

1-1 APR 2005



PAMERAN

LAPORAN PENELITIAN  
DOSEN MUDA TAHUN ANGGARAN 2003**TEOREMA KEKONVERGENAN BARISAN FUNGSI BERNILAI  
BANACH DAN TERINTEGRAL NON EPSILON  
DELTA PADA  $(a,b)$** 

Oleh:

Drs. Mohammad Imam Utoyo, MSi.

SELESAI

**LEMBAGA PENELITIAN UNIVERSITAS AIRLANGGA**Dibiayai Proyek Peningkatan Penelitian Pendidikan Tinggi  
DIP Nomor : 006/XXIII/1/--/2003 Tanggal 1 Januari 2003  
Kontrak Nomor : 032/P4T/DPPM/PDM/III/2003  
Ditbinlitabmas, Ditjen Dikti, Depdiknas  
Nomor Urut 53FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS AIRLANGGA

Nopember, 2003



LAPORAN PENELITIAN  
DOSEN MUDA TAHUN ANGGARAN 2003

KK  
KKC  
515.732  
Uto  
t.

# TEOREMA KEKONVERGENAN BARISAN FUNGSI BERNILAI BANACH DAN TERINTEGRAL NON EPSILON DELTA PADA $(a,b)$

Oleh:

Drs. Mohammad Imam Utoyo, MSi.



\*006404141\*



006404141

## LEMBAGA PENELITIAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

Dibiayai Proyek Peningkatan Penelitian Pendidikan Tinggi

DIP Nomor : 006/XXIII/1/--/2003 Tanggal 1 Januari 2003

Kontrak Nomor : 032/P4T/DPPM/PDM/III/2003

Ditbinlitabmas, Ditjen Dikti, Depdiknas

Nomor Urut 53

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS AIRLANGGA

Nopember, 2003



DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL  
UNIVERSITAS AIRLANGGA  
**LEMBAGA PENELITIAN**

- |                                        |                                       |                                                  |
|----------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------|
| 1. Puslit Pembangunan Regional         | 5. Puslit Pengembangan Qizl (5996720) | 9. Puslit Kependudukan dan Pembangunan (5996719) |
| 2. Puslit Obat Tradisional             | 6. Puslit/Studi Wanita (5996722)      | 10. Puslit Kesehatan Reproduksi                  |
| 3. Puslit Pengembangan Hukum (5923584) | 7. Puslit Olah Raga                   |                                                  |
| 4. Puslit Lingkungan Hidup (5996718)   | 8. Puslit Bioenergi                   |                                                  |

Kampus C Unair, Jl. Mulyorejo Surabaya 60115 Telp. (031) 5995246, 5995248, 5995247 Fax. (031) 5962066  
E-mail : lpunair@rad.net.id - http://www.geocities.com/Athens/Olympus/6223

**LEMBAR IDENTITAS DAN PENGESAHAN LAPORAS AKHIR  
HASIL PENELITIAN DOSEN MUDA**

- |                                    |                                                                                                       |
|------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. a. Judul Penelitian             | : Teorema Kekonvergenan Barisan Fungsi Bernilai Banach dan Terintegral Non Epsilon Delta Pada $[a,b]$ |
| b. Katagori Penelitian             | : II                                                                                                  |
| 2. Ketua Peneliti                  |                                                                                                       |
| a. Nama Lengkap dan Gelar          | : Drs. Mohammad Imam Utoyo, M.Si.                                                                     |
| b. Jenis Kelamin                   | : Laki-laki                                                                                           |
| c. Golongan Pangkat dan NIP        | : III C dan 131801397                                                                                 |
| d. Jabatan Fungsional              | : Lektor                                                                                              |
| e. Fakultas/Puslit/Jurusan         | : MIPA/Matematika                                                                                     |
| f. Univrsitas                      | : Unair                                                                                               |
| g. Bidang Ilmu Yang diteliti       | : 10                                                                                                  |
| 3. Jumlah Tim Peneliti             | : 1 orang                                                                                             |
| 4. Lokasi Penelitian               | : Jurusan Matematika FMIPA Unair                                                                      |
| 5. Kerjasama dengan Institusi Lain |                                                                                                       |
| a. Nama Institusi                  | : -                                                                                                   |
| b. Alamat                          | : -                                                                                                   |
| 6. Masa Penelitian                 | : 6 (enam) bulan                                                                                      |
| 7. Biaya yang diperlukan           | : Rp5 000 000,00<br>(lima juta rupiah)                                                                |

