

IR – PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS MODEL PENYAKIT *LEPTOSPIROSIS* DENGAN
*SATURATED INCIDENCE RATE***

SKRIPSI



ELMA KURNIA CHABISETYAN

**PRODI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

IR – PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS MODEL PENYAKIT LEPTOSPIROSIS DENGAN
SATURATED INCIDENCE RATE**

SKRIPSI



ELMA KURNIA CHABISETYAN

**PRODI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

i

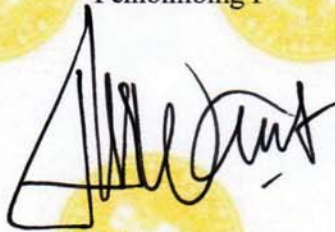
**Analisis Model Penyakit Leptospirosis dengan Saturated
Incidence Rate**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Bidang Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Disetujui oleh:

Pembimbing I



Dr. Miswanto, M.Si

NIP. 197711042003121001

Pembimbing II



Dr. Windarto, M.Si

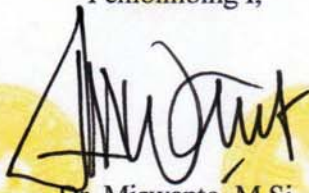
NIP. 196802041993031002

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis Model Penyakit *Leptospirosis* dengan *Saturated Incidence rate*
Penyusun : Elma Kurnia Chabisetyan
NIM : 081811233099
Pembimbing I : Dr. Miswanto, M.Si.
Pembimbing II : Dr. Windarto, M.Si.
Tanggal Sidang : 08 Agustus 2022

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Dr. Miswanto, M.Si

NIP. 196802041993031002

Pembimbing II,



Dr. Windarto, M.Si

NIP. 197711042003121001

Mengetahui,

Ketua Departemen dan Koordinator Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Dr. Herry Suprajitno, M.Si.

NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizing penulis dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Elma Kurnia Chabisetyan

NIM : 081811233099

Program Studi : S-1 Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan kegiatan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

“Analisis Model Penyakit *Leptospirosis* dengan *Saturated Incidence Rate*”

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindak plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.



Surabaya, 19 Juli 2022

Elma Kurnia Chabisetyan

NIM. 081811233099

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Kestabilan Model Penyakit *Leptospirosis* dengan *Saturated Incidence Rate*”.

Penulisan skripsi ini tentunya tidak lepas dari dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, tak lupa penulis ucapkan terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini. Ucapan terimakasih penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. Mohammad Nasih, SE, M.T, Ak, CMA, selaku Rektor Universitas Airlangga.
2. Prof. Dr. Moh Yasin, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
3. Dr. Herry Suprajitno, M.Si., selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga serta Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang selalu memberikan saran dan motivasi.
4. Abdulloh Jaelani, M.Si., selaku dosen wali yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama perkuliahan.
5. Dr. Miswanto, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan, waktu, serta semangat dengan penuh kesabaran dan ketelitian.
6. Dr. Windarto, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan, waktu, serta semangat dengan penuh kesabaran dan ketelitian.
7. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya di Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
8. Yang tercinta kedua orang tua, Achmad Suyudi dan Anny Lusiyantri Dewi serta adik tercinta Andiannur Poppy Arsymillah dan Achmad Narendra Adinata yang selalu memberikan semangat dan memberikan dukungan secara spiritual maupun materi.

9. Sahabat penulis Yuni, Hanan, Felia, Bila, Hana, Bilman dan Ega yang selalu memberikan dukungan dan motivasi.
10. Vega, Tasya, Masita, Hayu, Biba, Erin, Herlina, Rizka, Syanu, Bertha serta teman-teman seperjuangan Matematika angkatan 2018 yang memberikan dukungan kepada penulis.
11. Serta semua pihak yang telah membantu dan terlibat dalam penulisan skripsi ini.

