

**ANALISIS MODEL MATEMATIKA ORDE
FRAKSIONAL PENYEBARAN COVID-19 DENGAN
MEMPERHATIKAN ADANYA *SATURATED*
INCIDENCE RATE DAN VAKSINASI**

SKRIPSI



CAHYANI FITRIYAH NINGTYAS

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

IR – PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS MODEL MATEMATIKA ORDE
FRAKSIONAL PENYEBARAN COVID-19 DENGAN
MEMPERHATIKAN ADANYA *SATURATED*
INCIDENCE RATE DAN VAKSINASI**

SKRIPSI



CAHYANI FITRIYAH NINGTYAS

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

ii

**ANALISIS MODEL MATEMATIKA ORDE FRAKSIONAL
PENYEBARAN COVID-19 DENGAN MEMPERHATIKAN
ADANYA *SATURATED INCIDENCE RATE* DAN
VAKSINASI**

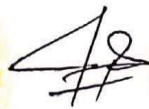
SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
Pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Cahyani Fitriyah Ningtyas
NIM. 081811233014

Disetujui oleh :

Pembimbing I,



Dr. Windarto, M.Si.
NIP. 197711042003121001

Pembimbing II,



Prof. Dr. Fatmawati, M. Si
NIP. 197307041998022001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran
COVID-19 dengan Memperhatikan Adanya *Saturated*
Incidence Rate dan Vaksinasi

Penulis : Cahyani Fitriyah Ningtyas

NIM : 081811233014

Pembimbing I : Dr. Windarto, M.Si.

Pembimbing II : Prof. Dr. Fatmawati, M. Si.

Tanggal Seminar : 28 Juli 2022

Disetujui oleh :

Pembimbing I



Dr. Windarto, M.Si.

NIP. 197711042003121001

Pembimbing II



Prof. Dr. Fatmawati, M. Si

NIP. 197307041998022001

Mengetahui,

Koordinator Program Studi Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Airlangga



Dr. Herry Suprajitno, M.Si.

NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, tetapi tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai dengan kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Cahyani Fitriyah Ningtyas

NIM : 081811233014

Program Studi : S-1 Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan tindakan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

**“Analisis Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19
dengan Memperhatikan Adanya *Saturated Incidence Rate* dan Vaksinasi”**

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 03 Agustus 2022


Cahyani Fitriyah Ningtyas
NIM. 081811233014

KATA PENGANTAR

Bismillaahirrahmaanirrahiim. Puji syukur ke hadirat Allah SWT karena berkat rahmat, karunia, taufik dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19 dengan Memperhatikan Adanya *Saturated Incidence Rate* dan Vaksinasi”. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW beserta keluarga dan sahabat yang telah menuntun umatnya dari zaman *jahiliyah* menuju zaman kemuliaan yakni *addinul islam*.

Keberhasilan penulis dalam menyelesaikan skripsi ini tidak lepas dari dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan proposal skripsi ini, antara lain:

1. Prof. Dr. Moh. Nasih, SE., M.Si., Ak., CMA. selaku Rektor Universitas Airlangga yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menuntut ilmu.
2. Prof. Dr. Moh Yasin, M.Si. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menuntut ilmu.
3. Dr. Herry Suprajitno, M.Si. selaku Ketua Departemen Matematika dan Koordinator Program Studi S-1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
4. Dr. Windarto, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, nasihat, tenaga, waktu dan pikiran yang sangat berharga.
5. Prof. Dr. Fatmawati, M. Si. selaku dosen pembimbing II dan dosen wali yang telah memberikan bimbingan, nasihat, tenaga, waktu dan pikiran yang sangat berharga.
6. Seluruh dosen dan staf Universitas Airlangga, khususnya Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmunya tanpa pamrih dan membantu dalam proses perkuliahan selama ini.

7. Kedua orang tua penulis, Bapak Sukawit dan Ibu Azimatun Nikmah, S. Pd. I., Adik Dwita Wahyu Ningtyas dan Adik Nur Ramadhani Trya Ningtyas, dan keluarga penulis yang tidak henti-hentinya mendoakan, memotivasi, serta memberi kasih sayang dan pengorbanan yang tak ternilai harganya. Terima kasih selalu ada disamping penulis.
8. Rekan penelitian Pemodelan Sistem yang selalu memberi saran dan dukungan kepada penulis khususnya Cherya Anandasari dan Indah Nurun Izzati.
9. Sahabat penulis, Cherya, Annisa, Farita, Indah, Della, Utik dan semua sahabat yang tidak bisa disebutkan satu per satu yang selalu ada disaat senang maupun sedih, memberikan motivasi, memberikan perhatian, canda dan tawa serta do'a kepada penulis.
10. Teman-teman matematika angkatan 2018 yang selalu memberikan saran dan dukungan kepada penulis.
11. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan proposal skripsi ini.

