

SKRIPSI

**ANALISIS KESTABILAN DAN ESTIMASI PARAMETER
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT
PNEUMONIA DENGAN MEMPERHATIKAN
POPULASI YANG *AWARE***



RIZKA ISMI PRASTIWI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

IR – PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

SKRIPSI

**ANALISIS KESTABILAN DAN ESTIMASI PARAMETER
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT
PNEUMONIA DENGAN MEMPERHATIKAN
POPULASI YANG AWARE**



RIZKA ISMI PRASTIWI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

i

**ANALISIS KESTABILAN DAN ESTIMASI PARAMETER
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT
PNEUMONIA DENGAN MEMPERHATIKAN
POPULASI YANG AWARE**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelara Sarjana Sains Bidang Matematika
Pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Rizka Ismi Prastiwi

081811233027

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Dr. Fatmawati, M.Si

NIP. 197307041998022001

Pembimbing II,



Dr. Windarto, M.Si

NIP. 197711042003121001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis Kestabilan dan Estimasi Parameter Model
Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan
Memperhatikan Populasi yang *Aware*
Penyusun : Rizka Ismi Prastiwi
NIM : 081811233027
Pembimbing I : Dr. Fatmawati, M.Si.
Pembimbing II : Dr. Windarto, M.Si.
Tanggal Seminar : 4 Agustus 2022

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Dr. Fatmawati, M.Si
NIP. 197307041998022001

Pembimbing II,



Dr. Windarto, M.Si
NIP. 197711042003121001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Dr. Herry Suprajitno, S.Si, M.Si
NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia dipergustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Rizka Ismi Prastiwi
NIM : 081811233027
Program Studi : S1 Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan tindakan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

**“Analisis Kestabilan dan Estimasi Parameter Model Matematika
Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang
Aware”**

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 4 Agustus 2022



Rizka Ismi Prastiwi
NIM. 081811233027

Rizka Ismi Prastiwi, 2022, **Analisis Kestabilan dan Estimasi Parameter Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang *Aware***, Penyusunan skripsi ini di bawah bimbingan Dr. Fatmawati, M.Si. dan Dr. Windarto, M.Si., Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Pneumonia merupakan radang paru-paru yang disebabkan oleh bakteri, seperti bakteri *Pneumococcus*, *Staphylococcus*, dan *Streptococcus pneumoniae*. Penularan penyakit pneumonia terjadi melalui udara dengan sumber penularan adalah penderita pneumonia yang menyebarkan bakteri dalam bentuk droplet ke udara. Penelitian ini bertujuan melakukan estimasi parameter untuk mengetahui keadaan penyakit pneumonia di Jawa Timur. Estimasi parameter dilakukan dengan menggunakan data kumulatif tahunan penderita pneumonia di Jawa Timur tahun 2007 – 2015 dengan menggunakan algoritma genetika. Analisis model matematika penyebaran penyakit pneumonia dengan memperhatikan populasi yang *aware* memiliki dua titik setimbang yaitu titik setimbang bebas penyakit (non endemik) dan titik setimbang adanya infeksi penyakit (endemik). Eksistensi titik setimbang endemik dan kestabilan titik setimbang bergantung pada bilangan reproduksi dasar (R_0). Titik setimbang non endemik stabil asimtotis jika $R_0 < 1$ dan titik setimbang endemik cenderung stabil asimtotis jika $R_0 > 1$. Dari hasil estimasi parameter diketahui terjadi kondisi endemik pneumonia di Jawa Timur yang dibuktikan dengan adanya hasil simulasi numerik model bahwa terjadi kondisi endemik pneumonia di Jawa Timur.

Kata Kunci: Pneumonia, Estimasi Parameter, Analisis Kestabilan, Bilangan Reproduksi Dasar

Rizka Ismi Prastiwi, 2022, **Stability Analysis and Parameter Estimation of Mathematical Model of Pneumonia Spread by Observing Conscious Population**. This undergraduate thesis is supervised by Dr. Fatmawati, M.Si. dan Dr. Windarto, M.Si., Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Universitas Airlangga.

