

**ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA ORDE
FRAKSIONAL PENYEBARAN PENYAKIT COVID-19
DENGAN MEMPERHATIKAN ADANYA KARANTINA DAN
ISOLASI DI KOTA SURABAYA**

SKRIPSI



CHERYA ANANDASARI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA
2022**

IR – PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA ORDE
FRAKSIONAL PENYEBARAN PENYAKIT COVID-19
DENGAN MEMPERHATIKAN ADANYA KARANTINA DAN
ISOLASI DI KOTA SURABAYA**

SKRIPSI



CHERYA ANANDASARI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

i

IR – PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA ORDE
FRAKSIONAL PENYEBARAN PENYAKIT COVID-19 DENGAN
MEMPERHATIKAN ADANYA KARANTINA DAN ISOLASI DI KOTA
SURABAYA**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Cherya Anandasari
NIM. 081811233022

Disetujui oleh:

Pembimbing I



Dr. Windarto, M.Si.
NIP. 197711042003121001

Pembimbing II



Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.
NIP. 197307041998022001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis Kestabilan Model Matematika Orde Fraksional
Penyebaran Penyakit COVID-19 dengan Memperhatikan
Adanya Karantina dan Isolasi di Kota Surabaya

Penulis : Cherya Anandasari

NIM : 081811233022

Pembimbing I : Dr. Windarto, M.Si.

Pembimbing : Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.

Tanggal Ujian : 29 Juli 2022

Disetujui oleh:

Pembimbing I



Dr. Windarto, M.Si.

NIP. 197711042003121001

Pembimbing II

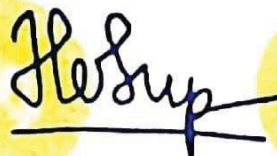


Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.

NIP. 197307041998022001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Dr. Herry Suprajitno, M.Si.

NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Cherya Anandasari

NIM : 081811233022

Program Studi : S-1 Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

menyatakan bahwa saya tidak melakukan kegiatan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

“Analisis Kestabilan Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran Penyakit COVID-19 dengan Memperhatikan Adanya Karantina dan Isolasi di Kota Surabaya”

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 29 Juli 2022



Cherya Anandasari

NIM. 081811233022

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas limpahan berkat, rahmat, dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyusun skripsi dengan judul “Analisis Kestabilan Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran Penyakit COVID-19 dengan Memperhatikan Adanya Karantina dan Isolasi di Kota Surabaya”. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita, Nabi Muhammad SAW, suri tauladan bagi seluruh umat Islam.

Keberhasilan penulis dalam menyusun skripsi ini tentu tidak lepas dari dukungan dan bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Moh. Nasih, S.E., M.T., Ak., CMA. selaku Rektor Universitas Airlangga yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menuntut ilmu.
2. Prof. Dr. Moh. Yasin, M.Si., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menuntut ilmu.
3. Dr. Herry Suprajitno, M.Si. selaku ketua Departemen Matematika dan Koordinator Program Studi Studi S-1 Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga yang telah memberikan dukungan dan motivasi.
4. Dr. Windarto, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan, dukungan, dan motivasi dalam menyelesaikan skripsi ini.
5. Prof. Dr. Fatmawati, M.Si. selaku dosen wali dan dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan, dukungan, dan motivasi selama menempuh perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini.
6. Seluruh dosen di Universitas Airlangga khususnya dosen di Departemen Matematika yang telah memberikan ilmu yang sangat bermanfaat kepada penulis.

7. Kedua orang tua tercinta, yaitu Bapak Achmad Bakri dan Ibu Siti Rochmah, serta saudara-saudara penulis, yaitu Kakak Anizar Rizky dan Kakak Bahar Arbiansyah, yang tak henti memberikan doa dan motivasi kepada penulis untuk tetap berjuang dan selalu bersemangat.
8. Alm. Dr. Moh. Imam Utoyo, M.Si. yang telah memberikan motivasi dan ilmu yang sangat bermanfaat dalam penyusunan skripsi ini.
9. Teman-teman seperjuangan penulis di antaranya Annisa, Cahyani, Della, Farita, Muflich, Indah Nurun, Utik, Warda, Salsa, Clarisa, Zenanda, Aza, Andrieany, Aurora yang selalu memberikan doa dan semangat selama penulis menempuh pendidikan.
10. Seluruh teman-teman mahasiswa Program Studi S-1 Matematika 2018 Universitas Airlangga atas motivasi dan kebersamaannya selama menempuh perkuliahan.
11. Seluruh pihak yang mendukung penyusunan skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat sebagai bahan referensi dan penambah informasi bagi pembaca dan peneliti yang akan mengembangkan atau melanjutkan penelitian ini.

