

ANALISIS DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL PENYEBARAN RUMOR DENGAN
MEMPERTIMBANGKAN PERILAKU SANGGAHAN
SKRIPSI



AN'NUR ABDURAFI SIDIQ

PROGRAM STUDI S1 - MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA

2022

IR - PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL PENYEBARAN RUMOR DENGAN
MEMPERTIMBANGKAN PERILAKU SANGGAHAN**

SKRIPSI



AN'NUR ABDURAFI SIDIQ

PROGRAM STUDI S1 - MATEMATIKA

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS AIRLANGGA

2022

i

**ANALISIS DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL PENYEBARAN RUMOR DENGAN
MEMPERTIMBANGKAN PERILAKU SANGGAHAN**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains Bidang
Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga

AN'NUR ABDURAFI SIDIQ

081511233102

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.
NIP.197307041998022001

Pembimbing II,



Dr. Windarto, S.Si., M.Si.
NIP.1977110420031210001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Julul : Analisis Dan Kontrol Optimal Model Penyebaran Rumor
Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan
Penyusun : An'nur Abdurafi Sidiq
NIM : 081511233102
Pembimbing I : Prof. Dr. Fatmawati, M.Si
Pembimbing II : Dr. Windarto, S.Si, M.Si.
Tanggal seminar : 12 September 2022

Disetujui Oleh

Pembimbing I,



Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.
NIP.197307041998022001

Pembimbing I,



Dr. Windarto, S.Si, M.Si.
NIP.1977110420031210001

Mengetahi,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Dr. Herry Suprajitno, S.Si, M.Si.
NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, tetapi tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, Diperkenankan dipakai sebagai referensi kepustakaanm tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai dengan kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya :

Nama : An'nur Abdurafi Sidiq
Nim : 081511233102
Program Studi : S-1 Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan Tindakan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul :

“Analisis Dan Kontrol Optimal Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan”

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan Tindakan plagiat maka sa akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 16 September 2022



An'nur Abdurafi Sidiq
NIM. 081511233102

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT karena berkat limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyusun skripsi yang berjudul “Analisis Dan Kontrol Optimal Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan” dapat diselesaikan dengan baik. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita, Nabi Muhammad SAW, pemimpin sekaligus sebaik-baiknya suri tauladan bagi kehidupan umat manusia.

Keberhasilan penulis sampai pada tahap menyusun skripsi ini tentunya tidak lepas dari dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, tak lupa penulis ucapkan terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini. Ucapan terimakasih penulis sampaikan kepada:

1. Universitas Airlangga yang telah memberikan penyediaan sarana dan prasarana dalam menuntut ilmu.
2. Dr. Herry Suprajitno, M.Si selaku Ketua Departemen Matematika dan Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang telah memberikan bimbingannya.
3. Drs. Miswanto, M.Si. selaku dosen wali yang selalu memberikan saran dan inspirasi untuk membuat rancangan perkuliahan.
4. Prof. Dr. Fatmawati, M.Si selaku dosen pembimbing I yang selalu memberikan arahan dan bimbingannya selama perkuliahan.
5. Dr. Windarto, M.Si selaku dosen pembimbing II yang selalu memberikan arahan dan bimbingannya serta semangat selama perkuliahan.

6. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya di Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
7. Yang tercinta kedua orang tua, Kusnani dan Mariyam Yunari serta kakak tercinta M. Taufik ali dan Nafi albar serta keluarga mbak riris sekeluarga yang selalu memberikan semangat dan memberikan dukungan secara spiritual maupun materi.
8. Teman terbaik penulis Risky Dwi Nastiti yang selalu menemani kala sedih dan senang serta selalu memberikan dukungan kepada penulis.
9. Widyasiwi, fany, farel dan deden yang selalu memberikan dukungan.
10. Teman saya yang baik Nicolas yang telah memberikan banyak bantuan sejak masa perkuliahan.
11. Teman-teman HIMATIKA 2015, HIMATIKA 2016
12. Serta semua pihak yang telah membantu dan terlibat dalam penulisan skripsi ini.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat sebagai penambah informasi khususnya bagi mahasiswa Universitas Airlangga. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini, kemungkinan masih terdapat kekurangan sehingga saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan untuk penulisan berikutnya.

An nur Abdurafi Sidiq, 2022, **Analisis Dan Kontrol Optimal Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan**. Skripsi ini dibawah bimbingan Prof. Dr. Fatmawati, M. Si. Dan Dr. Windarto, S.Si, M,Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Rumor merupakan cerita atau berita tidak resmi yang belum diketahui kebenarannya namun menarik dan cepat dikomunikasikan kepada orang lain. Penyebaran rumor dapat melalui informasi yang tersebar secara langsung dan dapat melalui social media. Dalam skripsi ini dilakukan analisis kestabilan titik setimbang model penyebaran rumor dengan mempertimbangkan perilaku sanggahan dan penerapan kontrol optimal. Pada model matematika penyebaran rumor didapatkan dua titik setimbang, yaitu titik setimbang non endemik (E_0) dan titik setimbang endemik (E_1). Dari titik setimbang tersebut didapatkan nilai bilangan reproduksi dasar yang menjadi tolak ukur dari penyebaran rumor. Titik setimbang non endemik stabil asimtotis jika $R_0 < 1$ dan titik setimbang endemik cenderung stabil asimtotis jika $R_0 > 1$. Strategi kontrol optimal yang digunakan yaitu berupa kampanye anti berita *Hoax* dan upaya pemerintah melalui tim *cyber crime*. Permasalahan kontrol optimal dilakukan dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin dengan diberikan variabel kontrol kampanye dan tim cyber. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa pemberian variabel kontrol tim cyber cukup efektif untuk meminimalkan jumlah individu pada populasi yang menyebarkan rumor secara aktif dan populasi yang menyebarkan rumor secara pasif. Akan tetapi upaya kampanye dan tim cyber yang dilakukan secara bersamaan akan memiliki biaya yang paling minimum.

