

**ANALISIS KESTABILAN DAN STRATEGI KONTROL OPTIMAL
MODEL MATEMATIKA PENGHENTIAN PERILAKU MEROKOK**

SKRIPSI



DELLA ANGGE SEPTIYANI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

**ANALISIS KESTABILAN DAN STRATEGI KONTROL OPTIMAL
MODEL MATEMATIKA PENGHENTIAN PERILAKU MEROKOK**

SKRIPSI



DELLA ANGGE SEPTIYANI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

IR - PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS KESTABILAN DAN STRATEGI
KONTROL OPTIMAL MODEL MATEMATIKA
PENGHENTIAN PERILAKU MEROKOK**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
Pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Della Angge Septiyani
NIM. 081811233013

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D
NIP. 198604122008122003

Pembimbing II,



Dr. Miswanto, M.Si.
NIP. 196802041993031002

SKRIPSI

ANALISIS KESTABILAN DAN ...

DELLA ANGGE S.

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis Kestabilan dan Strategi Kontrol Optimal Model
Matematika Penghentian Perilaku Merokok
Penulis : Della Angge Septiyani
NIM : 081811233013
Pembimbing I : Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D.
Pembimbing II : Dr. Miswanto, M.Si.
Tanggal Seminar : 29 Juli 2022

Disetujui oleh:

Pembimbing I,


Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D
NIP. 198604122008122003

Pembimbing II,


Dr. Miswanto, M.Si.
NIP. 196802041993031002

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga


Herry Suprajitno, M.Si., Ph.D.
NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, tetapi tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai dengan kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Penulis : Della Angge Septiyani

NIM : 081811233013

Program Studi : S-1 Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan tindakan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

**“Analisis Kestabilan dan Strategi Kontrol Optimal Model Matematika
Penghentian Perilaku Merokok”**

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 2 Agustus 2022



Della Angge Septiyani
NIM. 081811233013

KATA PENGANTAR

Bismillaahirrahmaanirrahiim. Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, karunia, serta taufik dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Kestabilan dan Strategi Kontrol Optimal Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok”. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, pemimpin sekaligus sebaik-baiknya suri tauladan bagi kehidupan manusia.

Keberhasilan penyusunan skripsi ini tidak lepas dari dukungan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini, antara lain:

1. Prof. Dr. Moh. Nasih, S.E., M.T., Ak., CMA. selaku Rektor Universitas Airlangga.
2. Prof. Dr. Moh. Yasin, M.Si. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
3. Dr. Herry Suprajitno, M.Si. selaku ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga sekaligus selaku Koordinator Program Studi S-1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
4. Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D. dan Dr. Miswanto, M.Si. selaku dosen pembimbing I dan pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, nasihat, tenaga, waktu dan pikiran yang sangat berharga.
5. Dr. Fatmawati, M.Si. selaku dosen wali yang telah memberikan bimbingan, nasihat dan motivasi.
6. Seluruh dosen dan staf Universitas Airlangga, khususnya Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmunya tanpa pamrih dan membantu dalam proses perkuliahan selama ini.
7. Orang tua tercinta yaitu Bapak Padelani dan Ibu Sarni, serta seluruh keluarga sebagai sumber motivasi utama bagi penulis senantiasa mendoakan,

memotivasi, serta memberi kasih sayang dan pengorbanan yang tak ternilai harganya. Terima kasih selalu ada di samping penulis.

8. Rekan penelitian Pemodelan Sistem yang senantiasa memberi kritik, saran, dan dukungan kepada penulis.
9. Sahabat penulis, Annisa, Arika, Cahyani, Cherya, Utik, Farita, Aisyah, Indah, Aini, Ika, Pika, Khayun, dan seluruh teman matematika angkatan 2018 yang selalu memberikan kritik, saran, dan motivasi agar selalu semangat untuk menggapai cita-cita.
10. Seluruh pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah membantu dan memberi dukungan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis sangat berharap penelitian ini dapat berguna dalam rangka menambah wawasan dan pengetahuan bagi pembaca. Penulis juga menyadari sepenuhnya bahwa penelitian ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan adanya kritik, saran, dan usulan demi perbaikan penelitian ini di masa yang akan datang, mengingat tidak ada sesuatu yang sempurna tanpa saran yang membangun.