Akhir kata, penulis sangat berharap penelitian ini dapat berguna dalam rangka menambah wawasan dan pengetahuan serta dapat berguna bagi peneliti yang akan mengembangkan atau melanjutkan penelitian ini.

Surabaya, 03 Agustus 2022

Penulis

Cahyani Fitriyah Ningtyas

Cahyani Fitriyah Ningtyas, 2022, **Analisis Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19 dengan Memperhatikan Adanya *Saturated Incidence Rate* dan Vaksinasi**. Skripsi ini dibawah bimbingan Dr. Windarto, M.Si. dan Prof. Dr. Fatmawati, M. Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Coronavirus Disease-19 atau COVID-19 pertama kali terjadi pada Desember 2019 di Wuhan, China yang dalam beberapa minggu berikutnya menyebar ke seluruh China dan seluruh dunia, serta mengakibatkan pandemi global. COVID-19 adalah sekelompok virus RNA berantai tunggal *sense-positif* dan tidak tersegmentasi yang termasuk dalam ordo *Nidovirales*, famili *Coronaviridae*, subfamili *Orthocoronavirinae* dan tersebar luas di antara mamalia dan manusia. COVID-19 dapat menyebabkan gangguan pada sistem pernapasan. Gejala umum penyakit ini antara lain demam, batuk dan sesak napas untuk kasus ringan, dan pneumonia untuk kasus parah. Pada skripsi ini disajikan model matematika orde fraksional untuk mempelajari penyebaran COVID-19 dengan *saturated incidence rate* dan vaksinasi di Provinsi Jawa Timur. Estimasi parameter dilakukan menggunakan data kumulatif (harian) banyaknya populasi terinfeksi COVID-19, baik tanpa gejala maupun dengan menunjukkan gejala dan banyaknya populasi sembuh dari COVID-19 selama 31 hari di Provinsi Jawa Timur. Berdasarkan hasil analisis, model tersebut memiliki dua titik setimbang yaitu titik setimbang non endemik yang bersifat stabil asimtotis lokal jika $R_0 < 1$ dan titik setimbang endemik cenderung bersifat stabil asimtotis lokal jika $R_0 > 1$. Analisis sensitivitas dilakukan untuk mengetahui parameter yang paling berpengaruh pada *basic reproduction number* (R_0). Simulasi numerik dilakukan untuk menginterpretasikan dinamika penyebaran penyakit dengan variasi nilai orde fraksional ($\alpha \in (0,1]$). Berdasarkan hasil simulasi numerik, pada saat nilai α semakin besar maka waktu yang dibutuhkan masing-masing populasi menuju titik setimbang akan semakin cepat.

Kata kunci : COVID-19, model matematika orde fraksional, titik setimbang, kestabilan, simulasi numerik.

Cahyani Fitriyah Ningtyas, 2022, **Analysis of the Fractional Order Mathematical Model for the Spread of COVID-19 by Observing the Saturated Incidence Rate and Vaccination**. This thesis is under the guidance of Dr. Windarto, M.Si. and Prof. Dr. Fatmawati, M. Si. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Coronavirus Disease-19 or COVID-19 first occurred in December 2019 in Wuhan, China which in the following weeks spread throughout China and throughout the world, and resulted in a global pandemic. COVID-19 is a group of positive-sense, unsegmented single-stranded RNA viruses belonging to the order Nidovirales, family Coronaviridae, subfamily Orthocoronavirinae and widely distributed among mammals and humans. COVID-19 can cause disorders of the respiratory system. Common symptoms of this disease include fever, cough and shortness of breath for mild cases, and pneumonia for severe cases. In this thesis, a fractional order mathematical model is presented to study the spread of COVID-19 with a saturated incidence rate and vaccination in East Java Province. Parameter estimation was carried out using cumulative (daily) data on the number of populations infected with COVID-19, both asymptomatic and by showing symptoms and the number of populations recovered from COVID-19 for 31 days in East Java Province. Based on the results of the analysis, the model has two equilibrium points, namely the non-endemic equilibrium point which is locally asymptotically stable if $R_0 < 1$ and the endemic equilibrium point tends to be locally asymptotically stable if $R_0 > 1$. Sensitivity analysis was conducted to determine the most influential parameter on the basic reproduction number (R_0). Numerical simulations were carried out to interpret the dynamics of the spread of the disease with variations in the value of the fractional order ($\alpha \in (0,1]$). Based on the results of numerical simulations, when the α value is greater, the time it takes for each population to reach the equilibrium point will be faster.

