

**DESAIN KONTROL *BALL AND PLATE SYSTEM*
MENGUNAKAN METODE *LINEAR QUADRATIC*
*REGULATOR***

SKRIPSI



HASNA NADHIFAH

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA
2021**

IR-PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**DESAIN KONTROL *BALL AND PLATE SYSTEM*
MENGUNAKAN METODE *LINEAR QUADRATIC*
*REGULATOR***

SKRIPSI



HASNA NADHIFAH

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA
2021**

**DESAIN KONTROL *BALL AND PLATE SYSTEM*
MENGUNAKAN METODE *LINEAR QUADRATIC*
*REGULATOR***

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Hasna Nadhifah
NIM. 081711233011

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Dr. Miswanto, M.Si.

NIP. 196802041993031002

Pembimbing II,



Cicik Alfiniyah, S.Si., M.Si., Ph.D.

NIP. 198604122008122003

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Desain Kontrol *Ball and Plate System* Menggunakan
Metode *Linear Quadratic Regulator*
Penulis : Hasna Nadhifah
NIM : 081711233011
Pembimbing I : Dr. Miswanto, M.Si.
Pembimbing II : Cicik Alfiniyah, S.Si., M.Si., Ph.D.
Tanggal Seminar : 30 November 2021

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,



Dr. Miswanto, M.Si.

NIP. 196802041993031002

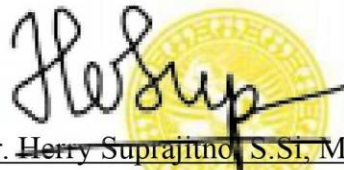


Cicik Alfiniyah, S.Si., M.Si., Ph.D.

NIP. 198604122008122003

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Dr. Henry Suprajitno, S.Si., M.Si.

NIP.196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, tetapi tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai dengan kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Hasna Nadhifah

NIM : 081711233011

Program Studi : S-1 Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan tindakan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

“Desain Kontrol *Ball and Plate System* Menggunakan Metode *Linear Quadratic Regulator* ”

Apabila suatu saat nanti saya terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 19 Desember 2021



Hasna/Nadhifah
NIM. 081711233011

KATA PENGANTAR

Puji syukur atas ke hadirat Allah SWT, karena atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan proposal skripsi yang berjudul “Desain Kontrol *Ball and Plate System* Menggunakan Metode *Linear Quadratic Regulator*” sebagai syarat menyelesaikan Program Sarjana (S-1) pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga dengan baik.

Keberhasilan penulis dalam menyusun skripsi ini tidak terlepas dari dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Mohammad Nasih SE., MT., Ak. Selaku Rektor Universitas Airlangga.
2. Prof. Dr. Mohammad Yasin, M.Si. Selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
3. Dr. Herry Suprajitno, S.Si, M.Si. selaku Ketua Departemen Matematika dan Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang selalu memberikan saran dan motivasi.
4. Dr. Liliek Susilowati, S.Si., M.Si. selaku dosen wali yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama perkuliahan.
5. Dr. Miswanto, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan dan semangat dengan penuh kesabaran dan ketelitian.
6. Cicik Alfiniyah, S.Si., M.Si., Ph.D. selaku dosen pembimbing II yang senantiasa memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan dan semangat dengan penuh kesabaran dan ketelitian.
7. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya di Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
8. Yang tercinta keluarga penulis, Taufiq Arif Setyanto, Dewi Indah Rahayu, Inas Farhanah selaku ayah, ibu dan adik saya yang selalu memberikan dukungan, motivasi, dan doa.

9. Sahabat penulis Helga Lexsa I., Devansa Avianti A., Nanda Aristo A, Miranda Syafira, Arya Surya S., Kharisma Suwandi, yang selalu memberi dukungan, semangat, dan motivasi kepada penulis.
10. Teman baik penulis Jihan, Regina, Fitra yang selalu memberi dukungan kepada penulis.
11. Teman-teman Matematika angkatan 2017 yang telah memberikan pengalaman selama masa perkuliahan.
12. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini dimungkinkan masih ada kesalahan. Oleh karena itu, penulis mengharap kritik dan saran yang sifatnya membangun demi penyempurnaan penulisan selanjutnya. Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi kita semua.

