

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu pengetahuan yang banyak memberikan alternatif dalam penyelesaian masalah di berbagai bidang. Salah satu cabang matematika yang dapat diaplikasikan untuk memecahkan suatu masalah dalam kehidupan sehari-hari adalah teori graf. Menurut Gross dkk. (2013) teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736, ketika menyelesaikan permasalahan tujuh Jembatan Königsberg. Jembatan Königsberg merupakan jembatan yang terletak diantara empat daratan dan menghubungkan masing-masing daratan. Permasalahan dalam Jembatan Königsberg adalah apakah ada rute untuk melintasi ketujuh Jembatan Königsberg tepat satu kali dan kembali ke tempat semula. Pada permasalahan Jembatan Königsberg, Euler menyajikan daratan sebagai titik dan jembatan sebagai sisi, Euler berhasil membuktikan bahwa tidak ada rute yang dapat digunakan untuk melewati semua jembatan tepat satu kali. Publikasi atas permasalahan dan solusi Jembatan Königsberg mengarah pada perkembangan konsep teori graf. Secara matematis, graf didefinisikan sebagai suatu sistem yang terdiri dari himpunan berhingga tak kosong $V(G)$ dan himpunan yang boleh kosong $E(G)$ yang elemen-elemennya merupakan himpunan pasangan tak terurut 2 elemen berbeda dari $V(G)$.

Seiring perkembangan zaman, konsep teori graf terus berkembang. Salah satunya adalah dimensi metrik pada graf. Menurut Feng dkk. (2012) dimensi metrik pada graf diperkenalkan pertama kali secara terpisah oleh Slater pada tahun 1975 dan oleh Harary dan Melter pada tahun 1976. Dimensi metrik pada graf merupakan kardinalitas dari basis. Basis pada graf merupakan himpunan titik dengan kardinalitas minimum yang mengakibatkan setiap titik di graf mempunyai representasi yang berbeda terhadap basis, dengan representasi yang disajikan menggunakan konsep jarak. Konsep dimensi metrik terus berkembang hingga saat ini, beberapa ilmuwan yang telah mengembangkan konsep dimensi metrik antara lain Okamoto dkk. (2010) mengembangkan dimensi metrik lokal, Jannesari dkk. (2012) mengembangkan dimensi metrik ketetanggaan, dan Susilowati dkk. (2019) mengembangkan dimensi metrik komplemen pada graf.

Konsep lainnya dari teori graf yang terus berkembang hingga saat ini adalah bilangan dominasi pada graf. Menurut Chartrand dkk. (2015) himpunan dominasi berasal dari permasalahan penentuan jumlah minimum ratu dalam permainan catur, sehingga setiap kotak papan catur ditempati oleh satu ratu atau dapat ditempati ratu dalam satu gerakan. Pada permasalahan ini kotak papan catur direpresentasikan sebagai titik dan jalur perpindahan antar kotak direpresentasikan sebagai sisi. Jumlah minimum ratu yang memungkinkan untuk tidak bertabrakan dengan ratu lainnya dan bisa menempati setiap kotak dalam satu gerakan adalah merepresentasikan bilangan dominasi dari himpunan dominasi di graf. Bilangan dominasi adalah kardinalitas minimum himpunan dominasi. Himpunan dominasi dari graf merupakan himpunan titik yang mengakibatkan setiap titik di luar himpunan dominasi bertetangga minimal dengan satu titik dari himpunan dominasi. Beberapa ilmuwan yang telah mengembangkan konsep bilangan dominasi antara lain Santoso dkk. (2012) mengembangkan bilangan dominasi dan bilangan kebebasan graf bipartit kubik, Wardani dkk. (2014) mengembangkan bilangan dominasi dari graf-graf khusus, dan Umilasari (2017) mengembangkan perbandingan bilangan dominasi jarak satu dan dua pada graf hasil operasi *comb*.

Berdasarkan perkembangan dalam teori graf, konsep dimensi metrik maupun himpunan dominasi pada graf memiliki peluang yang sama untuk dikembangkan. Adapun beberapa ilmuwan yang telah mengembangkan konsep perpaduan antara konsep dimensi metrik dan himpunan dominasi antara lain Brigham dkk. (2003) yang memperkenalkan istilah *resolving domination number*, Henning dan Oellarmann (2004) yang mengembangkan dengan istilah *metric locating dominating number*, dan Susilowati dkk. (2020) yang mengembangkan dengan istilah *dominant metric dimension*.

Perkembangan teori graf hingga saat ini tidak hanya berkembang melalui konsep, tetapi teori graf juga berkembang melalui hasil operasi graf. Adapun beberapa ilmuwan yang telah mengembangkan graf melalui hasil operasi graf antara lain Yero dkk. (2011) mengembangkan dimensi metrik graf hasil korona, Saputro dkk. (2013) mengembangkan dimensi metrik pada graf hasil operasi *comb*, dan Wahyuni dkk. (2019) mengembangkan bilangan dominasi pada graf hasil operasi korona sisi.

Berdasarkan penjelasan diatas, konsep tentang dimensi metriks dan himpunan dominasi menarik untuk dikembangkan bersama. Dengan mempertimbangkan perkembangan konsep pada graf hasil operasi, dalam penelitian

ini definisi *dominant metric dimension* dikembangkan pada graf hasil operasi korona sisi. Adapun beberapa graf khusus yang dilibatkan dalam penelitian ini yaitu graf siklus, graf lintasan, graf bintang, graf lengkap, dan graf bipartit lengkap.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka rumusan masalah yang dibahas dalam tulisan ini adalah bagaimana hasil dimensi metrik dominasi pada graf hasil operasi korona sisi?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan ini adalah mengetahui hasil dimensi metrik dominasi pada graf hasil operasi korona sisi.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memperluas kajian mengenai dimensi metrik dominasi, khususnya pada graf hasil operasi korona sisi.