Surabaya, 27 Juni 2022

Penulis
Della Angge Septiyani

Della Angge Septiyani, 2022, **Analisis Kestabilan dan Strategi Kontrol Optimal Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok**. Skripsi ini dibawah bimbingan Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D. dan Dr. Miswanto, M.Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Rokok merupakan salah satu produk tembakau yang mengandung banyak bahan kimia penyebab berbagai jenis penyakit. Selain itu, rokok juga dapat menyebabkan ketagihan dan ketergantungan bagi perokok. Tujuan dari skripsi ini adalah untuk menganalisis titik setimbang model matematika penghentian perilaku merokok serta penerapan kontrol optimal berupa edukasi (u_1) dan *candy treatment* (u_2). Berdasarkan analisis pada model tanpa kontrol diperoleh dua titik setimbang yaitu titik setimbang non endemik dan titik setimbang endemik. Kestabilan lokal titik setimbang dan eksistensi titik setimbang endemik bergantung pada bilangan reproduksi dasar (R_0). Titik setimbang non endemik stabil asimtotis jika memenuhi dua syarat yaitu $\frac{\beta\Lambda - \eta M_0 \mu}{\mu(2\mu + \delta + d + \gamma)} < 1$ dan $R_0 < 1$, sedangkan titik setimbang endemik stabil asimtotis jika $R_0 > 1$. Pada skripsi ini juga akan dilakukan analisis sensitivitas parameter untuk mengetahui parameter-parameter yang paling berpengaruh pada model. Dari hasil analisis sensitivitas, diperoleh parameter yang paling berpengaruh yaitu parameter β dan η . Selanjutnya, permasalahan variabel kontrol pada model ditentukan dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa pemberian kontrol berupa edukasi dan *candy treatment* secara bersamaan memberikan hasil yang efektif untuk meminimalkan populasi individu yang merokok dengan biaya yang minimal.

Kata Kunci: Rokok, Model Matematika, Titik Setimbang, Kestabilan, Analisis Sensitivitas, Kontrol Optimal.

Della Angge Septiyani, 2022, **Stability Analysis and Optimal Control Strategy of Smoking Behavior Cessation Mathematical Model**. This thesis is under the guidance of Cicik Alfiniyah, M.Si., Ph.D. and Dr. Miswanto, M.Si. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Cigarettes are one of the tobacco products that contain many chemicals that cause various types of diseases. In addition, cigarettes can also cause addiction and dependence for smokers. The purpose of this thesis is to analyze the equilibrium point of the mathematical model of the cessation of smoking behavior and the application of optimal control in the form of education (u_1) and candy treatment (u_2). Based on the analysis of the uncontrolled model, two equilibrium points were obtained, namely the non-endemic equilibrium point and the endemic equilibrium point. The local stability of the equilibrium point and the existence of the endemic equilibrium point depend on the basic reproduction number (R_0). The non-endemic equilibrium point is asymptotically stable if fulfills two conditions, there are $\frac{\beta\Lambda - \eta M_0 \mu}{\mu(2\mu + \delta + d + \gamma)} < 1$ and $R_0 < 1$, while the endemic equilibrium point is asymptotically stable if $R_0 > 1$. In this thesis, parameter sensitivity analysis will also be carried out to determine the most influential parameters on the model. From the results of sensitivity analysis, the most influential parameters are parameters β and η . Furthermore, the control variable problem in the model is determined using the Pontryagin Maximum Principle. The results of numerical simulations show that giving control in the form of education and candy treatment simultaneously provides effective results to minimize the individual population of smoking with minimal costs.