Surabaya, 17 Januari 2022

Penulis

Elma Kurnia Chabisetyan

Elma Kurnia Chabisetyan, 2022, **Analisis Model Penyakit *Leptospirosis* dengan *Saturated Incidence Rate*** . Skripsi ini di bawah bimbingan Dr. Miswanto, M.Si. dan Dr. Windarto, M.Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Leptospirosis merupakan penyakit *zoonosis* menular yang disebabkan oleh bakteri *leptospira* yang dapat menginfeksi manusia dan hewan. Bakteri *leptospira* menyebar melalui urin inang hewan, yang bisa masuk air atau tanah dan menyebabkan air atau tanah tersebut menjadi terkontaminasi. Manusia dapat tertular penyakit ini saat memiliki luka pada kulit, atau bisa juga melalui mukosa hidung, mata, dan mulut yang bersentuhan dengan air, makanan, atau tanah yang terkontaminasi urin tersebut. Pada skripsi ini, dikaji model penyebaran penyakit *leptospirosis* dengan *saturated incidence rate*. Dari model tersebut diperoleh dua titik setimbang, yaitu titik setimbang non endemik dan titik setimbang endemik. Selain itu, juga diperoleh nilai *Basic Reproduction Number* (R_0) yang merupakan parameter ambang batas terjadinya endemik penyakit *leptospirosis*. Titik setimbang non endemik bersifat stabil asimtotis lokal jika dan hanya jika memenuhi $R_0 < 1$, dan titik setimbang endemik bersifat stabil asimtotis lokal dengan syarat yang tertera pada lampiran. Pada model tersebut juga dilakukan analisis sensitivitas parameter dengan menentukan nilai indeks sensitivitas dari masing-masing parameter model. Berdasarkan hasil analitik diperoleh bahwa parameter yang berpengaruh adalah α_1 dan γ_h . Berdasarkan simulasi numerik diperoleh bahwa pada kondisi $R_0 > 1$ populasi manusia terinfeksi dan hewan terinfeksi lebih mengalami kenaikan. Diperoleh juga bahwa semakin besar nilai α_1 maka semakin besar jumlah populasi manusia terinfeksi sedangkan semakin besar γ_h yang diberikan maka semakin kecil jumlah populasi manusia yang terinfeksi.

Kata Kunci: *Model Penyebaran Penyakit, Leptospirosis, Titik Setimbang, Kestabilan, Analisis Sensitivitas Parameter*

Elma Kurnia Chabisetyan, 2022, **Model Analysis of Leptospirosis Disease with Saturated Incidence Rate**. This thesis is under the guidance of Dr. Miswanto, M.Si. dan Dr. Windarto, M.Si. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Leptospirosis is an infectious zoonotic disease caused by leptospira bacteria that can infect humans and animals. Leptospira bacteria spread through the urine of the host of the animal, which can enter water or soil and cause the water or soil to become contaminated. Humans can contract the disease when they have wounds on the skin, or it can be through the nasal mucosa, eyes, and mouth that come into contact with water, food, or soil contaminated with the urine. In this thesis, a model of the spread of leptospirosis disease with a saturated incidence rate was studied. From the model, two equilibrium points were obtained, namely the non-endemic equilibrium point and the endemic equilibrium point. In addition, a Basic Reproduction Number (R_0) value was also obtained which is a threshold parameter for the occurrence of endemic leptospirosis disease. The non-endemic equilibrium point is locally asymptotically stable if and only if it meets the $R_0 < 1$, and the endemic equilibrium point is local asymptotic stable with the conditions stated in the appendix. In the model, a parameter sensitivity analysis is also carried out by determining the sensitivity index value of each parameter. Based on the analytical results it is obtained that the influential parameters β_1 and β_2 . Based on numerical simulations, it was obtained that in conditions of $R_0 > 1$ the human population was infected and infected animals increased more. It was also obtained that the greater α_1 the value, the greater the number of infected human populations while the larger γ_h it is given, the smaller the number of infected human populations.

Keyword : *Disease Spread Model, Leptospirosis, Equilibrium Point, Stability, Parameter Sensitivity Analysis*

DAFTAR ISI

LEMBAR JUDUL	i
LEMBAR PERSETUJUAN SKRIPSI.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI.....	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK	viii
<i>ABSTRACT</i>	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB I	15
PENDAHULUAN	15
1.1 Latar Belakang	15
1.2 Rumusan Masalah	17
1.3 Tujuan	17
1.4 Manfaat	18
1.5 Batasan Masalah.....	18
BAB II.....	19
TINJAUAN PUSTAKA	19
2.1 Leptospirosis	19
2.2 <i>Saturated Incidence Rate</i>	20
2.3 Sistem Persamaan Diferensial.....	21
2.4 Angka Reproduksi Dasar (<i>R</i>0)	22
2.5 <i>Next Generation Matrix</i>	22
2.6 Analisis Kestabilan Titik Setimbang.....	25
2.6.1 Matriks Jacobian	25
2.7 Kriteria Routh-Hurwitz	26
2.8 Analisis Sensitivitas Parameter	28
BAB III	29