Keywords : COVID-19, fractional order mathematical model, equilibrium point, stability, numerical simulation.

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	vi
KATA PENGANTAR.....	vii
ABSTRAK	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan.....	3
1.4 Manfaat.....	4
1.5 Batasan Masalah	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 COVID-19.....	5
2.2 Vaksin COVID-19.....	6
2.3 <i>Saturated Incidence Rate</i>	7
2.4 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	8
2.5 Turunan Fraksional Caputo	8
2.6 Sistem Persamaan Differensial Fraksional	9
2.6.1 Sistem Persamaan Differensial Fraksional Linier	9
2.6.2 Sistem Persamaan Differensial Fraksional non-Linier.....	11
2.7 <i>Basic Reproduction Number</i>	12
2.8 Kriteria Routh-Hurwitz	14
2.9 Analisis Sensitivitas.....	15
2.10 Algoritma Genetika	16
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	19
BAB IV PEMBAHASAN	22
4.1 Model Matematika Penyebaran COVID-19.....	22

4.2	Estimasi Parameter Model Matematika Penyebaran COVID-19	28
4.3	Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19.....	33
4.4	Analisis Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19	33
4.4.1	Titik Setimbang dan <i>Basic Reproduction Number</i> Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19	34
4.4.2	Kestabilan Lokal Titik Setimbang Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19	38
4.4.3	Analisis Sensitivitas.....	42
4.5	Simulasi Numerik Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran COVID-19.....	48
BAB V PENUTUP.....		51
5.1	Kesimpulan	51
5.2	Saran	53
DAFTAR PUSTAKA.....		54
LAMPIRAN.....		57

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Notasi dan Deskripsi Variabel Model Matematika	24
4.2	Notasi dan Deskripsi Parameter Model Matematika	24
4.3	Data kumulatif populasi terinfeksi COVID-19 dan populasi sembuh di Provinsi Jawa Timur	29
4.4	Hasil estimasi parameter dengan nilai MAPE terkecil	31
4.5	Nilai awal simulasi bidang fase	41
4.6	Indeks sensitivitas parameter	43
4.7	Hubungan antara perubahan pada nilai parameter terhadap perubahan nilai R_0	43

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram transmisi model matematika	26
4.2	Grafik perbandingan populasi terinfeksi tanpa gejala antara data riil dan hasil estimas	31
4.3	Grafik perbandingan populasi terinfeksi dengan gejala antara data riil dan hasil estimasi	32
4.4	Grafik perbandingan populasi sembuh antara data riil dan hasil estimasi	32
4.5	Bidang fase untuk titik setimbang endemik	42
4.6	Sensitivitas ϵ terhadap R_0 dengan tiga nilai β_a berbeda	44
4.7	Sensitivitas ϵ terhadap R_0 dengan tiga nilai β_s berbeda	45
4.8	Sensitivitas β_a terhadap R_0 dengan tiga nilai γ_a berbeda	45
4.9	Sensitivitas β_s terhadap R_0 dengan tiga nilai γ_s berbeda	45
4.10	Grafik populasi I_s dengan tiga nilai parameter β_a yang berbeda	46
4.11	Grafik populasi I_s dengan tiga nilai parameter β_s yang berbeda	47
4.12	Grafik populasi I_a dengan tiga nilai parameter γ_a yang berbeda	47
4.13	Grafik populasi I_s dengan tiga nilai parameter γ_s yang berbeda	48
4.14	Grafik simulasi numerik	49

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Lampiran
Lampiran 1	Kode program estimasi parameter
Lampiran 2	Perhitungan titik setimbang non endemik
Lampiran 3	Perhitungan R_0
Lampiran 4	Perhitungan titik setimbang endemik
Lampiran 5	Analisis kestabilan titik setimbang non endemik
Lampiran 6	Analisis kestabilan titik setimbang endemik
Lampiran 7	Perhitungan dan kode program indeks sensitivitas
Lampiran 8	Kode program simulasi numerik