga sekaligus Koordinator Program Studi S-1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
3. Prof. Dr. Fatmawati, M.Si. selaku dosen wali yang selalu memberikan saran dan bimbingan dalam rancangan perkuliahan.
4. Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D. selaku dosen pembimbing I dan Dr. Miswanto, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah sabar dan teliti dalam memberikan bimbingan dan arahan dalam menyelesaikan skripsi.
5. Bapak Ibu dosen khususnya dosen program studi S-1 Matematika Universitas Airlangga atas segala ilmu, wawasan dan pengalaman yang diberikan.

6. Yang tercinta kedua orang tua, yaitu Ayah Safiudin dan Mommy Merry Maya Natalia yang tidak pernah lelah dalam mendoakan, mendukung, memotivasi kepada penulis.
7. Sahabat Penulis yaitu Rosella dan Arnetta yang selalu merusuhi, menggila, menyemangati, memberi dukungan baik secara mental dan fisik kepada penulis.
8. Nadiar, Grace, Nida selaku sahabat seperjuangan dalam semua hal selama perkuliahan yang telah memberikan bantuan dan semangat kepada penulis.
9. Seluruh pihak yang belum tertulis yang telah membantu penulis mendapatkan gelar Sarjana.
10. Last but not least, I wanna thank me for believing in me, I wanna thank me for doing all this hardwork, I wanna thank me for always being a giver and tryna give more than I receive.

Semoga amal baik beliau diterima sebagai amal ibadah dan dicatat oleh Allah SWT.

Surabaya, 17 Agustus 2022

Penyusun

Alfina Faizatus Zahrah

Alfina Faizatus Zahrah, 2022, **Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran *Ebola Virus Disease* dengan Vaksinasi dan Karantina**. Skripsi ini dibawah bimbingan Cicik Alfiniyah, S.Si., M.Si., Ph.D. dan Dr. Miswanto, M.Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Ebola Virus Disease atau sering disebut dengan EVD merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus ebola yang termasuk salah satu penyakit berbahaya. Tingkat kematian dari penyakit ini berkisar antara 30% hingga 90%. Cara penularan virusnya dengan kontak langsung dari tubuh manusia dengan darah atau cairan tubuh (*saliva*, *mucus*, feses, keringat, urin) dari manusia yang terinfeksi. Dalam Skripsi ini dilakukan analisis kestabilan model matematika penyebaran EVD dengan menambahkan kompartemen *Hospitalised* (H) dari model yang sebelumnya mempunyai 4 kompartemen yaitu *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* atau SEIR dan kontrol optimal berupa upaya vaksinasi dan karantina. Pada model matematika penyebaran EVD didapatkan dua titik setimbang, yaitu titik setimbang non endemik (E_0) dan titik setimbang endemik (E_1). Dari titik setimbang tersebut didapatkan nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) yang menjadi tolak ukur dari penyebaran EVD. Titik setimbang non endemik (E_0) stabil asimtotis jika $R_i < 1$ dengan $i = 0,1,2,3$ dan memenuhi beberapa syarat. Titik setimbang endemik (E_1) cenderung stabil asimtotis jika $R_0 > 1$. Permasalahan kontrol optimal dilakukan dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin dengan diberikan variabel kontrol vaksinasi dan karantina. Skenario kontrol yang dilakukan menjadi 3 strategi yaitu, upaya vaksinasi, upaya karantina dan kombinasi vaksinasi dan karantina. Hasil simulasi numerik dari ketiga strategi menunjukkan bahwa pemberian upaya karantina dapat menurunkan jumlah individu populasi terpapar dan terinfeksi sebesar 60% sedangkan upaya vaksinasi dan kombinasi vaksinasi dan karantina dapat menurunkan jumlah individu populasi yang terpapar dan terinfeksi hingga 100%.

Kata Kunci: Model Matematika, *Ebola Virus Disease*, Vaksinasi, Karantina, Kestabilan, Kontrol Optimal

Alfina Faizatus Zahrah, 2022, **Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran *Ebola Virus Disease* dengan Vaksinasi dan Karantina**. This undergraduate thesis under the guidance of Cicik Alfiniyah, S.Si., M.Si., Ph.D. and Dr. Miswanto, M.Si. Departement of Matematics, Faculty of Sains and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Ebola Virus Disease or often referred to as EVD is disease caused by ebola virus which one of a dangerous disease. The mortality rate from this disease ranges from 30% to 90%. Transmission of the virus by direct contact from the human body with the blood or body fluids (saliva, mucus, feces, sweat, urine) of infected humans. In this thesis, an analyzes the stability of the mathematical model of the spread of EVD by adding Hospitalished compartment (H) which previously had 4b compartments namely Susceptible-Exposed-Infected-Recovered or SEIR and optimal control of vaccination and quarantine. In the mathematical model of the spread of EVD, there are two equilibrium points, non-endemic equilibrium point (E_0) and endemic equilibrium point (E_1). From the equilibrium point, the basic reproduction number (R_0) is obtained which is the benchmark for the spread of EVD. The non-endemic equilibrium point (E_0) is asymptotically stable if $R_i < 1$ with $i = 0,1,2,3$ and fulfills several condition. The endemic equilibrium point (E_1) tends to asymptotically stable if $R_0 > 1$. The optimal control problem is solved using the Pontryagin Maximum Principle with vaccination and quarantine control variables given. The control scenario is carried out into 3 tsrategies, namely, vaccination efforts, quarantine efforts and combination of vaccination and quarantine. The numerical simulation results show that the administration of quarantine efforts can reduce the number of individual exposed population and infected population by 60% while vaccination efforts and combination of vascination and quarantine can reduce the number of individual exposed population and infected population by 100%.