Surabaya, 29 Juli 2022

Penulis,

Cherya Anandasari

Cherya Anandasari, 2022, **Analisis Kestabilan Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran Penyakit COVID-19 dengan Memperhatikan Adanya Karantina dan Isolasi di Kota Surabaya**, skripsi ini di bawah bimbingan Dr. Windarto, M.Si. dan Prof. Dr. Fatmawati, M.Si., Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

COVID-19 merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus-2* (SARS-CoV-2). Penyebaran COVID-19 dapat diminimalisir dengan adanya upaya seperti karantina dan isolasi, selain menjalankan protokol kesehatan yang telah ditetapkan oleh pemerintah. Pada penelitian ini, dilakukan estimasi parameter pada model matematika penyebaran COVID-19 dengan menggunakan data riil di Kota Surabaya dari 1 September 2021 hingga 6 Oktober 2021, dengan tujuan untuk memperoleh nilai parameter yang optimal, sehingga sesuai dengan kondisi di Surabaya. Selain itu, dilakukan analisis kestabilan titik setimbang pada model matematika orde fraksional penyebaran COVID-19 dengan orde fraksional $\alpha \in (0,1]$. Kemudian diperoleh dua titik setimbang pada model, yaitu titik setimbang non endemik dan titik setimbang endemik. Eksistensi titik setimbang endemik dan kestabilan titik setimbang bergantung pada bilangan reproduksi dasar (R_0). Berdasarkan hasil analisis kestabilan, titik setimbang non endemik bersifat stabil asimtotis untuk setiap $\alpha \in (0,1]$ jika dan hanya jika $R_0 < 1$, sedangkan titik setimbang endemik bersifat stabil asimtotis untuk setiap $\alpha \in (0,1]$ jika dan hanya jika $R_0 > 1$. Kemudian dilakukan simulasi numerik pada model dengan variasi α . Berdasarkan hasil estimasi parameter dan simulasi numerik, diperoleh nilai $R_0 = 1,3481$ yang menunjukkan bahwa masih terjadinya penyebaran COVID-19 (kondisi endemik) di Surabaya.

Kata kunci: COVID-19, estimasi parameter, isolasi, karantina, model matematika orde fraksional, kestabilan.

Cherya Anandasari, 2022, **Stability Analysis of Fractional Order Mathematical Model of the Spread of COVID-19 Disease by Considering the Existence of Quarantine and Isolation in Surabaya City**, this undergraduate thesis is supervised by Dr. Windarto, M.Si. and Prof. Dr. Fatmawati, M.Si., Department of Mathematics, Faculty of Science dan Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

COVID-19 is a disease caused by Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus-2 (SARS-CoV-2). COVID-19 spread can be minimized with efforts like quarantine and isolation, besides following health protocols that have been set by government. In this study, parameter estimation in mathematical model of COVID-19 spread was done using real data in Surabaya City from 1 September 2021 until 6 October 2021, with the aim of getting optimal parameter value, so that according to the conditions in Surabaya. Besides that, stability analysis of equilibrium point was done in fractional order mathematical model of COVID-19 spread with fractional order $\alpha \in (0,1]$. Then two equilibrium points in model are obtained, namely non endemic and endemic. The existence of endemic equilibrium point and stability of equilibrium point depend on basic reproduction number (R_0). Based on the stability analysis result, non endemic equilibrium point is asymptotically stable for each $\alpha \in (0,1]$ if and only if $R_0 < 1$, while endemic equilibrium point is asymptotically stable for each $\alpha \in (0,1]$ if and only if $R_0 > 1$. Then numerical simulation in model was performed with α variations. Based on the parameter estimation result and numerical simulation, obtained $R_0 = 1,3481$ which indicates that COVID-19 is still spreading (endemic condition) in Surabaya.

