

**ANALISIS DAN KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA
PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DUA STRAIN
DENGAN MEMPERTIMBANGKAN ADANYA REINFEKSI SEROTIPE
YANG SAMA**

SKRIPSI



LAILA ABIDATUL AMANAH

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA**

2021

IR – PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS DAN KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA
PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DUA STRAIN
DENGAN MEMPERTIMBANGKAN ADANYA REINFEKSI SEROTIPE
YANG SAMA**

SKRIPSI



LAILA ABIDATUL AMANAH

PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS AIRLANGGA

SURABAYA

2021

**ANALISIS DAN KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA
PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DUA STRAIN
DENGAN MEMPERTIMBANGKAN ADANYA REINFEKSI SEROTIPE
YANG SAMA**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
Pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Laila Abidatul Amanah
NIM. 081711233033

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D
NIP. 198604122008122003

Pembimbing II,



Dr. Windarto, M.Si.
NIP. 197711042003121001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis dan Kontrol Optimal Model Matematika
Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dua Strain dengan
Mempertimbangkan Adanya Reinfeksi Serotipe yang Sama.
Penulis : Laila Abidatul Amanah
NIM : 081711233033
Pembimbing I : Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D
Pembimbing II : Dr. Windarto, M.Si.
Tanggal Seminar : 29 Desember 2021

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D
NIP. 198604122008122003

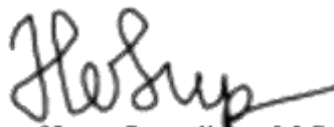
Pembimbing II,



Dr. Windarto, M.Si.
NIP. 197711042003121001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Dr. Herry Suprajitno, M.Si.
NIP.196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai dengan kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Laila Abidatul Amanah

NIM : 081711233033

Program Studi : S-1 Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Jenjang : Sarjana (S1)

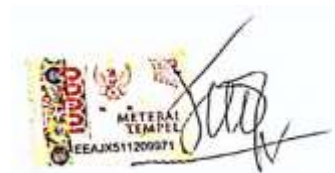
Menyatakan bahwa saya tidak melakukan tindakan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

“Analisis dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dua Strain dengan Mempertimbangkan Adanya Reinfeksi Serotipe yang Sama “

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 29 Desember 2021



Laila Abidatul Amanah

NIM. 081711233033

KATA PENGANTAR

Tiada kata yang dapat diucapkan selain puja dan puji syukur kehadirat Allah SWT, karena hanya dengan limpahan rahmat, taufik serta hidayah – Nya semata sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “*Analisis dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dua Strain dengan Mempertimbangkan Adanya Reinfeksi Serotipe yang Sama*” ini dapat terselesaikan. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita, Nabi Muhammad SAW yang senantiasa membimbing kita kepada jalan yang benar.

Penulis banyak mendapat bantuan dari berbagai pihak dalam menyusun skripsi ini. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu memberi arahan, bimbingan, serta saran. Maka dari itu penulis menyampaikan terimakasih kepada beberapa pihak sebagai berikut:

1. Universitas Airlangga yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menuntut ilmu.
2. Prof. Dr.Mohammad Nasih, S.E., M.T., Ak., CMA selaku Rektor Universitas Airlangga.
3. Prof. Dr. Moh Yasin, M.Si. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
4. Dr. Herry Suprajitno, S.Si, M.Si. selaku Ketua Departemen Matematika sekaligus Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang telah memberikan bimbingannya selama perkuliahan.
5. Dr. Nenik Estuningsih, S.Si, M.Si. selaku dosen wali yang selalu memberikan saran dan inspirasi untuk membuat rancangan perkuliahan.
6. Cicik Alfiniyah, S.Si, M.Si., Ph.D. sebagai dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan masukan, arahan, serta semangat dengan penuh kesabaran kepada penulis.
7. Dr. Windarto, S.Si, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang senantiasa memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan serta saran dalam proses pembelajaran.

8. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya di Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
9. Kedua orangtua penulis, Ayah dan Ibu tercinta yang selalu memberikan dukungan baik material maupun spiritual, serta keluarga besar penulis yang menjadi sumber motivasi, dan kasih sayang kepada penulis.
10. Sahabat penulis Nabilla Azzah, Eka Puji, Ardian Eka, Afifah Dwi, yang selalu memberikan dukungan, semangat, dan motivasi kepada penulis.
11. Teman-teman Matematika angkatan 2017 yang telah memberikan inspirasi, semangat, dan motivasi.
12. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis berupaya agar tidak terdapat kesalahan dalam pada penulisan skripsi. Namun tidak menutup kemungkinan masih ada kekurangan dalam penulisan ini. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun dari pembaca sangat penulis harapkan demi penyempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulisan khususnya dan para pembaca pada umumnya.

Surabaya, 29 Desember 2021

Penyusun

Laila Abidatul Amanah

Laila Abidatul Amanah, 2021, **Analisis dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dua Strain dengan Mempertimbangkan Adanya Reinfeksi Seotipe yang Sama**. Skripsi ini dibawah bimbingan Cicik Alfiniyah, M.Si, Ph.D. dan Dr. Windarto, M.Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Demam Berdarah Dengue (DBD) merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus *dengue* yang ditularkan dari orang ke orang melalui gigitan nyamuk *Aedes*. Penyakit DBD ini memiliki empat jenis virus, yaitu virus DEN-1, DEN-2, DEN-3, dan DEN-4, yang memiliki antigen terkait satu sama lain. Pada skripsi ini membahas tentang model demam berdarah dua strain dengan memperhatikan adanya reinfeksi atau infeksi kembali dengan jenis virus yang sama. Tujuan penelitian ini adalah untuk menganalisis kestabilan titik setimbang, serta menerapkan kontrol optimal berupa kesadaran manusia dan penggunaan insektisida. Berdasarkan hasil analisis model tanpa kontrol diperoleh empat titik setimbang yaitu titik setimbang non endemik, titik setimbang endemik serotipe-1, titik setimbang endemik serotipe-2, dan titik setimbang koeksistensi. Kestabilan lokal titik setimbang dan eksistensi dari titik setimbang bergantung pada bilangan reproduksi dasar. Terdapat dua bilangan reproduksi dasar yaitu R_{01} untuk bilangan reproduksi dasar untuk serotipe-1 dan R_{02} untuk bilangan reproduksi dasar untuk serotipe-2. Pada skripsi ini juga dilakukan analisis sensitivitas parameter untuk mengetahui parameter yang paling berpengaruh pada penyebaran demam berdarah. Selanjutnya, permasalahan kontrol optimal pada model diselesaikan dengan metode Prinsip Maksimum Pontryagin. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa pemberian kontrol optimal berupa upaya kesadaran manusia dan upaya penggunaan insektisida secara bersamaan dapat meminimalkan jumlah populasi nyamuk yang terinfeksi serotipe-1 dan serotipe-2 dengan penurunan berturut-turut sebesar 80,7732% dan 80,9095%.

Kata Kunci : Model Matematika, DBD, Kestabilan, Bilangan Reproduksi, Insektisida, Kontrol Optimal.

Laila Abidatul Amanah, 2021, **Analysis and Optimal Control in The Mathematical Model of The Spread of Dengue Fever Two Strain with Considering The Existence Reinfection of The Same Serotype**. This thesis is supervised by Cicik Alfiniyah, M.Si, Ph.D. and Dr. Windarto, M.Si. Departement of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Dengue Hemorrhagic Fever (DHF) is a disease caused by the dengue virus which is transmitted to humans thorught the bite of the Aedes mosquito. There are four serotype of dengue virus namely DEN-1, DEN-2, DEN-3, and DEN-4, which have antigens associated with each other. This thesis discusses mathematical model of the spread of dengue fever two strain with considering the existence reinfection of the same serotype. The purpose of study id to analyze the stability of equilibrium and apply the optimal control of increasing the awareness of humans and insecticide. Based on the result of the analysis of mathematical models without controls has four equilibria, namely non-endemic equilibrium, endemic serotype-1 equilibrium, endemic serotype-2 equilibrium and the equilibrium of coexistence. The local stability and the existence of the equilibrium depended on basic reproduction number. There are two basic reproduction numbers, namely R_{01} for the basic reproduction number for serotype-1 and R_{02} for the basic reproduction number for serotype-2. In this thesis, wealso analyzed the sensitivity of parameters to determine which parameters have the most influence of the spread of dengue fever. Furthermore, the existence of optimal control variables is determined by Pontryagin's Maximum Priciple. The results of the numerical simulation show that providing optimal control in the from of increasing the awareness of humans and the use of insecticide can minimize the mosquito infected population serotype-1 and serotype-2 with a decrease of 80,7732% and 80,9095% respectively.

