

IR – PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS KESTABILAN DAN ESTIMASI PARAMETER
MODEL MATEMATIKA KOINFEKSI HIV/AIDS DAN
COVID-19**

SKRIPSI



EKA PUTRI ARMADANI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

**ANALISIS KESTABILAN DAN ESTIMASI PARAMETER
MODEL MATEMATIKA KOINFEKSI HIV/AIDS DAN
COVID-19**

SKRIPSI



EKA PUTRI ARMADANI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

**ANALISIS KESTABILAN DAN ESTIMASI PARAMETER
MODEL MATEMATIKA KOINFEKSI HIV/AIDS DAN
COVID-19**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
Pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Eka Putri Armadani
NIM. 081811233033

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.

NIP. 197307041998022001

Pembimbing II,



Dr. Windarto, M.Si.

NIP. 197711042003121001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis Kestabilan dan Estimasi Parameter Model
Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dan COVID-19
Penulis : Eka Putri Armadani
NIM : 081811233033
Pembimbing I : Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.
Pembimbing II : Dr. Windarto, M.Si.
Tanggal Ujian : 30 September 2022

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,


Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.
NIP. 197307041998022001


Dr. Windarto, M.Si.
NIP. 197711042003121001

Mengetahui,
Ketua Departemen dan Koordinator Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga


Dr. Herry Suprajitno, M.Si., Ph.D.
NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia diperpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Eka Putri Armadani

NIM : 081811233033

Program Studi : S-1 Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Jenjang : Sarjana (S-1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan kegiatan plagiat dalam penulisan

skripsi saya yang berjudul:

“Analisis Kestabilan dan Estimasi Parameter Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dan COVID-19”.

Apabila suatu saat nanti saya terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 11 Oktober 2022



Eka Putri Armadani

NIM. 081811233033

KATA PENGANTAR



Alhamdulillahirobbil'alamiin. Segala puji bagi Allah SWT karena berkat rahmat, karunia, serta taufik dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Kestabilan dan Estimasi Parameter Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dan COVID-19”. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, pemimpin sekaligus sebaik-baiknya suri tauladan bagi kehidupan manusia.

Keberhasilan penyusunan skripsi ini tidak lepas dari dukungan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini, antara lain:

1. Prof. Dr. Mohammad Nasih, S.E., M.T., Ak., CMA. selaku Rektor Universitas Airlangga atas segala fasilitas yang telah disediakan bagi kelancaran pembelajaran dan penelitian dalam skripsi ini.
2. Prof. Dr. Moh Yasin, M.Si. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga atas segala fasilitas yang telah disediakan bagi kelancaran pembelajaran dan penelitian dalam skripsi ini.
3. Dr. Herry Suprajitno, M.Si. selaku ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga sekaligus selaku Koordinator Program Studi S-1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga atas segala fasilitas yang telah disediakan bagi kelancaran pembelajaran dan penelitian dalam skripsi ini.
4. Prof. Dr. Fatmawati, M. Si. selaku dosen pembimbing I dan Dr. Windarto, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing II sekaligus dosen wali yang telah memberikan bimbingan, nasihat, tenaga, waktu dan pikiran yang sangat berharga.
5. Seluruh dosen dan staf Universitas Airlangga, khususnya Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmunya tanpa pamrih dan membantu dalam proses perkuliahan selama ini.

6. Orang tua tercinta yaitu Bapak Soffan dan Ibu Rini Ismiayah, Adik tersayang Adelia Dwi Rahma, serta seluruh Keluarga sebagai sumber motivasi utama bagi penulis yang mendoakan, memotivasi, serta memberi kasih sayang dan pengorbanan yang tak ternilai harganya. Terima kasih selalu ada disamping penulis.
 7. Sahabat penulis, Ayu Kirana Vijayanti Indarto, Farah Primary Fajrin, Dinda Mutiara Permatasari, Nadiar Almahira, Ahmad Wildan Amrullah, dan semua teman-teman matematika angkatan 2018 yang selalu memberikan saran dan motivasi agar selalu maju bersama meraih cita-cita.
 8. Dessy Erika, Chofifah Aulia, Jamiilah Zahrotul sahabat seperjuangan yang senantiasa berbagi cerita diperkuliahan maupun diluar perkuliahan.
 9. Muchammad Thoriq Al Barru yang telah memberi dukungan kapanpun.
- Penulis sangat berharap penelitian ini dapat berguna dalam rangka menambah wawasan dan pengetahuan. Penulis juga menyadari sepenuhnya bahwa penelitian ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh sebab itu, penulis mengharapkan adanya kritik, saran, dan usulan demi perbaikan penelitian ini di masa yang akan datang, mengingat tidak ada sesuatu yang sempurna tanpa saran yang membangun.