Keywords: COVID-19, fractional order mathematical model, isolation, parameter estimation, quarantine, stability.

DAFTAR ISI

LEMBAR JUDUL	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI.....	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL.....	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan.....	4
1.4 Manfaat.....	5
1.5 Batasan Masalah	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 COVID-19	6
2.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....	8
2.3 Sistem Persamaan Diferensial Fraksional	9
2.4 Kriteria Routh-Hurwitz	12
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar	14
2.6 Analisis Sensitivitas.....	15
2.7 Algoritma Genetika	15
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	18
BAB IV PEMBAHASAN.....	21

4.1 Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Memperhatikan Adanya Karantina dan Isolasi.....	21
4.2 Estimasi Parameter Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Memperhatikan Adanya Karantina dan Isolasi.....	26
4.3 Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19 dengan Memperhatikan Adanya Karantina dan Isolasi	31
4.4 Analisis Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19 dengan Memperhatikan Adanya Karantina dan Isolasi.....	32
4.5 Simulasi Numerik Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19 dengan Memperhatikan Adanya Karantina dan Isolasi.....	42
BAB V PENUTUP	48
5.1 Kesimpulan.....	48
5.2 Saran.....	50
DAFTAR PUSTAKA	51
LAMPIRAN.....	54

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Deskripsi variabel pada model matematika penyebaran COVID-19 dengan memperhatikan adanya karantina dan isolasi	23
4.2	Deskripsi parameter pada model matematika penyebaran COVID-19 dengan memperhatikan adanya karantina dan isolasi	23
4.3	Hasil estimasi parameter dengan nilai MAPE terkecil	28
4.4	Nilai indeks sensitivitas parameter pada R_0	40
4.5	Hubungan antara perubahan nilai parameter terhadap perubahan nilai R_0	40

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram transmisi model matematika penyebaran COVID-19 dengan memperhatikan adanya karantina dan isolasi	22
4.2	Grafik perbandingan data riil dan data hasil perhitungan pada populasi terinfeksi dalam isolasi mandiri	28
4.3	Grafik perbandingan data riil dan data hasil perhitungan pada populasi terinfeksi dalam isolasi di gedung observasi	29
4.4	Grafik perbandingan data riil dan data hasil perhitungan pada populasi terinfeksi dalam isolasi di rumah sakit	30
4.5	Grafik perbandingan data riil kumulatif dan data hasil perhitungan kumulatif pada populasi sembuh	30
4.6	Sensitivitas γ terhadap R_0 dengan tiga nilai r_1 yang berbeda	41
4.7	Hasil simulasi model matematika orde fraksional penyebaran COVID-19 pada populasi S	43
4.8	Hasil simulasi model matematika orde fraksional penyebaran COVID-19 pada populasi E	43
4.9	Hasil simulasi model matematika orde fraksional penyebaran COVID-19 pada populasi Q	44
4.10	Hasil simulasi model matematika orde fraksional penyebaran COVID-19 pada populasi I_1	44
4.11	Hasil simulasi model matematika orde fraksional penyebaran COVID-19 pada populasi I_2	45
4.12	Hasil simulasi model matematika orde fraksional penyebaran COVID-19 pada populasi I_3	45
4.13	Hasil simulasi model matematika orde fraksional penyebaran COVID-19 pada populasi R	46

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Lampiran
1	Data Riil di Kota Surabaya
2	Kode Program Estimasi Parameter Menggunakan Algoritma Genetika
3	Hasil Estimasi Parameter dengan Lima Kali Percobaan pada Setiap Probabilitas Mutasi
4	Kode Program Simulasi Hasil Perbandingan antara Data Riil dan Data Hasil Perhitungan
5	Perhitungan Titik Setimbang Non Endemik
6	Perhitungan Bilangan Reproduksi Dasar dengan Metode <i>Next Generation Matrix</i> (NGM)
7	Perhitungan Titik Setimbang Endemik
8	Analisis Kestabilan Titik Setimbang Non Endemik
9	Analisis Kestabilan Titik Setimbang Endemik
10	Perhitungan Nilai Indeks Sensitivitas Parameter
11	Kode Program Simulasi Sensitivitas γ terhadap R_0 dengan Tiga Nilai r_1 yang Berbeda
12	Kode Program Simulasi Numerik pada Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19