Keywords : Mathematical Model, DHF, Stability, Basic Reproduction Number, Insecticide, Optimal Control..

DAFTAR ISI

LEMBAR JUDUL.....	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR.....	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DATA TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan.....	4
1.4 Manfaat.....	4
1.5 Batasan Masalah.....	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	6
2.1 Demam Berdarah Dengue	6
2.2 Pemberantasan Demam Berdarah.....	7
2.3 Sistem Persamaan Diferensial	8
2.4 Kestabilan Sistem Linear.....	10
2.5 Kriteria Routh-Hurwitz	11

2.6	Basic Reproduction Number (R_0).....	13
2.7	Masalah Kontrol Optimal	15
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....		17
BAB IV PEMBAHASAN		19
4.1	Model Matematika Penyebaran Demam Berdarah Dua-Strain.....	19
4.1.1	Titik Setimbang Model Matematika.....	27
4.1.2	Analisis Kestabilan Titik Setimbang Model Matematika	33
4.1.3	Analisis Sensitivitas Parameter	49
4.2	Kontrol Optimal Model Matematika	53
4.2.1	Penyelesaian Kontrol Optimal	55
4.3	Simulasi Numerik dan Interpretasi Model Matematika	59
BAB V PENUTUP.....		73
5.1	Kesimpulan.....	73
5.2	Saran.....	74
DAFTAR PUSTAKA		75
LAMPIRAN		79

DATA TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Variabel Pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam	20
4.2	Parameter Pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dua Strain	21
4.3	Nilai Awal Populasi Serotipe-1	39
4.4	Nilai Parameter Pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dua Strain	40
4.5	Nilai Awal Populasi Serotipe-2	43
4.6	Hasil Perhitungan Indeks Sensitivitas Parameter	46
4.7	Hubungan Antara Perubahan Pada Nilai Parameter Terhadap Nilai R_{01}	46
4.8	Hubungan Antara Perubahan Pada Nilai Parameter Terhadap Nilai R_{02}	47
4.9	Notasi Variabel Kontrol Pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dua Strain dengan Mempertimbangkan Adanya Reinfeksi Serotipe yang Sama	49
4.10	Perbandingan Jumlah Populasi Manusia Terpapar Serotipe-1 (E_1) di Hari ke-10	57
4.11	Perbandingan Jumlah Populasi Manusia Terpapar Serotipe-2 (E_2) di Hari ke-10	58
4.12	Perbandingan Jumlah Populasi Manusia Terinfeksi Primer Serotipe-1 (I_1) di Hari ke-10	59
4.13	Perbandingan Jumlah Populasi Manusia Terinfeksi Primer Serotipe-2 (I_2) di Hari ke-10	61

4.14	Perbandingan Jumlah Populasi Manusia Terinfeksi Sekunder Serotipe-1 (Y_1) di Hari ke-10	62
4.15	Perbandingan Jumlah Populasi Manusia Terinfeksi Sekunder Serotipe-2 (Y_2) di Hari ke-10	63
4.16	Perbandingan Jumlah Populasi Nyamuk Terinfeksi Serotipe-1 (V_1) di Hari ke-10	64
4.17	Perbandingan Jumlah Populasi Nyamuk Terinfeksi Serotipe-2 (V_2) di Hari ke-10	65
4.18	Fungsi Ongkos dari Kontrol Optimal yang Diberikan	67