ABSTRACT

Pneumonia is an inflammation of the lungs caused by bacteria, such as *Pneumococcus*, *Staphylococcus*, and *Streptococcus pneumoniae*. Pneumonia transmission occurs through the air, with the transmission source being pneumonia sufferers who spread bacteria in the form of droplets into the air. This study aims to estimate parameters to determine the state of pneumonia in East Java. Parameter estimation was carried out using annual cumulative data of pneumonia sufferers in East Java from 2007 - 2015 using a genetic algorithm. The mathematical model of the spread of pneumonia is analyzed by considering that the aware population has two equilibrium points, the disease-free equilibrium point (non-endemic) and the equilibrium point for infectious disease (endemic). The existence of the endemic equilibrium point and the stability of the equilibrium point depends on the basic reproduction number (R_0). The non-endemic equilibrium point is asymptotically stable if $R_0 < 1$, and the endemic equilibrium point tends to be asymptotically stable if $R_0 > 1$. The parameter estimation results show that pneumonia is endemic in East Java, as evidenced by the numerical simulation results of the model that pneumonia is endemic in East Java.

Keywords: Pneumonia, Parameter Estimation, Stability Analysis, Basic Reproduction Number

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa, atas rahmat dan berkat-Nya penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi ini yang berjudul **“Analisis Kestabilan dan Estimasi Parameter Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang *Aware*”** dapat terselesaikan dengan baik. Sholawat serta salam semoga tetap terlimpahkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW yang telah menunjukkan jalan kebenaran kepada umatnya.

Keberhasilan penulis dalam menyusun skripsi ini tidak terlepas dari dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Moh. Nasih SE., MT., Ak. selaku Rektor Universitas Airlangga.
2. Prof. Dr. Moh. Yasin, M.Si. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
3. Dr. Herry Suprajitno, M.Si. selaku Ketua Departemen Matematika dan Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang telah dengan sabar memberikan bimbingan selama perkuliahan.
4. Dr. Fatmawati, M.Si. selaku dosen wali dan dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan dan semangat dengan penuh kesabaran dan ketelitian.
5. Dr. Windarto, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan, waktu, serta semangat dengan penuh kesabaran dan ketelitian.
6. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya di Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
7. Yang tercinta kedua orang tua, Nanoeng Pantjoro dan Sulistiowati serta keluarga tercinta yang selalu memberikan semangat dan memberikan dukungan secara spiritual maupun materi.

8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini dimungkinkan masih ada kesalahan. Oleh karena itu, penulis mengharap kritik dan saran yang sifatnya membangun demi penyempurnaan penulisan selanjutnya. Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi kita semua.

Surabaya, 4 Agustus 2022

Penulis,

Rizka Ismi Prastiwi

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	I
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI ..	ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	IV
SURAT PERNYATAAN ORISINALITAS	ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.
ABSTRAK	VI
ABSTRACT	VII
KATA PENGANTAR	VIII
DAFTAR ISI.....	X
DAFTAR TABEL	XII
DAFTAR GAMBAR	XIII
DAFTAR LAMPIRAN.....	XIV
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan.....	3
1.4 Manfaat Penelitian	3
1.5 Batasan Masalah	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Pneumonia	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	7
2.3 Kestabilan Sistem Linier	8
2.4 Kriteria Routh-Hurwitz	10
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar R_0	12
2.6 Algoritma Genetika	13
2.7 Metode Runge-Kutta	16
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	17
BAB IV PEMBAHASAN	19