Surabaya, 11 Oktober 2022

Penulis

Eka Putri Armadani

Eka Putri Armadani, 2022, **Analisis Kestabilan dan Estimasi Parameter Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dan COVID-19**, Penyusunan skripsi di bawah bimbingan Prof. Dr. Fatmawati, M.Si. dan Dr. Windarto, M.Si., Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

HIV merupakan penyakit yang disebabkan oleh *Human Immunodeficiency Virus*, sedangkan *Coronavirus Disease 2019* (COVID-19) merupakan salah satu jenis baru *Coronavirus* yang disebabkan oleh virus SARS-CoV-2. Seorang individu dengan koinfeksi HIV/AIDS dan COVID-19 hanya dapat sembuh dari infeksi COVID-19, sebab HIV/AIDS merupakan penyakit seumur hidup yang tidak bisa disembuhkan dan masih belum ditemukan obatnya. Dalam skripsi ini dilakukan analisis kestabilan dan estimasi parameter model matematika koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19 dengan menggunakan data HIV/AIDS di Indonesia. Berdasarkan hasil analisis model, diperoleh empat titik setimbang yaitu, titik setimbang non endemik, titik setimbang endemik COVID-19, titik setimbang endemik HIV/AIDS, dan titik setimbang endemik koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19. Dari hasil perhitungan diperoleh dua nilai *basic reproduction number* yang masing-masing bersesuaian dengan penyakit HIV/AIDS (R_{0H}) dan penyakit COVID-19 (R_{0C}). Titik setimbang non-endemik akan stabil asimtotis lokal jika $R_{0C} < 1$ dan $R_{0H} < 1$. Titik setimbang endemik COVID-19 akan stabil asimtotis lokal jika memenuhi $R_{0C} > 1$, sedangkan titik setimbang endemik HIV/AIDS akan stabil asimtotis lokal jika memenuhi $R_{0H} > 1$. Berikutnya titik setimbang endemik koinfeksi HIV/AIDS dan COVID-19 cenderung stabil asimtotis jika memenuhi $R_0 > 1$. Berdasarkan hasil estimasi parameter, diperoleh nilai error sebesar 5,4954%. Pada penelitian ini juga dilakukan simulasi numerik dengan nilai parameter yang diperoleh dari estimasi parameter untuk mengetahui dinamika populasi pada penyebaran populasi pada penyebaran penyakit koinfeksi HIV/AIDS dan COVID-19 selama beberapa waktu ke depan serta diperoleh nilai $R_{0C} = 7,027$ dan $R_{0H} = 7,291$ yang menandakan penyebaran penyakit koinfeksi HIV/AIDS dan COVID-19 di Indonesia bersifat endemik.

Kata Kunci: Koinfeksi HIV/AIDS dan COVID-19, Algoritma Genetika, Titik Setimbang, Kestabilan, Simulasi Numerik.

Eka Putri Armadani, 2022, **Analysis of Stability and Parameter Estimation of Coinfection Mathematical Model HIV/AIDS and COVID-19**, This thesis is supervised by Prof. Dr. Fatmawati, M.Si. dan Dr. Windarto, M.Si., Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

HIV is a disease caused by the Human Immunodeficiency Virus, while Coronavirus Disease 2019 (COVID-19) is a new type of Coronavirus caused by the SARS-CoV-2 virus. An individual with HIV/AIDS and COVID-19 coinfection can only recover from COVID-19 infection, because HIV/AIDS is a lifelong disease that cannot be cured and there is still no cure. In this thesis, stability analysis and parameter estimation of the mathematical model of HIV/AIDS coinfection with COVID-19 is carried out using HIV/AIDS data in Indonesia. Based on the results of the model analysis, four equilibrium points were obtained, namely, the non-endemic equilibrium point, the COVID-19 endemic equilibrium point, the HIV/AIDS endemic equilibrium point, and the endemic equilibrium point for HIV/AIDS coinfection with COVID-19. From the calculation results, two basic reproduction number values are obtained, each of which corresponds to HIV/AIDS (R_{0H}) and COVID-19 disease (R_{0C}). The non-endemic equilibrium point will be locally asymptotically stable if $R_{0C} < 1$ and $R_{0H} < 1$. The COVID-19 endemic equilibrium point will be locally asymptotically stable if $R_{0C} > 1$, while the HIV/AIDS endemic equilibrium point will be locally asymptotically stable if $R_{0H} > 1$. Next, the equilibrium point for the endemic coinfection with HIV/AIDS and COVID-19 tends to be asymptotically stable if $R_0 > 1$. Based on the parameter estimation results, the error value is 5.4954%. In this study, numerical simulations were also carried out with parameter values obtained from parameter estimates to determine population dynamics in population distribution in the spread of HIV/AIDS and COVID-19 coinfection for some time to come and obtained values of $R_{0C} = 7,027$ and $R_{0H} = 7,291$ which indicates that the spread of HIV/AIDS and COVID-19 coinfection in Indonesia is endemic.