Kata Kunci : Model Matematika. Rumor, Kampanye, Tim Cyber, Kestabilan, Kontrol Optimal.

An nur Abdurafi Sidiq, 2022, **Analysis and Optimal Control of Rumor Spread Model by Considering Rebuttal Behavior**. This thesis is under the guidance of Prof. Dr. Fatmawati, M. Si. And Dr. Windarto, S.Si, M.Si. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRACT

Rumors are unofficial stories or news that are not yet known to be true but are interesting and quickly communicated to others. The spread of rumors can be through information spread directly and can be through social media. In this thesis, the stability analysis of the equilibrium point of the rumor spreading model is carried out by considering the refutation behavior and the application of optimal control. In the mathematical model of rumor spreading, two equilibrium points are obtained, namely the non-endemic equilibrium point (E_0) and the endemic equilibrium point (E_1). From these equilibrium points, the value of the basic reproduction number is obtained which is the benchmark for the spread of rumors. The non-endemic equilibrium point is asymptotically stable if $R_0 > 1$ and the endemic equilibrium point tends to be asymptotically stable if $R_0 > 1$. The optimal control strategy used is in the form of anti-hoax news campaigns and government efforts through cyber crime teams. The optimal control problem is carried out using the Pontryagin Maximum Principle given the campaign and cyber team control variables. Numerical simulation results show that the campaign and cyber team control variables are effective enough to minimize the number of individuals in the population who spread rumors actively and the population who spread rumors passively.

Keywords : Mathematical Model. Rumor, Campaign, Cyber Team, Stability, Optimal Control.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI.....	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat	4
1.5 Batasan Masalah.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Rumor.....	5
2.2 Sistem Persamaan Differensial	5
2.3 Kestabilan Sistem Linear	7
2.4 Kriteria Routh-Hurwitz	9
2.5 Basic Reproduction Number	11

2.6 Masaalah Kontrol Optimal.....	12
2.7 Prinsip Maksimum Pontryagin.....	12
BAB III METODE PENILIAN	15
BAB IV PEMBAHASAN.....	17
4.1 Analisis Kestabilan Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan.....	17
4.1.1 Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	18
4.1.2 Titik Setimbang Model Matematika Penyebaran Rumor dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	21
4.1.3 Analisis Kestabilan Lokal	25
a) Kestabilan Lokal Titik Setimbang bebas rumor.....	27
b) Kestabilan Lokal Titik Setimbang Endemik	33
4.2 Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	37
4.2.1 Model Matematika Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan disertai kontrol	38
4.2.2 Penyelesaian Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan Disetai Kontrol	40
4.3 Simulasi Numerik dan interoretasi Model Matematika Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	44
BAB 5 PENUTUP	52
5.1 Kesimpulan.....	52
5.2 Saran	53
DAFTAR PUSTAKA	54
LAMPIRAN.....	57

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Pendefinisian Variabel Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	18
4.2	Pendefinisian Parameter Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	18
4.3	Nilai Parameter Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	35
4.4	Nilai Awal Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	36
4.5	Notasi Dan Parameter Model Matematika Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan Dengan Adanya Kontrol	38
4.6	Jumlah Populasi Manusia Terpapar Dalam Masa Inkubasi Selama 100 hari	46
4.7	Jumlah Populasi Manusia Terpapar Dalam Masa Inkubasi Selama 100 hari.	47
4.8	Fungsi Ongkos	50

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Diagram Transmisi Model Peyebaran Dengan Mempertimbangan Perilaku Sanggahan	20
4.2	Grafik Bidang Fase Populasi Y Terhadap X	36
4.3	Grafik Simulasi jumlah populasi manusia penyebar rumor aktif (R_1) selama 500 hari	45
4.4	Grafik Simulasi jumlah populasi manusia penyebar rumor secara pasif (R_2) selama 500 hari	46
4.5	Grafik Profil Kontrol Upaya Kampanye (u_1) selama 500 hari.	48
4.6	Grafik Profil Kontrol tim <i>cyber crime</i> (u_2) selama 500 hari.	48
4.7	Grafik Profil Kontrol Upaya Kampanye (u_1) dan Tim <i>Cyber Crime</i> (u_2) selama 500 hari.	49

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Tabel	Halaman
1	Perhitungan titik setimbang non endemik E_1	51
2	Perhitungan Basic reproduction number dengan metode <i>next generation matrix</i>	59
3	Perhitungan Titik setimbang Endemik E_0	64
4	Analisis Titik Setimbang Non Endemik E_1	70
5	Analisis Titik Setimbang Endemik	79
6	Kodeprogram MATLAB grafik bidang fase pada titik setimbang endemik	85
7	Program Simulasi Numerik Analisis Dan Kontrol Optimal Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	88
8	Program Kontrol Optimal u_1 Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	91
9	Program Kontrol Optimal u_2 Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	104
10	Program Kontrol Optimal u_1 dan u_2 Model Penyebaran Rumor Dengan Mempertimbangkan Perilaku Sanggahan	117