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram Transmisi Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dua Strain dengan Mempertimbangkan Adanya Reinfeksi Serotipe yang sama.	23
4.2	Grafik Bidang Fase Pada Bidang $S_0 - V_1$ Pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Serotipe-1	41
4.3	Grafik Bidang Fase Pada Bidang $S_0 - E_2$ Pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Serotipe-2	44
4.4	Grafik Bidang Fase Pada Bidang $S_0 - V_0$ Pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah Dua Strain	46
4.5	Variasi Nilai α_1 dan λ_1	48
4.6	Variasi Nilai α_2 dan γ	48
4.7	Simulasi Sebelum dan Sesudah Adanya Kontrol Pada Populasi Manusia Terpapar Serotipe-1 (E_1)	57
4.8	Simulasi Sebelum dan Sesudah Adanya Kontrol Pada Populasi Manusia Terpapar Serotipe-2 (E_2)	58
4.9	Simulasi Sebelum dan Sesudah Adanya Kontrol Pada Populasi Manusia Terinfeksi Primer Serotipe-1 (I_1)	59
4.10	Simulasi Sebelum dan Sesudah Adanya Kontrol Pada Populasi Manusia Terinfeksi Primer Serotipe-2 (I_2)	60
4.11	Simulasi Sebelum dan Sesudah Adanya Kontrol Pada Populasi Manusia Terinfeksi Sekunder Serotipe-1 (Y_1)	61
4.12	Simulasi Sebelum dan Sesudah Adanya Kontrol Pada Populasi Manusia Terinfeksi Sekunder Serotipe-2 (Y_2)	62
4.13	Simulasi Sebelum dan Sesudah Adanya Kontrol Pada Populasi Nyamuk Terinfeksi Serotipe-1 (V_1)	63

4.14	Simulasi Sebelum dan Sesudah Adanya Kontrol Pada Populasi Nyamuk Terinfeksi Serotipe-2 (V_2)	64
4.15	Grafik Profil Kontrol u_1	65
4.16	Grafik Profil Kontrol u_2	66
4.17	Grafik Profil Kontrol u_1 dan u_2	67

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Lampiran
Lampiran 1	Perhitungan Titik Setimbang Non Endemik (E_0)
Lampiran 2	Perhitungan <i>Basic Reproduction Number</i>
Lampiran 3	Perhitungan Titik Setimbang Endemik Serotipe-1 (E_1)
Lampiran 4	Perhitungan Titik Setimbang Endemik Serotipe-2 (E_2)
Lampiran 5	Perhitungan Titik Setimbang Koeksistensi (E_k)
Lampiran 6	Perhitungan Kestabilan Titik Setimbang Non Endemik
Lampiran 7	Perhitungan Kestabilan Titik Setimbang Endemik Serotipe-1
Lampiran 8	Kode Program Simulasi Numerik Bidang Fase Kestabilan Titik Setimbang Endemik Serotipe-1 (E_1)
Lampiran 9	Perhitungan Kestabilan Titik Setimbang Endemik Serotipe-2
Lampiran 10	Kode Program Simulasi Numerik Bidang Fase Kestabilan Titik Setimbang Endemik Serotipe-2 (E_2)
Lampiran 11	Perhitungan Kestabilan Titik Setimbang Koeksistensi
Lampiran 12	Kode Program Simulasi Numerik Bidang Fase Kestabilan Titik Setimbang Koeksistensi (E_k)
Lampiran 13	Kode Program Analisis Sensitivitas Parameter
Lampiran 14	Kode Program DOTcyp pada MATLAB untuk Model dengan Kontrol u_1
Lampiran 15	Kode Program DOTcyp pada MATLAB untuk Model dengan Kontrol u_2
Lampiran 16	Kode Program DOTcyp pada MATLAB untuk Model dengan Kontrol u_1 dan u_2