Keyword: Mathematical Model, Ebola Virus Disease, Vaccination, Quarantine, Stability, Optimal Control

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR.....	vi
ABSTRAK	viii
ABSTACT.....	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I.....	1
PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat.....	3
1.5 Batasan Masalah.....	3
BAB II	4
TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Ebola.....	4

2.2	Vaksinasi.....	5
2.3	Karantina.....	6
2.4	Sistem Persamaan Diferensial.....	7
2.5	Kestabilan Sistem Linear	8
2.6	Kriteria Routh-Hurwitz	10
2.7	Bilangan Reproduksi Dasar	10
2.8	Masalah Kontrol Optimal.....	10
2.9	Prinsip Maksimum Pontryagin.....	12
BAB III		16
METODOLOGI PENELITIAN		16
BAB IV		16
PEMBAHASAN		18
4.1	Model Matematika Penyebaran EVD	18
4.1.1	Titik Setimbang Model Matematika Penyebaran EVD	23
4.1.2	Analisis Kestabilan TitikSetimbang Model Matematika Penyebaran EVD.....	25
4.1.3	Analisis Sensitivitas Parameter.....	32
4.2	Model Matematika Penyebaran EVD dengan Kontrol	35
4.2.1	Penyelesaian Kontrol Optimal	37
4.3	Simulasi dan Interpretasi Model Matematika Penyebaran EVD dengan Vaksinasi dan Karantina.....	43
BAB V		48
PENUTUP		48

5.1 Kesimpulan	48
5.2 Saran.....	48
DAFTAR PUSTAKA.....	50

DAFTAR TABEL

Tabel	Judul Tabel	Halaman
4.1	Pendefinisian Varian Model Matematika Penyebaran EVD	19
4.2	Pendefinisian Varian Model Matematika Penyebaran EVD	19
4.3	Nilai Parameter Model Matematika Penyebaran EVD	30
4.4	Nilai Awal Model Matematika Penyebaran EVD	31
4.5	Nilai Indeks Sensitivitas Parameter	33
4.6	Hubungan antara Perubahan pada Nilai Parameter terhadap Nilai R_0	34
4.7	Notasi dan Keterangan Variabel dan Parameter Model Matematika Penyebaran EVD dengan Vaksinasi dan Karantina	36
4.8	Perbandingan Jumlah Individu Populasi Terpapar Tanpa dan dengan Strategi Kontrol	44
4.9	Perbandingan Jumlah Individu Populasi Terinfeksi Tanpa dan dengan Strategi Kontrol	45
4.10	Perbandingan Fungsi Ongkos	47

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram Transmisi Model Matematika Penyebaran EVD	21
4.2	Simulasi Bidang Fase pada Bidang $S - I$ untuk Titik Setimbang Endemik Model Matematika Penyebaran EVD	32
4.3	Sensitivitas β_1 terhadap Nilai R_0 dengan Tiga Nilai δ yang berbeda	35
4.4	Sensitivitas β_1 terhadap Nilai R_0 dengan Tiga Nilai μ_2 yang berbeda	36
4.5	Grafik Perbandingan Jumlah Individu Populasi Terinfeksi (E) tanpa dan dengan tiga strategi kontrol	43
4.6	Grafik Perbandingan Jumlah Individu Populasi Terinfeksi (I) tanpa dan dengan tiga strategi kontrol	44
4.7	Grafik Kontrol Strategi I	45
4.8	Grafik Kontrol Strategi II	46
4.9	Grafik Kontrol Strategi III	46

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Lampiran
1	Perhitungan Titik Setimbang Non Endemik
2	Perhitungan R_0 dengan Metode <i>Next Generation Matrix</i>
3	Perhitungan Titik Setimbang Endemik
4	Analisa Kestabilan Titik Setimbang Non Endemik
5	Analisa Kestabilan Titik Setimbang Endemik
6	Program Simulasi Bidang Fase menggunakan software MATLAB
7	Program Sensitivitas β_1 terhadap Nilai R_0 dengan Tiga Nilai δ yang Berbeda
8	Program Sensitivitas β_1 terhadap Nilai R_0 dengan Tiga Nilai μ_2 yang berbeda
9	Program DOTcvp Simulasi Numerik Model Matematika Tanpa Kontrol
10	Program DOTcvp Simulasi Numerik Model Matematika dengan Strategi I
11	Program DOTcvp Simulasi Numerik Model Matematika dengan Strategi II
12	Program DOTcvp Simulasi Numerik Model Matematika dengan Strategi III