

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL MATEMATIKA DAMPAK PEMANASAN GLOBAL
PADA EKOSISTEM LAUT**

SKRIPSI



FENI KURNIASARI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA
2022**

IR – PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL MATEMATIKA DAMPAK PEMANASAN GLOBAL
PADA EKOSISTEM LAUT**

SKRIPSI



FENI KURNIASARI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL MATEMATIKA DAMPAK PEMANASAN GLOBAL
PADA EKOSISTEM LAUT**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains

Bidang Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Airlangga

Feni Kurniasari

081811233012

Disetujui oleh :

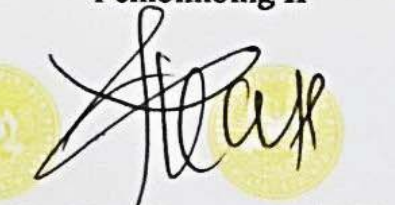
Pembimbing I



Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D.

NIP. 198604122008122003

Pembimbing II



Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.

NIP. 197307041998022001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model
Matematika Dampak Pemanasan Global pada Ekosistem
Laut
Penyusun : Feni Kurniasari
NIM : 081811233012
Pembimbing I : Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D.
Pembimbing II : Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.
Tanggal Seminar : 13 Desember 2022

Disetujui oleh :

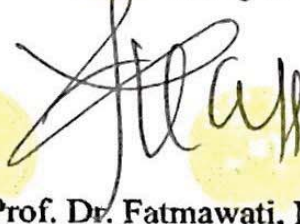
Pembimbing I



Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D.

NIP. 198604122008122003

Pembimbing II

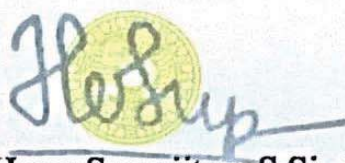


Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.

NIP. 197307041998022001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Dr. Herry Suprajitno, S.Si., M.Si.

NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya :

Nama : Feni Kurniasari
NIM : 081811233012
Program Studi : S-1 Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan tindakan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul :

“Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Dampak Pemanasan Global pada Ekosistem Laut”

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 20 Desember 2022



Feni Kurniasari

081811233012

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT karena rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Dampak Pemanasan Global pada Ekosistem Laut”. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita, Nabi Muhammad SAW, pemimpin dan sebaik-baiknya suri tauladan bagi kehidupan umat manusia.

Penulis melakukan penyusunan skripsi ini dengan usaha terbaik dan dengan bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini. Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada :

1. Universitas Airlangga yang telah memberikan kesempatan dan fasilitas terbaik untuk menuntut ilmu.
2. Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga, khususnya program studi Matematika yang telah memberikan kesempatan bagi penulis untuk belajar.
3. Dr. Herry Suprajitno, S.Si., M.Si. selaku ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
4. Prof. Dr. Fatmawati, M.Si. selaku dosen wali dan sebagai pembimbing II yang selalu memberikan saran serta motivasi dalam membuat rancangan kuliah maupun dalam penyusunan skripsi ini.
5. Cicik Alfiniyah, S.Si., M.Si., Ph.D selaku dosen pembimbing I yang senantiasa sabar dan teliti dalam memberikan bimbingan selama penyusunan skripsi ini.
6. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya dosen di Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
7. Kedua orang tua tercinta, yaitu Bapak Bahtiar Istahum dan Ibu Siti Nurida, Adik tercinta Ashfa Ainul Fawaiz, Mbah tersayang Mbah Yo, Mbah Buk, Mbah Samsul, Mbah Lula, Saudara tercinta Mbak Putri, Mas Yayak, Mas

Nizar, Mbak Fifi, Mbak Fat, Safina, Avika, Mas Afif, Faris, serta keluarga besar dari Bani Singo dan Bani Khasan yang selalu memberikan dukungan baik material maupun spiritual.