METODOLOGI PENELITIAN.....	29
BAB IV	30
PEMBAHASAN	30
4.1 Model Penyakit Leptospirosis dengan Saturated Incidence Rate	30
4.1.1 Titik Setimbang Model Penyakit <i>Leptospirosis</i> dengan <i>Saturated</i> Incidence Rate	35
4.1.2 Analisis Kestabilan Asimtotis Lokal.....	39
4.2 Analisis Sensitivitas Parameter pada Model Penyakit <i>Leptospirosis</i> dengan Saturated Incidence Rate	47
4.3 Simulasi Numerik Model Penyakit <i>Leptospirosis</i> dengan <i>Saturated</i> Indidence Rate serta Analisis Sensitivitas Parameter Model	51
4.3.1 Simulasi Numerik Model Penyakit <i>Leptospirosis</i> dengan <i>Saturated</i> Indidence Rate	51
4.3.2 Simulasi Numerik dari Analisis Sensitivitas Parameter.....	53
BAB V.....	57
PENUTUP.....	57
5.1 Kesimpulan	57
5.2 Saran.....	58
DAFTAR PUSTAKA	59

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Pendefinisian Kompartemen dan Variabel pada Model awal Penyakit <i>Leptospirosis</i>	17
4.2	Nilai Awal untuk Bidang Fase pada Titik Setimbang Endemik	31
4.3	Nilai Parameter untuk Menentukan Kestabilan dari Titik Setimbang Endemik Model Penyakit <i>Leptospirosis</i> dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>	31
4.4	Hasil Perhitungan Indeks Sensitivitas Parameter	34
4.5	Hubungan antara Perubahan pada Nilai Parameter terhadap Nilai R_0	35
4.6	Nilai Parameter untuk Simulasi Numerik Model <i>Leptospirosis</i>	38
4.7	Nilai Parameter untuk Simulasi Numerik Analisis Sensitivitas Parameter	40

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram Transmisi Model awal Matematika Penyakit <i>Leptospirosis</i>	19
4.2	Grafik Bidang Fase $E_v(t)$ versus $I_v(t)$	32
4.3	Sensitivitas α_1 terhadap R_0 dengan tiga nilai γ_h yang berbeda	36
4.4	Sensitivitas γ_h terhadap R_0 dengan tiga nilai α_1 yang berbeda	37
4.5	Grafik Populasi Manusia yang Terinfeksi <i>Leptospirosis</i>	39
4.6	Grafik Populasi Hewan yang Terinfeksi <i>Leptospirosis</i>	39
4.7	Grafik Populasi Manusia Terinfeksi dengan Tiga Nilai α_1 yang Berbeda	41
4.8	Grafik Populasi Manusia Terinfeksi dengan Tiga Nilai γ_h yang Berbeda	42

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Gambar
1	Perhitungan Titik Setimbang Non Endemik E_0
2	Perhitungan <i>Basic Reproduction Number</i> (R_0)
3	Perhitungan Titik Setimbang E_1
4	Menentukan Nilai Eigen dari Matriks Jacobian yang dievaluasi pada titik setimbang non endemik
5	Penentuan Syarat agar $C_4 > 0$
6	Pencarian Persaman Karakteristik Titik Setimbang Endemik
7	Kode Program Simulasi Numerik Bidang Fase
8	Kode Program untuk Sensitivitas γ_h terhadap Nilai R_0 dengan Tiga Nilai α_1 yang berbeda
9	Kode Program untuk Sensitivitas α_1 terhadap Nilai R_0 dengan Tiga Nilai γ_h yang berbeda
10	Kode Program Simulasi Numerik Model Penyakit <i>Leptospirosis</i>
11	Kode Program Pengaruh Nilai α_1 terhadap Populasi Manusia Terinfeksi
12	Kode Program Pengaruh Nilai γ_h terhadap Populasi Hewan Terinfeksi