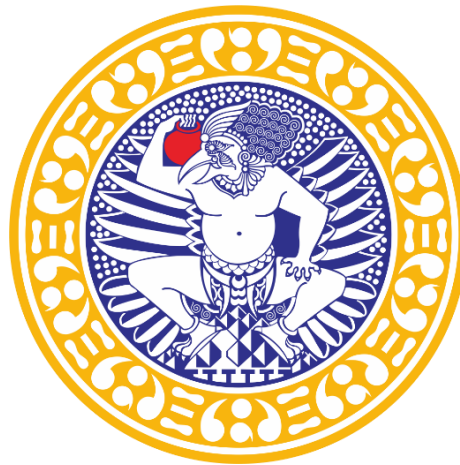


**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL MODEL
MATEMATIKA PENYEBARAN PEROKOK DENGAN
MELIBATKAN PENGGUNA *SMOKELESS TOBACCO***

SKRIPSI



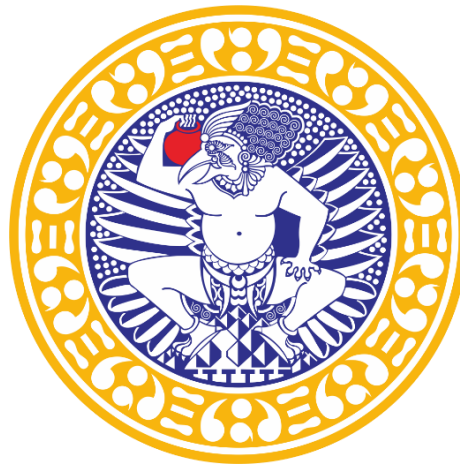
QONITASARI TRISTIYANTI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2021

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL MODEL
MATEMATIKA PENYEBARAN PEROKOK DENGAN
MELIBATKAN PENGGUNA *SMOKELESS TOBACCO***

SKRIPSI



QONITASARI TRISTIYANTI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2021

**ANALISIS KESTABILAN DAN KONTROL OPTIMAL MODEL
MATEMATIKA PENYEBARAN PEROKOK DENGAN MELIBATKAN
PENGGUNA *SMOKELESS TOBACCO***

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Qonitasari Tristiyanti

NIM. 081711233070

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Dr. Miswanto, M.Si.

NIP. 196802041993031002

Pembimbing II,



Dr. Fatmawati, M.Si

NIP. 197307041998022001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model
Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan
Pengguna *Smokeless Tobacco*

Penulis : Qonitasari Tristiyanti

NIM : 081711233070

Pembimbing I : Dr. Miswanto, M.Si.

Pembimbing II : Dr. Fatmawati, M.Si.

Tanggal Seminar : 30 Desember 2021

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Dr. Miswanto, M.Si.

NIP. 196802041993031002

Pembimbing II,



Dr. Fatmawati, M.Si

NIP. 197307041998022001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Dr. Herry Suprajitno, S.Pi., M.Si.

NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penulis dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Qonitasari Tristiyanti
NIM : 081711233070
Program Studi : S-1 Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan kegiatan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

“Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna *Smokeless Tobacco*.”

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 8 Oktober 2021



Qonitasari Tristiyanti
NIM. 081711233070

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyusun skripsi yang berjudul *“Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna Smokeless Tobacco”*. Sholawat ma’as salam senantiasa kita haturkan kepada Baginda Muhammad SAW sebagai Uswatun Hasanah bagi seluruh umat manusia, yang telah menyempurnakan akhlak yang agung.

Dalam penyusunan skripsi ini tentunya penulis mendapatkan banyak bantuan dan dukungan dari berbagai pihak, sehingga dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Universitas Airlangga dan Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menimba ilmu.
2. Prof. Dr. Moh. Nasih, S.E., M.T., Ak., CMA. selaku Rektor Universitas Airlangga.
3. Prof. Dr. Moh Yasin, M.Si. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
4. Dr. Herry Suprajitno, S.Si, M.Si. selaku Ketua Departemen Matematika dan Koprodi S-1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang selalu memberikan saran dan motivasi.
5. Dr. H. Mohammad Imam Utoyo, S.Si., M.Si. (Alm.) dan Dr. Eridani, M.Si. selaku dosen wali yang selalu memberikan saran dan bimbingan serta motivasi dan inspirasi kepada penulis dalam pembuatan rancangan perkuliahan.
6. Dr. Miswanto, M.Si. selaku dosen pembimbing I dan Dr. Fatmawati, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan, dan semangat dengan penuh kesabaran dan ketelitian

sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan lancar.

7. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya di Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmu bermanfaat kepada penulis.
8. Keluarga tercinta, Eko Mudjijanti dan Soetrisno (Alm.) selaku orang tua, dan juga ketiga kakak penulis yaitu, Candra Kurniawan, Andi Setiawan, dan Indriyanti Trisnowati, serta seluruh keluarga besar yang tidak pernah berhenti untuk selalu mendoakan, mendukung, dan memotivasi penulis.
9. Teman-teman seperjuangan (Lina, Pinky, Eka Sari, Nabila, Ema, Firda) yang selalu memberikan dukungan, semangat, dan motivasi kepada penulis.
10. Teman-teman mahasiswa S-1 Matematika Angkatan 2017 Universitas Airlangga yang telah memberikan dukungan, bantuan, dan semangat, kepada penulis.
11. Sahabat SMA penulis (Bunga, Aida, dan Hanun) yang selalu menemani, menghibur, dan memberi semangat kepada penulis.
12. Partner kelompok di berbagai mata kuliah, PKL, dan KKN, Eka Mariana Melati Suci, yang selalu mendukung, menyemangati, menemani, dan menghibur penulis di sepanjang perjalanan perkuliahan.
13. Seluruh pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih belum sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat diperlukan penulis untuk menyempurnakan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat sebagai bahan pustaka sekaligus penambah informasi.

Surabaya, 8 Oktober 2021

Penulis,



Qonitasari Tristiyanti

Qonitasari Tristiyanti, 2021, **Analisis Kestabilan dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna *Smokeless Tobacco***. Skripsi ini di bawah bimbingan Dr. Miswanto, M.Si. dan Dr. Fatmawati, M.Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Rokok dan *smokeless tobacco* adalah produk berbahan dasar tembakau yang mengandung zat-zat kimia berbahaya dan berdampak buruk bagi kesehatan tubuh. Pada skripsi ini membahas tentang model matematika penyebaran perokok dengan melibatkan pengguna *smokeless tobacco*. Berdasarkan hasil analisis model matematika diperoleh dua titik setimbang yaitu titik setimbang non endemik dan titik setimbang endemik. Kestabilan lokal titik setimbang dan eksistensi dari titik setimbang bergantung pada R_0 (bilangan reproduksi dasar). Saat $R_0 < 1$ tidak terjadi penyebaran pengguna *smokeless tobacco* dan perokok, sedangkan pada saat $R_0 > 1$ cenderung terjadi penyebaran pengguna *smokeless tobacco* dan perokok. Pada skripsi ini dilakukan analisis sensitivitas sehingga diperoleh parameter-parameter yang paling berpengaruh pada model, yaitu laju transmisi antara populasi rentan dan populasi pengguna *smokeless tobacco*, laju transmisi antara populasi rentan dengan populasi perokok ringan maupun berat, dan laju perokok ringan yang berhenti merokok. Selanjutnya, juga diterapkan strategi kontrol yang optimal pada model berupa pemberian edukasi (u_1) dan terapi (u_2). Permasalahan kontrol optimal pada model diselesaikan dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Untuk simulasi numerik juga dilakukan pada model sebelum dan sesudah pemberian kontrol. Dari beberapa skenario pemberian kontrol, pemberian edukasi (u_1) dan terapi (u_2) yang diterapkan secara bersamaan dinilai paling efektif untuk mengurangi populasi pengguna *smokeless tobacco*, perokok ringan, dan perokok berat hingga akhir pengamatan dengan penurunan jumlah populasi setelah diberi kontrol sebesar 99,9%.

Kata Kunci: Model Matematika, *Smokeless Tobacco*, Perokok, Kestabilan, Kontrol Optimal.