8. Sahabat penulis Erika, Sindut, Aisyah, Salsa, Tutik, Arika, Muflichah, Alfia, Erlin, Mar'ah, Ina, Masita, Sintya, Khayun, Diar, Dela yang selalu memberikan dukungan semangat, motivasi, saran dan kritik kepada penulis.
9. Seluruh teman-teman seperjuangan prodi Matematika Universitas Airlangga angkatan 2018 yang telah membantu dan memberi dukungan dalam penyusunan naskah skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat sebagai bahan pustaka dan penambah informasi khususnya bagi mahasiswa Universitas Airlangga. Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan proposal skripsi ini, kemungkinan besar masih terdapat kekurangan sehingga saran dan kritik yang membangun sangat diperlukan untuk penyusunan berikutnya.

Surabaya, 20 Desember 2022

Penulis

Feni Kurniasari

Feni Kurniasari, 2022, **Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Dampak Pemanasan Global pada Ekosistem Laut**, Skripsi ini dibawah bimbingan Cicik Alfiniyah, M. Si., Ph.D. dan Prof. Dr. Fatmawati, M. Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Pemanasan global atau *global warming* adalah proses meningkatnya temperatur bumi karena kandungan gas rumah kaca seperti karbon dioksida (CO_2), metana (CH_4), nitrogen oksida (NO_2), *chlorofluorocarbon* (CFC) dan gas lainnya secara berlebihan di atmosfer. Pemanasan global dapat menimbulkan dampak negatif khususnya pada ekosistem laut karena ekosistem laut berperan penting untuk menyeimbangkan lingkungan dan mendistribusikan kembali energi di bumi. Dampak pemanasan global pada ekosistem laut dapat dikonstruksi dalam suatu model matematika. Skripsi ini bertujuan untuk menganalisis kestabilan titik setimbang model dan menerapkan kontrol upaya penanaman hutan bakau dan upaya pemeliharaan (penyuburan) plankton. Berdasarkan hasil analisis model didapatkan empat titik setimbang, yaitu titik setimbang kepunahan ikan dan terumbu karang, titik setimbang kepunahan ikan, titik setimbang kepunahan terumbu karang, dan titik setimbang koeksistensi. Titik setimbang kepunahan ikan dan terumbu karang, titik setimbang kepunahan ikan, titik setimbang kepunahan terumbu karang, dan titik setimbang koeksistensi cenderung stabil asimtotis dengan syarat tertentu. Selanjutnya, diterapkan kontrol berupa penanaman hutan bakau dan pemeliharaan (penyuburan) plankton. Penyelesaian permasalahan kontrol optimal pada model ditentukan dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Simulasi numerik menunjukkan bahwa pemberian kedua kontrol yaitu upaya penanaman hutan bakau dan upaya pemeliharaan (penyuburan) plankton secara bersamaan memberikan hasil yang efektif dalam meminimalkan jumlah konsentrasi gas rumah kaca dengan biaya pemberian kontrol yang optimal.

Kata Kunci: Pemanasan Global, Ekosistem Laut, Model Matematika, Kestabilan, Kontrol Optimal

Feni Kurniasari, 2022, **Stability Analysis and Optimal Control Mathematical Model of Global Warming Impact on Marine Ecosystem**, This thesis is under the advisor **Cicik Alfiniyah**, M. Si., Ph.D. and Prof. Dr. Fatmawati, M. Si. Departement of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Global warming is the process of increasing the earth's temperature due to the excessive content of greenhouse gases such as carbon dioxide (CO₂), methane (CH₄), nitrogen oxides (NO₂), chlorofluorocarbons (CFCs) and other gases in the atmosphere. Global warming can have a negative impact, especially on marine ecosystems because marine ecosystems play an important role in balancing the environment and redistributing energy on earth. The impact of global warming on marine ecosystems can be constructed in a mathematical model. This thesis aims to analyze the stability of the model's equilibrium point and apply control over mangrove planting efforts and plankton maintenance (fertilization) efforts. Based on the analysis of the uncontrolled model, four equilibrium points were obtained, namely the equilibrium point for the extinction of fish and coral reefs, the equilibrium point for fish extinction, the equilibrium point for the extinction of coral reefs, and the equilibrium point for coexistence. The equilibrium point for the extinction of fish and coral reefs, the equilibrium point for the extinction of fish, the equilibrium point for the extinction of coral reefs, and the equilibrium point for coexistence tend to be asymptotically stable under certain conditions. Furthermore, control is applied in the form of mangrove forest planting and plankton maintenance (fertilization) efforts. The solution to the optimal control problem in the model is determined by using Pontryagin's Maximum Principle. Numerical simulation shows that giving both controls, namely mangrove planting efforts and plankton maintenance (fertilization) simultaneously provides effective results in minimizing the amount of greenhouse gas concentrations with optimal control costs.