4.1	Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang <i>Aware</i>	19
4.2	Estimasi Nilai Parameter Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang <i>Aware</i>	24
4.3	Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang <i>Aware</i>	27
4.3.1	Titik Setimbang Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang <i>Aware</i>	28
4.3.2	Kestabilan Lokal Titik Setimbang Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang <i>Aware</i>	33
4.4	Analisis Sensitivitas	40
4.5	Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang <i>Aware</i>	45
BAB V PENUTUP		49
5.1	Kesimpulan	49
5.2	Saran.....	50
DAFTAR PUSTAKA.....		51

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Pendefinisian Variabel dalam Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang <i>Aware</i>	20
4.2	Pendefinisian Parameter dalam Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang <i>Aware</i>	21
4.3	Data Riil Kumulatif Jumlah Populasi Terinfeksi Pneumonia di Jawa Timur Tahun 2007 sampai dengan 2015	24
4.4	Nilai Parameter Hasil dari Estimasi Menggunakan Algoritma Genetika	26
4.5	Tabel Nilai Parameter	38
4.6	Tabel Nilai Awal Variabel	38
4.7	Hasil Perhitungan Indeks Sensitivitas Parameter	41
4.8	Hubungan antara Perubahan pada Nilai Parameter terhadap Nilai R_0	41

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram Transmisi Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang <i>Aware</i>	22
4.2	Perbandingan Proporsi Populasi Terinfeksi Pneumonia antara Data Riil dengan Hasil Estimasi Parameter	27
4.3	Bidang Fase antara $S_u(t)$ dan $I(t)$ pada Titik Setimbang Endemik	39
4.4	Sensitivitas ϵ terhadap nilai R_0 dengan Tiga Nilai β yang Berbeda	42
4.5	Sensitivitas β terhadap nilai R_0 dengan Tiga Nilai ϵ yang Berbeda	43
4.6	Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai Parameter β yang Berbeda	44
4.7	Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai Parameter ϵ yang Berbeda	44
4.8	Grafik Populasi Individu yang Rentan <i>Unaware</i> terhadap Pnemonia	46
4.9	Grafik Populasi Individu yang Rentan <i>Aware</i> terhadap Pnemonia	46
4.10	Grafik Populasi Individu yang Divaksin	47
4.11	Grafik Populasi Individu yang Terinfeksi Pneumonia	47
4.12	Grafik Populasi Individu yang Sembuh	48

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor Lampiran	Judul
Lampiran 1.	Data Jumlah Populasi Manusia Terinfeksi Pneumonia pada Tahun 2007 – 2015 di Jawa Timur
Lampiran 2.	Kode Program Penyelesaian Estimasi Parameter Menggunakan Algoritma Genetika
Lampiran 3.	Hasil Estimasi Parameter dengan Lima Kali Percobaan pada Setiap Probabilitas Mutasi
Lampiran 4.	Kode Program Simulasi Perbandingan Data Riil Penderita Penyakit Pneumonia
Lampiran 5.	Perhitungan Total Populasi
Lampiran 6.	Perhitungan Titik Setimbang Non Endemik (E_0)
Lampiran 7.	Perhitungan Basic Reproduction Number (R_0)
Lampiran 8.	Perhitungan Titik Setimbang Endemik (E_1)
Lampiran 9.	Analisis Kestabilan Titik Setimbang Non Endemik (E_0)
Lampiran 10.	Analisis Kestabilan Titik Setimbang Endemik (E_1)
Lampiran 11.	Kode Program untuk Simulasi Bidang Fase Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang <i>Aware</i>
Lampiran 12.	Kode program untuk Sensitivitas ϵ terhadap nilai R_0 dengan Tiga Nilai β yang Berbeda
Lampiran 13.	Kode program untuk Sensitivitas β terhadap nilai R_0 dengan Tiga Nilai ϵ yang Berbeda

- Lampiran 14.** Kode Program Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai β yang Berbeda
- Lampiran 15.** Kode Program Grafik Populasi I dengan Tiga Nilai ϵ yang Berbeda
- Lampiran 16.** Program untuk Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Memperhatikan Populasi yang *Aware*