Keywords: Coinfection HIV/AIDS and COVID-19, Genetic Algorithm, Equilibrium Point, Stability, Numerical Simulation.

DAFTAR ISI

LEMBAR JUDUL	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI	iii
LEMBAR PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
LEMBAR PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS.....	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	3
1.5 Batasan Masalah.....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 HIV/AIDS.....	5
2.2 COVID-19	6
2.3 HIV/AIDS dengan COVID-19	6
2.4 Sistem Persamaan Differensial	7
2.5 Kestabilan Sistem Linear	9
2.6 Kriteria Routh-Hurwitz	10
2.7 Bilangan Reproduksi (R_0).....	12

2.8 Optimasi.....	13
2.9 Algoritma Genetika	13
2.10 Metode Runge-Kutta	16
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	17
BAB IV PEMBAHASAN.....	20
4.1 Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19	20
4.2 Estimasi Parameter Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19.....	26
4.3 Analisis Kestabilan Titik Setimbang Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19.....	28
4.3.1 Titik Setimbang Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19	29
4.3.2 Analisis Kestabilan Lokal Titik Setimbang Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19	34
4.4 Analisis Sensitivitas Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19.....	42
4.5 Simulasi Numerik Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19.....	46
BAB V PENUTUP	49
5.1 Kesimpulan	49
5.2 Saran.....	50
DAFTAR PUSTAKA	51
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Variabel pada Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19	21
4.2	Deskripsi Parameter pada Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19	21
4.3	Hasil simulasi nilai parameter dengan tiga kali percobaan menggunakan nilai $npop$ yang berbeda.	26
4.4	Hasil simulasi nilai parameter dengan tiga kali percobaan menggunakan nilai $npop$ yang berbeda.	26
4.5	Hasil simulasi nilai parameter dengan tiga kali percobaan menggunakan nilai $npop$ yang berbeda.	27
4.6	Hasil simulasi nilai parameter dengan tiga kali percobaan menggunakan nilai $npop$ yang berbeda.	27
4.7	Nilai awal untuk masing-masing populasi pada model matematika koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19	40
4.8	Nilai Parameter pada model matematika koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19	40

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram Transmisi Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19	22
4.2	Perbandingan populasi manusia terinfeksi HIV antara data riil dengan hasil estimasi parameter	28
4.3	Grafik bidang fase pada bidang $S - I_{hc}$ pada model matematika koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19	41
4.4	Sensitivitas β_h terhadap nilai R_{0H} dengan Tiga Nilai σ_1 yang berbeda	44
4.5	Sensitivitas β_c terhadap nilai R_{0C} dengan Tiga Nilai γ yang berbeda	44
4.6	Sensitivitas β_h terhadap populasi I_h	45
4.7	Sensitivitas β_c terhadap populasi I_c	45
4.8	Grafik populasi manusia yang rentan	46
4.9	Grafik populasi manusia yang terinfeksi COVID-19	46
4.10	Grafik populasi manusia yang terinfeksi HIV	47
4.11	Grafik populasi manusia yang terinfeksi HIV dan COVID-19	47
4.12	Grafik populasi manusia yang terinfeksi AIDS	48
4.13	Grafik populasi manusia yang terinfeksi AIDS dan COVID-19	48

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Lampiran
1	Data Jumlah Populasi Manusia Terinfeksi HIV pada tahun 2008-2020 di Indonesia
2	Program Estimasi Parameter Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19
3	Program Simulasi Perbandingan Data Riil dengan Hasil Perhitungan Estimasi Parameter
4	Perhitungan Pendekatan Variabel N
5	Perhitungan Titik Setimbang Non Endemik Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19
6	Perhitungan untuk Mencari Nilai R_0
7	Perhitungan Titik Setimbang Endemik Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19
8	Perhitungan Analisis Kestabilan Lokal Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19
9	Program Simulasi Bidang Fase Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19
10	Program Simulasi Numerik Model Matematika Koinfeksi HIV/AIDS dengan COVID-19
11	Perhitungan Analisis Sensitivitas Parameter
12	Program Grafik Sensitivitas β_h terhadap nilai R_{0H} dengan tiga nilai σ_1 yang berbeda
13	Program Grafik Sensitivitas β_c terhadap nilai R_{0C} dengan tiga nilai γ yang berbeda
14	Program Grafik Sensitivitas β_h terhadap populasi I_h
15	Program Grafik Sensitivitas β_c terhadap populasi I_c