Keywords : Cigarette, Mathematical Model, Equilibrium Point, Stability, Sensitivity Analysis, Optimal Control.

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERNYATAAN	i
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI.....	ii
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat	3
1.5 Batasan Masalah	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Rokok.....	4
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	4
2.3 Bilangan Reproduksi Dasar	6
2.4 Kestabilan Sistem Linier.....	6
2.5 Kriteria Routh-Hurwitz.....	8
2.6 Masalah Kontrol Optimal	9
2.7 Prinsip Maksimum Pontryagin	10
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	12
BAB IV PEMBAHASAN	14
4.1 Analisis Kestabilan Titik Setimbang Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok.....	14
4.1.1 Titik Setimbang Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok	18

4.1.2 Analisis Kestabilan Lokal Titik Setimbang Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok	21
4.1.3 Analisis Sensitivitas Parameter	27
4.2 Kontrol Optimal Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok.....	29
4.2.1 Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok dengan Disertai Variabel Kontrol.....	30
4.2.2 Penyelesaian Kontrol Optimal.....	31
4.3 Simulasi Numerik Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok dengan Kontrol Optimal dan Tanpa Kontrol	34
 BAB V PENUTUP.....	 41
5.1 Kesimpulan	41
5.2 Saran	42
DAFTAR PUSTAKA	43
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Notasi dan Keterangan Variabel Model Penghentian Perilaku Merokok.....	15
4.2	Notasi dan Keterangan Parameter Model Penghentian Perilaku Merokok.....	15
4.3	Nilai Parameter Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok.....	25
4.4	Nilai Awal Bidang Fase.....	26
4.5	Nilai Indeks Sensitivitas Parameter.....	27
4.6	Hubungan antara Perubahan pada Nilai Parameter terhadap Nilai R_0	28
4.7	Nilai Parameter Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok dengan Adanya Variabel Kontrol.....	35
4.8	Perbandingan Populasi Perokok Kadang-Kadang Pada Bulan Ke-30.....	36
4.9	Perbandingan Populasi Perokok Berat Pada Bulan Ke-30	37
4.10	Fungsi Ongkos atas Kontrol yang Diberikan.....	39

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram Transmisi Model Penghentian Perilaku Merokok	16
4.2	Grafik Bidang Fase Populasi $P(t)$ terhadap $A(t)$ pada Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok.....	26
4.3	Sensitivitas β terhadap Nilai R_0 dengan Tiga Nilai η yang Berbeda	29
4.4	Simulasi Strategi Kontrol Populasi Perokok Kadang-Kadang (A) .	36
4.5	Simulasi Strategi Kontrol pada Populasi Perokok Berat (B)	37
4.6	Grafik kontrol u_1	38
4.7	Grafik kontrol u_2	38
4.8	Grafik kontrol u_1 dan u_2	39

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul
1.	Perhitungan Titik Setimbang Non Endemik (E_0)
2.	Perhitungan R_0 dengan metode <i>Next Generation Matrix</i> (NGM)
3.	Perhitungan Titik Setimbang Endemik (E_1)
4.	Perhitungan Analisis Kestabilan Titik Setimbang Non Endemik (E_0)
5.	Perhitungan Analisis Kestabilan Titik Setimbang Endemik (E_1)
6.	Kode Program Simulasi Numerik Bidang Fase
7.	Perhitungan Analisis Sensitivitas Parameter
8.	Kode Program Simulasi Analisis Sensitivitas Parameter
9.	Kode Program DOTcvp pada MATLAB untuk Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok Tanpa Variabel Kontrol
10.	Kode Program DOTcvp pada MATLAB untuk Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok dengan kontrol u_1
11.	Kode Program DOTcvp pada MATLAB untuk Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok dengan kontrol u_2
12.	Kode Program DOTcvp pada MATLAB untuk Model Matematika Penghentian Perilaku Merokok dengan kontrol $u_1 u_2$