Qonitasari Tristiyanti, 2021, **Stability Analysis and Optimal Control of Mathematical Model of Smoker Spread by Involving Smokeless Tobacco Users**. The thesis is supervised by Dr. Miswanto, M.Si. dan Dr. Fatmawati, M.Si. Department of Mathematics, Faculty of Science dan Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Cigarettes and smokeless tobacco is a tobacco-based product that contains hazardous chemicals and has a negative impact on the body health. This thesis discusses the mathematical model of smokers spread by involving smokeless tobacco users. Based on the results of the analysis of the mathematical model, two equilibrium points are obtained, namely the non-endemic equilibrium point and the endemic equilibrium point. The local stability of the equilibrium point and the existence of the equilibrium point depend on the R_0 (basic reproduction number). When $R_0 < 1$ there is no occurrence of the spread of smokers and smokeless tobacco users. Meanwhile, when $R_0 > 1$ tends to occur the spread of smokers and smokeless tobacco users. In this thesis, sensitivity analysis was conducted to obtain the most influence parameters on the model, namely the transmission rate between the susceptible population and *smokeless tobacco* user population, the transmission rate between the susceptible population and the light or heavy smoker population, and the quitting rate of light smokers. Furthermore, the optimal control strategy was also applied to the model in the form of providing education (u_1) and therapy (u_2). The optimal control problem in the model is solved by using Pontryagin Maximum Principle. Numerical simulations were also carried out on the models before and after the control was given. From several control scenarios, the provision of education (u_1) and therapy (u_2) which were applied simultaneously was considered the most effective in reducing the population of smokeless tobacco users, light smokers, and heavy smokers until the end of the observation with a decrease in the number of populations after being given control by 99, 9%.

Keywords: Mathematical Model, Optimal Control, Smokeless Tobacco, Smokers, Stability.

DAFTAR ISI

LEMBAR JUDUL	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI.....	iii
LEMBAR PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI.....	iv
LEMBAR PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK.....	ix
ABSTRACT.....	x
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xvi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan	5
1.4 Manfaat	5
1.5 Batasan Masalah	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	6
2.1 Rokok.....	6
2.2 Tembakau Tanpa Asap (<i>Smokeless Tobacco</i>)	8
2.3 Sistem Persamaan Diferensial	9
2.4 Kestabilan Sistem Linier.....	11
2.5 Kriteria Routh-Hurwitz.....	13
2.6 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	15
2.7 Masalah Kontrol Optimal	16

2.8	Prinsip Maksimum Pontryagin	16
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....		19
BAB IV PEMBAHASAN.....		21
4.1	Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>	21
4.1.1	Titik Setimbang Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>	28
4.1.2	Analisis Kestabilan Lokal Titik Setimbang	35
4.1.3	Analisis Sensitivitas Parameter.....	44
4.2	Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>	57
4.2.1	Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i> dengan Variabel Kontrol	58
4.2.2	Penyelesaian Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>	59
4.2.3	Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>	63
BAB V PENUTUP.....		74
5.1	Kesimpulan	74
5.2	Saran	75
DAFTAR PUSTAKA		76
LAMPIRAN		

DAFTAR TABEL

No.	Judul Tabel	Halaman
2.1	Klasifikasi Produk <i>Smokeless Tobacco</i> Berdasarkan Cara Penggunaannya	8
4.1	Pendefinisian Variabel Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>	23
4.2	Pendefinisian Parameter Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>	23
4.3	Nilai Parameter Bidang Fase pada Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>	42
4.4	Nilai Awal Bidang Fase pada Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>	42
4.5	Indeks Snsitivitas Parameter untuk R_{0_1} dan R_{0_2}	45
4.6	Hubungan antara Perubahan Nilai Parameter terhadap Nilai R_{0_1}	45
4.7	Hubungan antara Perubahan Nilai Parameter terhadap Nilai R_{0_2}	45
4.8	Notasi dan Parameter Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i> dengan adanya kontrol	58
4.9	Perbandingan Jumlah Populasi Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i> (S) sebelum dan sesudah diberi kontrol selama 80 hari	66
4.10	Perbandingan Jumlah Populasi Perokok Ringan (I) sebelum dan sesudah diberi kontrol selama 80 hari	67
4.11	Perbandingan Jumlah Populasi Perokok Berat (R) sebelum dan sesudah diberi kontrol selama 80 hari	69
4.12	Fungsi ongkos kontrol u_1 , kontrol u_2 , serta kontrol u_1 dan u_2 secara bersamaan	73