Mengetahui  
a.n. Dekan  
Pembantu Dekan  
(Drs. Salamun, M.Kes.)  
NIP. 131696506

Surabaya, Nopember 2003  
Ketua Peneliti

(Drs. Moh. Imam Utoyo, M.Si.)  
NIP. 131801397



Menyetujui  
Ketua Lembaga Penelitian

(Prof. Dr. H. Sarmanu, M.S.)  
NIP. 130701125

## RINGKASAN

|                        |                                                                                                                                                                  |
|------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Judul</b>           | : Teorema Kekonvergenan Barisan Fungsi Bernilai Banach dan Terintegral Non Epsilon Delta Pada $[a,b]$                                                            |
| <b>Ketua Peneliti</b>  | : Mohammad Imam Utoyo                                                                                                                                            |
| <b>Anggota</b>         | : -                                                                                                                                                              |
| <b>Fakultas/Puslit</b> | : MIPA                                                                                                                                                           |
| <b>Sumber Dana</b>     | : Proyek Peningkatan Penelitian Pendidikan Tinggi, Surat<br>Surat Perjanjian Pelaksanaan Penelitian Nomor:<br>032/P4T/DPPM/PDM/III/2003, Dirjen Dikti, Depdiknas |
| <b>Tahun</b>           | : 2003, 18 halaman                                                                                                                                               |

Permasalahan penelitian ini adalah bagaimana konstruksi integral- $n\epsilon\delta$  untuk fungsi bernilai Banach pada  $[a,b]$  dan bagaimana syarat cukup agar barisan fungsi bernilai Banach dan terintegral- $n\epsilon\delta$  konvergen ke fungsi bernilai Banach dan terintegral- $n\epsilon\delta$ .

Tujuan penelitian ini adalah menentukan definisi integral- $n\epsilon\delta$  untuk fungsi bernilai Banach pada  $[a,b]$  dan menentukan syarat cukup agar barisan fungsi bernilai Banach dan terintegral- $n\epsilon\delta$  konvergen ke fungsi bernilai Banach dan terintegral- $n\epsilon\delta$ .

Dengan mengkaji hasil penelitian terdahulu dan dengan menggunakan metode konstruktif diperoleh hal-hal sebagai berikut:

1. Integral- $n\epsilon\delta$  didefinisikan sebagai:

Misalkan  $\beta$  merupakan ruang Banach. Fungsi  $f : [a,b] \rightarrow \beta$  dikatakan terintegral- $n\epsilon\delta$ , jika ada  $\gamma \in \beta$ , sehingga untuk setiap  $\ell_\gamma(\eta, r)$ , ada  $\mathfrak{I}[a,b]$ , sehingga setiap partisi mulus  $P \in \mathfrak{I}[a,b]$ , misalkan

$P = \{ a_0 = a, a_1, \dots, a_n = b; x_1, x_2, \dots, x_n \}$ , dengan

$$u_{x_i} < a_{i-1} \leq x_i \leq a_i < v_{x_i} \text{ dan } I_{x_i} = (u_{x_i}, v_{x_i}), i = 1, 2, \dots, n,$$

berlaku

$$P \sum f(x)(v - u) \in \ell_\gamma(\eta, r), \text{ dengan } P \sum f(x)(v - u) = \sum_{i=1}^n f(x_i)(a_i - a_{i-1}).$$

2. Syarat cukup agar barisan fungsi bernilai Banach terintegral- $n\epsilon\delta$   $\{f_n(x)\}$  konvergen ke fungsi bernilai Banach  $f$  dan terintegral- $n\epsilon\delta$  adalah:

- (i)  $f_n(x) \rightarrow f(x)$  pada  $[a,b]$ , dengan  $f_n$  terintegral- $n\epsilon\delta$
- (ii) primitif  $F_n$  dari  $f_n$  kontinu mutlak seragam- $n\epsilon\delta$

## SUMMARY

The research's problematics were be : (1) how to construct the definition of integration without epsilon delta, and (2) how to find the sufficient condition to the sequence  $\{f_n(x)\}$  where each  $f_n$  is integrable without epsilon delta on  $[a,b]$  converges to  $f$  is integrable without epsilon delta on  $[a,b]$ .