Surabaya,

Penulis,

Hasna Nadhifah

Hasna Nadhifah, 2021, **Desain Kontrol *Ball and Plate System* Menggunakan Metode *Linear Quadratic Regulator***. Skripsi ini di bawah bimbingan Dr. Miswanto, S.Si., M.Si. dan Cicik Alfiniyah, S.Si., M.Si., Ph.D. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Ball and Plate System adalah sistem *non linear* untuk menyeimbangkan bola yang ada di atas plat datar dengan posisi tertentu tanpa menjatuhkan bola. Plat datar dimanipulasi dalam dua arah tegak lurus yaitu sumbu-x dan sumbu-y. Skripsi ini bertujuan untuk melakukan rancang bangun sistem kontrol pada *Ball and Plate System* menggunakan metode *Linear Quadratic Regulator* (LQR) yang bersesuaian dengan implementasi pada *stewart platform* yang bergerak, sensor layar sentuh di atas plat datar untuk mengukur posisi bola, enam buah servo motor sebagai aktuator dan sebuah bola. Berdasarkan analisis model pada sistem diperoleh bahwa sistem stabil, terkontrol dan terobservasi maka dapat diterapkan perancangan sistem kontrol. Pada skripsi ini permasalahan kontrol yang dianalisis adalah regulator untuk menjaga kestabilan dari bola dengan plat datar agar tidak jatuh dengan memberikan kontrol *gain feedback* K sesuai dengan metode LQR, *tracking* untuk mengontrol respons dari sistem agar bergerak mengikuti sinyal referensi dan solusi masalah *state observer*. Hasil simulasi dengan simulink MATLAB menunjukkan bahwa ketika sistem tidak diberikan kontrol didapatkan respons sistem yang jauh dari yang diinginkan, sehingga perlu diberikan kontrol dengan metode LQR yang sesuai dengan implementasi pada *stewart platform*. Pemberian kontrol yang sesuai berupa *gain feedback* K untuk permasalahan regulator, *gain integrator* N untuk permasalahan pengaturan terbaik untuk posisi bola, dan *gain observer* L untuk permasalahan *state observer* didapatkan respons sistem yang baik dan sesuai dengan yang diinginkan yaitu *settling time* 1.02 detik dan *rise time* 0.335 detik.

Keywords: *Ball and Plate System*, Sistem *non linear* , LQR, Desain Kontrol, *stewart platform*, *Tracking*, *State observer*.

Hasna Nadhifah, 2021, **Design and Control of Ball and Plate System using a Linear Quadratic Regulator**. This undergraduate thesis is supervised by Dr. Miswanto, S.Si., M.Si. and Cicik Alfiniyah, S.Si., M.Si., Ph.D. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Ball and Plate System is a non-linear system to balance the ball on a flat plate with a certain position without dropping the ball. The flat plate is manipulated in two perpendicular directions namely the x-axis and the y-axis. This thesis aims to design a control system on the Ball and Plate System using the Linear Quadratic Regulator (LQR) method which corresponds to the implementation on a moving stewart platform, a touch screen sensor on a flat plate to measure the position of the ball, six servo motors as actuators. and a ball. Based on the analysis of the model on the system, it is found that the system is stable, controlled and observable, so the control system design can be applied. In this thesis, the control problem analyzed is the regulator to maintain the stability of the ball with a flat plate so that it does not fall by providing control of feedback gain K in accordance with the LQR method, tracking to control the response of the system so that it moves to follow reference signal and state observer problem solution. The simulation results with MATLAB simulink show that when the system is not given control, the system response is far from the desired one, so it is necessary to provide control with the LQR method in accordance with the implementation on the Stewart platform. Providing appropriate control in the form of feedback gain K for regulator problems, integrator gain N for best setting problems for ball position, and observer gain L for state observer problems, the system response is good and in accordance with what is desired, namely settling time of 1.02 seconds and rise time 0.335 seconds

Keywords: *Ball and Plate System, Non-Linear System, LQR, Control Design, Stewart Platform, Tracking, State Observer.*