DAFTAR GAMBAR

No.	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram Transmisi Model Matematika Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>	25
4.2	Grafik Bidang Fase pada Bidang $I - P$ pada Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>	43
4.3	Sensitivitas β_1 terhadap R_{01} dengan Tiga Nilai α_1 yang Berbeda	47
4.4	Sensitivitas α_1 terhadap R_{01} dengan Tiga Nilai β_1 yang Berbeda	48
4.5	Sensitivitas β_1 terhadap R_{02} dengan Tiga Nilai α_2 yang Berbeda	49
4.6	Sensitivitas α_2 terhadap R_{02} dengan Tiga Nilai β_1 yang Berbeda	50
4.7	Grafik Populasi S dengan Tiga Nilai Parameter β_1 yang Berbeda	51
4.8	Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai Parameter β_1 yang Berbeda	51
4.9	Grafik Populasi R dengan Tiga Nilai Parameter β_1 yang Berbeda	52
4.10	Grafik Populasi S dengan Tiga Nilai Parameter α_1 yang Berbeda	53
4.11	Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai Parameter α_1 yang Berbeda	53
4.12	Grafik Populasi R dengan Tiga Nilai Parameter α_1 yang Berbeda	54
4.13	Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai Parameter β_2 yang Berbeda	55

4.14	Grafik Populasi R dengan Tiga Nilai Parameter β_2 yang Berbeda	55
4.15	Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai Parameter α_2 yang Berbeda	56
4.16	Grafik Populasi R dengan Tiga Nilai Parameter α_2 yang Berbeda	56
4.17	Simulasi Perbandingan Jumlah Populasi Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i> (S) sebelum dan sesudah diberi kontrol	65
4.18	Simulasi Perbandingan Jumlah Populasi Perokok Ringan (I) sebelum dan sesudah diberi kontrol	67
4.19	Simulasi Perbandingan Jumlah Populasi Perokok Berat (R) sebelum dan sesudah diberi kontrol	68
4.20	Grafik Profil Kontrol u_1	70
4.21	Grafik Profil Kontrol u_2	71
4.22	Grafik Profil Kontrol u_1 dan u_2	72

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Lampiran
Lampiran 1	Perhitungan Total Populasi Manusia (N)
Lampiran 2	Perhitungan Titik Setimbang Non Endemik (E_0)
Lampiran 3	Perhitungan Nilai R_0 dengan Metode <i>Next Generation Matrix</i>
Lampiran 4	Perhitungan Titik Setimbang Endemik (E_1)
Lampiran 5	Perhitungan Persamaan Karakteristik pada Titik Setimbang Non Endemik
Lampiran 6	Perhitungan Persamaan Karakteristik pada Titik Setimbang Endemik
Lampiran 7	Kode Program Bidang Fase pada Model Matematika Penyebaran Perokok dengan Melibatkan Pengguna <i>Smokeless Tobacco</i>
Lampiran 8	Kode Program Sensitivitas β_1 terhadap R_{0_1} dengan Tiga Nilai α_1 yang Berbeda
Lampiran 9	Kode Program Sensitivitas α_1 terhadap R_{0_1} dengan Tiga Nilai β_1 yang Berbeda
Lampiran 10	Kode Program Sensitivitas β_1 terhadap R_{0_2} dengan Tiga Nilai α_2 yang Berbeda
Lampiran 11	Kode Program Sensitivitas α_2 terhadap R_{0_2} dengan Tiga Nilai β_1 yang Berbeda
Lampiran 11	Kode Program Sensitivitas α_2 terhadap R_{0_2} dengan Tiga Nilai β_1 yang Berbeda
Lampiran 12	Kode Program Grafik Populasi S dengan Tiga Nilai β_1 yang Berbeda
Lampiran 13	Kode Program Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai β_1 yang Berbeda
Lampiran 14	Kode Program Grafik Populasi R dengan Tiga Nilai β_1 yang Berbeda

Berbeda

Lampiran 15 Kode Program Grafik Populasi S dengan Tiga Nilai α_1 yang

Berbeda

Lampiran 16 Kode Program Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai α_1 yang

Berbeda

Lampiran 17 Kode Program Grafik Populasi R dengan Tiga Nilai α_1 yang

Berbeda

Lampiran 18 Kode Program Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai β_2 yang

Berbeda

Lampiran 19 Kode Program Grafik Populasi R dengan Tiga Nilai β_2 yang

Berbeda

Lampiran 20 Kode Program Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai α_2 yang

Berbeda

Lampiran 21 Kode Program Grafik Populasi R dengan Tiga Nilai α_2 yang

Berbeda

Lampiran 22 Kode Program DOTcvp pada Matlab untuk Model Tanpa

Variabel Kontrol

Lampiran 23 Kode Program DOTcvp pada Matlab untuk Model dengan

Variabel Kontrol u_1

Lampiran 24 Kode Program DOTcvp pada Matlab untuk Model dengan

Variabel Kontrol u_2

Lampiran 25 Kode Program DOTcvp pada Matlab untuk Model dengan

Variabel Kontrol u_1 dan u_2