The objectives of the research were construct the definition of integration without epsilon delta and finding the sufficient condition to the sequence  $\{f_n(x)\}$  where each  $f_n$  is integrable without epsilon delta on  $[a,b]$  converges to  $f$  is integrable without epsilon delta on  $[a,b]$ .

From the research conducted, its was obtained that:

1. The definition of integration without epsilon delta on  $[a,b]$ , i.e.:

Let  $\beta$  is Banach's space. The function  $f: [a,b] \rightarrow \beta$  is said integrable- $n\epsilon\delta$ , if there is  $\gamma \in \beta$ , such that every  $\ell_\gamma(\eta, r)$ , there is  $\mathfrak{I}[a,b]$ , such that whenever a division  $P \in \mathfrak{I}[a,b]$ , given by

$P = \{ a_0 = a, a_1, \dots, a_n = b; x_1, x_2, \dots, x_n \}$ , where

$$u_{x_i} < a_{i-1} \leq x_i \leq a_i < v_{x_i} \text{ and } I_{x_i} = (u_{x_i}, v_{x_i}), i = 1, 2, \dots, n,$$

satisfies

$$P \sum f(x)(v - u) \in \ell_\gamma(\eta, r),$$

where

$$P \sum f(x)(v - u) = \sum_{i=1}^n f(x_i)(a_i - a_{i-1}).$$

2. The sufficient condition to the sequence  $\{f_n(x)\}$  where each  $f_n$  is integrable without epsilon delta on  $[a,b]$  converges to  $f$  is integrable without epsilon delta on  $[a,b]$  is:
  - a.  $f_n(x) \rightarrow f(x)$  in  $[a,b]$ , where each  $f_n$   $f_n$  is integrable without epsilon delta on  $[a,b]$
  - b. the primitives  $F_n$  of  $f_n$  are uniformly absolutely continuous without epsilon delta



## PRAKATA

Alhamdulillah, setelah melalui perjuangan panjang akhirnya penelitian ini dapat penulis selesaikan. Penelitian ini merupakan pengembangan dari teori integral yang sudah ada dengan menghilangkan konsep epsilon delta.

Dalam kesempatan ini, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Direktur Pembinaan Penelitian dan Peengabdian Masyarakat, yang telah membiayai penelitian ini
2. Rektor Unair dan Ketua Lemlit Unair, yang telah menyetujui dan memproses usulan penelitian ini
3. Dekan FMIPA Unair yang telah memberikan persetujuan penelitian ini
4. Kalab Matematika yang telah memberikan rekomendasi kegiatan penelitian ini

Penulis menyadari bahwa dalam laporan penelitian ini tentunya masih ada kekurangan yang mungkin penulis tidak sadari, oleh karena itu kritik dan saran untuk kesempurnaan laporan ini penulis selalu harapkan.

Surabaya, Desember 2003

*Penulis*

## DAFTAR ISI

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| LEMBAR IDENTITAS DAN PENGESAHAN    | ii  |
| RINGKASAN                          | iii |
| SUMMARY                            | iv  |
| PRAKATA                            | v   |
| I. PENDAHULUAN                     | 1   |
| II. TINJAUAN PUSTAKA               | 3   |
| III. TUJUAN DAN MANFAAT PENELITIAN | 4   |
| IV. METODE PENELITIAN              | 5   |
| V. HASIL DAN PEMBAHASAN            | 9   |
| VI. KESIMPULAN DAN SARAN           | 17  |
| DAFTAR PUSTAKA                     | 18  |