

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kajian dalam bidang matematika diskrit yang merepresentasikan suatu objek sebagai titik dan keterkaitan dua objek sebagai sisi adalah teori graf. Teori graf merupakan salah satu kajian yang memiliki peran penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Teori graf berawal dari adanya permasalahan jembatan Königsberg pada tahun 1736 yang dapat dimodelkan oleh seorang matematikawan asal Swiss, Leonhard Euler.

Seiring berjalannya waktu, berkembang penelitian yang mengaitkan teori graf dengan struktur aljabar. Suatu himpunan tak kosong yang memuat operasi biner dan memenuhi beberapa aksioma tertentu merupakan pembahasan utama dalam struktur aljabar. Salah satu kajian dalam struktur aljabar adalah grup. Grup merupakan himpunan tak kosong yang bersifat tertutup dan asosiatif terhadap satu operasi biner, memiliki elemen identitas, serta setiap elemen mempunyai invers (**Frleigh, 2014**).

Grup berhingga dapat direpresentasikan sebagai graf. Suatu graf Γ didefinisikan sebagai himpunan berhingga tak kosong $V(\Gamma)$ dari unsur-unsur yang disebut titik dan himpunan yang mungkin kosong $E(\Gamma)$ dengan unsur-unsurnya merupakan himpunan bagian dua titik berbeda dari $V(\Gamma)$ yang disebut sisi (**Chartrand et al., 2016**). Graf yang dikonstruksi dari grup berhingga merupakan graf dengan himpunan titiknya berupa elemen-elemen grup dan syarat ketetanggaan dua titik ditentukan dari operasi yang berlaku pada grup.

Penelitian mengenai keterkaitan grup berhingga dan graf masih berpotensi dikembangkan lebih rinci. Beberapa penelitian yang membahas graf representasi dari grup berhingga diantaranya graf *noncommuting* oleh **Abdollahi et al. (2006)**, graf *power* oleh **Cameron dan Ghosh (2011)**, graf *conjugate* oleh **Erfanian dan Tolve (2012)**, graf *coprime* oleh **Ma et al. (2014)**, dan graf *noncentralizer* oleh **Tolve (2015)**. Adapun penelitian

mengenai graf yang dibangun atas grup khusus berhingga di antaranya graf identitas dari grup siklik yang dikaji oleh **Yalcin dan Kirgil (2020)**, graf *noncommuting* dari grup dihedral yang dikaji oleh **Khasraw et al. (2020)**, dan graf *coprime* dari perumuman grup quaternion yang dikaji oleh **Zahidah et al. (2021)**.

Konsep graf *noncommuting* yang dikonstruksi dari suatu grup berhingga menarik untuk dikaji lebih lanjut. Pada tahun 1975, Paul Erdős memperkenalkan konsep graf yang dibangun dari grup G dan dinotasikan dengan Γ_G sebagai graf dengan himpunan titiknya adalah semua elemen grup G dan dua titik berbeda bertetangga jika tidak saling komutatif di G (**Neumann, 1975**). Pada tahun 2005, konsep graf Γ_G tersebut dikembangkan oleh **Moghaddamfar et al.** dalam istilah graf *noncommuting* dan memperbarui himpunan titik dari graf Γ_G menjadi semua elemen selain *center* dari grup G . Hal ini dimaksudkan agar graf *noncommuting* tidak memuat titik terasing yang memungkinkan adanya graf *noncommuting* tidak terhubung.

Penelitian yang berkaitan dengan graf *noncommuting* dari grup berhingga semakin berkembang. **Tolue et al. (2014)** memperumum konsep graf *noncommuting* dari grup berhingga menjadi graf *g-noncommuting* dari grup berhingga dengan mengkaji salah satunya mengenai bilangan *clique*. Graf *g-noncommuting* dari grup G dengan $g \in G$ merupakan graf dengan himpunan titiknya semua elemen grup G dan dua titik berbeda bertetangga apabila komutator dari keduanya tidak sama dengan g maupun g^{-1} (**Tolue et al., 2014**).

Dalam teori graf, terdapat istilah *twins* untuk menyatakan dua titik a dan b pada graf terhubung Γ yang memiliki tetangga sama di $V(\Gamma) \setminus \{a, b\}$ (**Okamoto et al., 2010**). Dari istilah tersebut, **Tolue (2019)** meneliti titik-titik *twins* pada graf *noncommuting* sehingga muncul konsep graf *twin noncommuting* dari grup berhingga. Graf *twin noncommuting* dari grup berhingga dikonstruksi dengan mengambil himpunan titik *twin* pada graf *noncommuting* sebagai representasi satu titik dan setiap dua titik berbeda

bertetangga jika kedua titik tersebut bertetangga di graf *noncommuting*. Selain itu, Tolue (2019) juga meneliti mengenai bilangan *clique* graf *twin noncommuting*. Berdasarkan hasil-hasil penelitian tersebut, menarik untuk menggabungkan konsep antara graf *g-noncommuting* dari grup berhingga dan graf *twin noncommuting* dari grup berhingga yang selanjutnya disebut sebagai graf *twin g-noncommuting* dari grup berhingga. Lebih jauh, dalam penelitian ini disajikan bilangan *clique* graf *twin g-noncommuting* dari grup dihedral.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya, rumusan masalah yang dibahas dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana membangun konsep graf *twin g-noncommuting* dari grup berhingga?
2. Bagaimana mengkonstruksi graf *twin g-noncommuting* dari grup dihedral?
3. Bagaimana menentukan bilangan *clique* graf *twin g-noncommuting* dari grup dihedral?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Membangun konsep graf *twin g-noncommuting* dari grup berhingga.
2. Mengkonstruksi graf *twin g-noncommuting* dari grup dihedral.
3. Menentukan bilangan *clique* graf *twin g-noncommuting* dari grup dihedral.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat menambah khazanah untuk perkembangan ilmu pengetahuan dalam kajian struktur aljabar dan teori

graf, terutama mengenai konsep graf *twin g -noncommuting* dari grup dihedral. Lebih lanjut, hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai rujukan bagi penelitian berikutnya.