

**GRAF PANGKAT BERSAMA
DARI GRUP BERHINGGA**

SKRIPSI



AHMAD SYARIF NASRULLAH AHDAL

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

**GRAF PANGKAT BERSAMA
DARI GRUP BERHINGGA**

SKRIPSI



AHMAD SYARIF NASRULLAH AHDAL

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

GRAF PANGKAT BERSAMA DARI GRUP BERHINGGA

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga**

**Ahmad Syarif Nasrullah Ahdal
NIM. 081811233058**

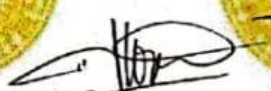
Disetujui oleh:

Pembimbing I,


Dr. Liliek Susilowati, S.Si., M.Si.

NIP. 197001121994122000

Pembimbing II,


Dr. Inna Kuswandari, M.Si.

NIP. 196609051991022000

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Graf Pangkat Bersama Dari Grup Berhingga
Penyusun : Ahmad Syarif Nasrullah Ahdal
NIM : 081811233058
Tanggal Ujian : 22 Maret 2022

Disetujui oleh:

Pembimbing I,


Dr. Liliex Susilowati, S.Si., M.Si.
NIP. 197001121994122001

Pembimbing II,


Dr. Inna Kuswandari, M.Si.
NIP. 196609051991022001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Airlangga


Dr. Herry Suprajitno, M.Si
NIP. 196804041994031020

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga. Diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. **Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.**

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Ahmad Syarif Nasrullah Ahdal

NIM : 081811233058

Program Studi : S-1 Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan kegiatan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

“Graf Pangkat Bersama Dari Grup Berhingga”

Apabila suatu saat nanti saya terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 10 April 2022



Ahmad Syarif Nasrullah Ahdal

NIM. 081811233058

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah Subhana Wa Ta'ala yang telah mencurahkan segala taufik, rahmat, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyusun skripsi dengan berjudul “Graf Pangkat Bersama Dari Grup Berhingga” dan dapat diselesaikan dengan baik. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita, Nabi Muhammad SAW, yang telah menyempurnakan akhlak yang agung.

Keberhasilan penulis dalam menyusun skripsi ini tentu tidak lepas dari dukungan berbagai pihak yang telah memberikan semangat, doa, serta kritik dan saran. Oleh karena itu, tak lupa penulis ucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah berperan dalam penyelesaian skripsi ini. Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada:

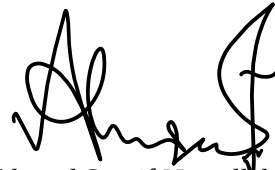
1. Prof. Dr. Mohammad Nasih SE., M.T., Ak., CMA. selaku Rektor Universitas Airlangga atas segala fasilitas bagi kelancaran pembelajaran dan penelitian dalam penyelesaian skripsi ini.
2. Prof. Dr. Mohammad Yasin, M.Si. selaku Dekan FST atas segala fasilitas dan dukungan yang telah disediakan bagi kelancaran pembelajaran dan penelitian dalam skripsi ini.
3. Dr. Herry Suprajitno, M.Si. selaku Ketua Departemen Matematika dan Koordinator Program Studi S1 Matematika atas segala fasilitas dan dorongan motivasi dalam penyusunan skripsi ini.
4. Dr. Windarto, S.Si., M.Si. selaku dosen wali yang selalu membimbing, mengarahkan serta selalu memberi dukungan guna kelancaran studi.
5. Dr. Liliek Susilowati, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing I dan Dr. Inna Kuswandari, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang senantiasa sabar dan teliti dalam memberikan bimbingan berupa ilmu, saran, waktu dan motivasi.
6. Zahidah S.Si., M.Si. yang telah meluangkan waktu dan dengan sabar mengarahkan penulis dalam penulisan skripsi ini.
7. Seluruh dosen dan staf di Fakultas Sains dan Teknologi, khususnya di Departemen Matematika yang telah mengajarkan ilmu yang bermanfaat dan memberikan layanan terbaik kepada penulis selama masa perkuliahan.
8. Kedua orang tua penulis tercinta Bapak Ahdal dan Ibu Siti Rabia Nur yang tidak pernah berhenti mendoakan, mendukung serta menjadi sumber motivasi dan semangat penulis.

9. Kyai Jamaluddin Ismail yang tak pernah lelah untuk terus mendoakan serta memberikan dukungan moral dan pembelajaran hidup yang sangat berharga kepada penulis selama ini.
10. Seluruh teman-teman JIMM FST UNAIR yang terus memberikan semangat dan doa kepada penulis dari awal penulisan skripsi hingga akhir.
11. Seluruh teman-teman prodi Matematika FST UNAIR, terkhusus angkatan 2018 Infinity yang selalu memberikan dukungan kepada penulis.

Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat sebagai bahan pustaka dan penambahan informasi khususnya bagi mahasiswa Universitas Airlangga.

Surabaya, 22 Januari 2022.

Penulis



Ahmad Syarif Nasrullah Ahdal

Ahmad Syarif Nasrullah Ahdal, 2022, **Graf Pangkat Bersama Dari Grup Berhingga**. Skripsi ini dibawah bimbingan Dr. Liliek Susilowati, S.Si., M.Si. dan Dr. Inna Kuswandari, M.Si., Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Graf pangkat bersama $\Omega[G]$ adalah graf yang dikembangkan dari grup berhingga G dengan titik pada graf tersebut merupakan elemen dari $G \setminus \{e\}$ dimana sebarang dua titik x dan y yang berbeda dikatakan bertetangga jika dan hanya jika $x^\alpha = y$ dan $y^\beta = x$ untuk suatu bilangan asli α dan β . Penelitian ini bertujuan mengonstruksi graf pangkat bersama dari sebarang grup berhingga, khususnya grup siklik berhingga, grup dihedral, dan perumuman grup quaternion serta menganalisis sifat-sifatnya. Dengan melakukan analisis terhadap sifat graf pangkat bersama, diperoleh beberapa sifat penting yang terkait langsung dengan grup pembentuknya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa graf pangkat bersama dari sebarang grup berhingga isomorf dengan graf lengkap atau graf hasil operasi gabungan dari beberapa graf lengkap.

Kata kunci: Graf pangkat bersama, grup siklik, grup dihedral, perumuman grup quaternion.

Ahmad Syarif Nasrullah Ahdal, 2022, *Mutually Power Graph From Finite Group*. This undergraduate thesis is supervised by Dr. Liliek Susilowati, S.Si., M.Si. and Dr. Inna Kuswandari, M.Si., Mathematics Department, Faculty of Science and Technology, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRACT

The mutually power graph $\Omega[G]$ is a graph which derived from a finite group G whose vertex is an element of $G \setminus \{e\}$ where two distinct vertices x and y are said to be adjacent if and only if $x^\alpha = y$ and $y^\beta = x$ for some natural number α and β . This study aims to construct the mutually power graph from any finite group, particularly finite cyclic group, dihedral group, and generalized quaternion group and to analyze its properties. By analyzing the properties of mutually power graph, we can obtain several important properties which are directly related to its derived group. The results show that mutually power graph from any finite group is isomorph to complete graph or graph which is a result of union operation of some complete graphs.

Keywords: *Mutually power graph, finite cyclic group, dihedral group, generalized quaternion group.*

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI.....	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK.....	viii
ABSTRACT.....	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR	xi
BAB I. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan	4
1.4 Manfaat	4
BAB II. TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Algoritma Pembagian Pada Bilangan Bulat.....	5
2.2 Grup.....	6
2.3 Graf	10
BAB III. METODE PENELITIAN.....	14
BAB IV. PEMBAHASAN.....	16
4.1 Graf Pangkat Bersama Dari Grup Berhingga.....	17
4.2 Graf Pangkat Bersama Dari Grup Siklik Berhingga	20
4.3 Graf Pangkat Bersama Dari Grup Dihedral.....	31
4.4 Graf Pangkat Bersama Dari Perumuman Grup Quaternion.....	37
BAB V. PENUTUP.....	43
5.1 Kesimpulan	43
5.2 Saran.....	44
DAFTAR PUSTAKA.	45

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
2.1	Graf Γ	10
2.2	Graf lengkap K_4	11
2.3	Graf lintasan P_3	11
2.4	Graf siklus C_8	12
2.5	Graf bintang $K_{1,4}$	12
2.3	Operasi gabungan pada graf	13
2.4	$\mathcal{G}(\mathbb{Z}_6)$	13
4.1	$\Omega[\mathbb{Z}_{10}]$	21
4.2	$\Omega[\mathbb{Z}_{12}]$	22
4.3	$\Omega[\mathbb{Z}_6]$	23
4.4	$\Omega[C]$	23
4.5	$\Omega[\mathbb{Z}_8]$	24
4.6	$\Omega[\langle 5^{10} \rangle]$	25
4.7	$\Omega[\langle 5^4 \rangle]$	25
4.8	$\Omega[\mathbb{Z}_7]$	26
4.9	$\Omega[\mathbb{Z}_{27}]$	30
4.10	$\Omega[D_{10}]$	32
4.11	$\Omega[D_8]$	33
4.12	$\Omega[D_{12}]$	34
4.13	$\Omega[D_{14}]$	35
4.14	$\Omega[D_{54}]$	35
4.15	$\Omega[Q_8]$	38
4.16	$\Omega[Q_{12}]$	39
4.17	$\Omega[Q_{20}]$	41
4.18	$\Omega[Q_{32}]$	42