DAFTAR ISI

LEMBAR JUDUL	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Manfaat Penelitian	4
1.5 Batasan Masalah	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Desain Sistem Kontrol	6
2.2 <i>Ball and Plate System</i>	7
2.3 Sistem Persamaan Diferensial	8
2.4 Linearisasi	10
2.5 Kestabilan Sistem Linear	13
2.6 Keterkontrolan	15
2.7 Keterobservasian	16
2.8 Konsep Sistem Kontrol Optimal Menggunakan Metode LQR	16
2.9 <i>Reference Input</i>	21
2.10 <i>State observer</i>	22

BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	27
BAB IV PEMBAHASAN.....	30
4.1 Model Matematika <i>Ball and Plate System</i>	30
4.1.1 Kestabilan Model Matematika <i>Ball and Plate System</i>	35
4.1.2 Keterkontrolan Model Matematika <i>Ball and Plate System</i>	36
4.1.3 Keterobservasian Model Matematika <i>Ball and Plate System</i>	36
4.2 Desain Kontrol LQR pada <i>Ball and Plate System</i>	38
4.3 Simulasi Pengujian LQR dengan <i>Gain Integrator N</i>	43
4.4 Desain <i>Observer</i>	46
4.5 Implementasi <i>Ball and Plate System</i> pada <i>Stewart Platform</i>	48
BAB V PENUTUP.....	51
5.1 Kesimpulan.....	51
5.2 Saran	52
DAFTAR PUSTAKA	53
LAMPIRAN.....	55

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
2.1	Pendefinisian Simbol, Satuan, dan Deskripsi Parameter Model Matematika <i>Ball and Plate System</i>	8
4.1	Simbol dan Deskripsi Variabel pada Model Matematika <i>Ball and Plate System</i>	34
4.2	Varian Kondisi Q dengan Hasil Nilai <i>gain feedback</i> K	41
4.3	Varian Kondisi Q dengan Respons Sistem	42
4.4	Nilai Respons <i>transient</i> dengan Pengendali LQR dan LQR+N	44
4.5	Nilai <i>input</i> (Sudut Alfa) dan <i>output</i> (Posisi Bola) pada simulasi MATLAB dan <i>stewart platform</i> dengan Arduino	49

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
2.1	Contoh Skema dari sebuah Sistem	6
2.2	Linearisasi $y = f(x)$ di sekitar $\bar{x}$	11
2.3	Blok Diagram Sistem Kontrol Optimal <i>Ball and Plate System</i> dengan LQR	21
2.4	Blok Diagram Sistem Kontrol Optimal <i>Ball and Plate System</i> dengan LQR dan Matriks N	23
2.5	Blok Diagram <i>Full State observer</i>	24
4.1	Sistem Sumbu <i>Ball and Plate System</i> pada <i>Stewart Platform</i>	34
4.2	Grafik Step Respons <i>Ball and Plate System</i> tanpa Kontrol	38
4.3	Grafik Step respons <i>Ball and Plate System</i> dengan berbagai kondisi Nilai Q	42
4.4	Diagram blok <i>Ball and Plate System</i> dengan berbagai kondisi	43
4.5	Grafik <i>output</i> posisi pada sumbu-x pada <i>Ball and Plate System</i> dengan berbagai kondisi	44
4.6	Grafik <i>output</i> posisi pada sumbu-x <i>Ball and Plate System</i> dengan referensi sinyal step	45
4.7	Grafik <i>output</i> posisi pada sumbu-x <i>Ball and Plate System circular trajectory tracking</i> dengan Kontrol LQR+N	45
4.8	Diagram blok <i>Ball and Plate System</i> dengan <i>observer L</i>	48
4.9	Grafik <i>Output</i> posisi pada sumbu-x <i>Ball and Plate System</i> dengan <i>observer L</i>	48
4.10	Diagram blok <i>Ball and Plate System</i> untuk melihat nilai <i>output</i> dan <i>input</i>	49
4.11	Grafik <i>output</i> posisi pada sumbu-x dengan batas sudut $\pm 5^\circ$	49

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Lampiran
1	Simulasi Kode Program Grafik Step Respons <i>Ball and Plate System</i>
2	Foto Implementasi <i>Ball and Plate System</i> pada <i>Stewart Platform</i>