Keywords: Global Warming, Marine Ecosystem, Mathematical Model, Stability, Optimal Control

DAFTAR ISI

LEMBAR JUDUL	Error! Bookmark not defined.
LEMBAR PERNYATAAN	Error! Bookmark not defined.
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI.....	iii
LEMBAR PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI.....	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan.....	4
1.4 Manfaat.....	4
1.5 Batasan Masalah.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Pemanasan Global.....	5
2.2 Ekosistem Laut.....	5
2.3 Model Logistik.....	6
2.4 Sistem Persamaan Differensial	7
2.5 Model <i>Predator-Prey</i> Lotka Volterra	9
2.6 Kestabilan Sistem Linear	9
2.7 Kriteria Routh Hurwitz	11
2.8 Masalah Kontrol Optimal	14
2.9 Prinsip Maksimum Pontryagin	14
BAB III METODE PENELITIAN.....	17

BAB IV PEMBAHASAN.....	19
4.1 Analisis Kestabilan Titik Setimbang	19
4.1.1 Model Matematika.....	19
4.1.2 Titik Setimbang.....	24
4.1.3 Analisis Kestabilan Titik Setimbang	32
4.2 Analisis Kontrol Optimal.....	48
4.2.1 Model Matematika dengan Kontrol.....	49
4.2.2 Penyelesaian kontrol optimal.....	50
4.3 Simulasi Numerik dan Interpretasi Model Matematika.....	53
BAB V KESIMPULAN.....	63
5.1 Kesimpulan	63
5.2 Saran	63
DAFTAR PUSTAKA	65
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Variabel dalam Model Matematika Dampak Pemanasan Global pada Ekosistem Laut	20
4.2	Parameter dalam Model Matematika Dampak Pemanasan Global pada Ekosistem Laut	20
4.3	Nilai Awal Bidang Fase Titik Setimbang Kepunahan Ikan	41
4.4	Nilai Parameter Bidang Fase Titik Setimbang Kepunahan Ikan	42
4.5	Nilai Awal Bidang Fase Titik Setimbang Kepunahan Terumbu Karang	44
4.6	Nilai Parameter Bidang Fase Titik Setimbang Kepunahan Terumbu Karang	44
4.7	Nilai Awal Bidang Fase Titik Setimbang Koeksistensi	46
4.8	Nilai Parameter Bidang Fase Titik Setimbang Koeksistensi	46
4.9	Variabel dan Parameter Tambahan	49
4.10	Nilai Parameter Simulasi Numerik Model Matematika Dampak Pemanasan Global pada Ekosistem Laut	55
4.11	Perbandingan Konsentrasi Gas Rumah Kaca pada Akhir Pengamatan	57
4.12	Perbandingan Suhu Atmosfer pada Akhir Pengamatan	58
4.13	Perbandingan Populasi pada Akhir Pengamatan	59
4.14	Perbandingan Fungsi Ongkos	62

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Bidang Fase Titik Setimbang Kepunahan Ikan	43
4.2	Bidang Fase Titik Setimbang Kepunahan Terumbu Karang	45
4.3	Bidang Fase Titik Setimbang Koeksistensi	48
4.4	Simulasi Numerik Konsentrasi Gas Rumah Kaca	56
4.5	Simulasi Numerik Suhu Atmosfer	58
4.6	Simulasi Numerik Populasi Plankton	59
4.7	Profil Kontrol Upaya Penanaman Hutan Bakau	60
4.8	Profil Kontrol Upaya Pemeliharaan (Penyuburan) Plankton	60
4.9	Profil Kontrol Upaya Penanaman Hutan Bakau dan Pemeliharaan (Penyuburan) Plankton	61