

**ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA
PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM QUERY DENGAN
*SATURATED INCIDENCE RATE***

SKRIPSI



SERLY ELVITA ANISAH

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

IR-PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA
PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM QUERY DENGAN
*SATURATED INCIDENCE RATE***

SKRIPSI



SERLY ELVITA ANISAH

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2022

IR-PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**ANALISIS KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN
PENYAKIT DEMAM QUERY DENGAN *SATURATED INCIDENCE RATE***

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelara Sarjana Sains Bidang Matematika
pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Serly Elvita Anisah
NIM 081811233024

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Dr. Miswanto, M.Si.

NIP. 196802041993031002

Pembimbing II,



Dr. Windarto, S.Si, M.Si.

NIP. 197711042003121001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran
Penyakit Demam Query dengan *Saturated
Incidence Rate*
Penyusun : Serly Elvita Anisah
NIM : 081811233024
Pembimbing I : Dr. Miswanto, M.Si.
Pembimbing II : Dr. Windarto, S.Si, M.Si.
Tanggal Ujian : 13 Oktober 2022

Disetujui oleh:

Pembimbing I



Dr. Miswanto, M.Si.

NIP. 196802041993031002

Pembimbing II



Dr. Windarto, S.Si, M.Si.

NIP. 197711042003121001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Dr. Herry Suprajitno, M.Si.

NIP. 196804041994031020

LEMBAR PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumber sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan dibawah ini, saya:

Nama : Serly Elvita Anisah
NIM : 081811233024
Program Studi : S-1 Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan tindakan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

**“Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam
Query dengan *Saturated Incidence Rate*”**

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 06 Oktober 2022



Serly Elvita Anisah

NIM. 081811233024

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT yang telah memberikan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “*Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan Saturated Incidence Rate*” dapat terselesaikan dengan baik. Sholawat serta salam semoga tetap terlimpahkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW yang telah menunjukkan jalan kebenaran kepada umatnya.

Keberhasilan penulis dalam menyusun skripsi ini tidak terlepas dari dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Mohammad Nasih, S.E., M.T., Ak., CMA selaku Rektor Universitas Airlangga yang telah memberikan kesempatan untuk menuntut ilmu.
2. Prof. Dr. Moh Yasin, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
3. Dr. Herry Suprajitno, S.Si, M.Si selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga dan selaku Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang selalu memberikan bimbingannya selama perkuliahan.
4. Dr. Miswanto, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan dan semangat dengan penuh kesabaran dan ketelitian.
5. Dr. Windarto, S.Si, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang senantiasa memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan dan semangat dengan penuh kesabaran dan ketelitian.
6. Prof. Dr. Fatmawati, M.Si . selaku dosen wali yang telah memberikan saran, motivasi dan bimbingan kepada penulis selama perkuliahan

7. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya di Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
8. Yang tercinta dan tersayang kedua orang tua yaitu Bapak Moh. Khoirul Anam dan Ibu Kussanah. Serta keluarga penulis Kak Nia, keponakan penulis Natasya Ceyla dan Krisna Airlangga yang selalu memberikan doa, cinta kasih, hiburan, motivasi, dan dukungan baik secara moril maupun materil dalam penyusunan skripsi ini.
9. Sahabat penulis yang selalu menemani dalam suka maupun duka, Widya, Devi, Riska, Rizka, Ayu yang telah memberikan dukungan, semangat, motivasi, doa dan menjadi tempat curahan hati bagi penulis.
10. Sahabat penulis selama duduk dibangku perkuliahan, Liswatin, Farida, Levi, Tasya, Erza, Laila, dan Indah yang memberi dukungan, bantuan, serta pengalaman semasa kuliah.
11. Keluarga Matematika angkatan 2018 yang telah memberikan pengalaman dan bantuan selama masa perkuliahan.
12. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini dimungkinkan masih ada kesalahan. Oleh karena itu, penulis mengharap kritik dan saran yang sifatnya membangun demi penyempurnaan penulisan selanjutnya. Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi kita semua.

Surabaya, 06 Oktober 2022

Penulis,

Serly Elvita Anisah

Serly Elvita Anisah, 2022, **Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan *Saturated Incidence Rate***, Skripsi ini dibawah bimbingan Dr. Miswanto, M.Si. dan Dr. Windarto, S.Si, M.Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Demam query adalah penyakit *zoonosis* yang disebabkan oleh bakteri intraseluler obligat, *Coxiella burnetii*. Hewan peliharaan yang dapat terinfeksi antara lain domba, kambing, sapi, kucing serta hewan lain seperti mamalia. Namun data epidemiologis telah menunjukkan bahwa sapi lebih sering terinfeksi secara kronis. Penyakit ini menduduki peringkat teratas sebagai penyakit yang paling menular diantara penyakit *zoonosis* prioritas global. Dalam kondisi eksperimental, menghirup satu *C. burnetii* dapat menyebabkan infeksi dan penyakit klinis. Tujuan dari skripsi ini adalah untuk menganalisis model matematika penyebaran penyakit demam query dengan *saturated incidence rate*. Berdasarkan hasil analisis model diperoleh dua titik setimbang, yaitu titik setimbang non endemik dan titik setimbang endemik dengan kestabilan lokal titik setimbang bergantung pada bilangan reproduksi dasar. Selain itu, berdasarkan hasil analisis diperoleh bahwa laju penyebaran melalui lingkungan, laju pelepasan perkapita dari populasi yang terinfeksi tanpa gejala ke lingkungan, laju vaksinasi, dan laju pembusukan alami bakteri adalah parameter yang paling berpengaruh terhadap bilangan reproduksi dasar. Kemudian hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa titik setimbang non endemik stabil asimtotis jika bilangan reproduksi dasar kurang dari satu, sedangkan titik setimbang endemik cenderung stabil asimtotis jika bilangan reproduksi dasar lebih dari satu.

Kata Kunci: *Demam Query, Model Matematika, Bilangan Reproduksi Dasar, Kestabilan.*

Serly Elvita Anisah, 2022, **Stability Analysis of Mathematical Model for the Spread of Query Fever with Saturated Incidence Rate**, This undergraduate thesis is supervised by Dr. Miswanto, M.Si. and Dr. Windarto, S.Si, M.Si. Departement of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Query fever is a zoonotic disease caused by an obligate intracellular bacterium, *Coxiella burnetii*. Pets that can be infected include sheep, goats, cows, cats and other animals such as mammals. But epidemiological data have shown that cows are more often chronically infected. Query Fever tops the list as the most contagious among the global priority zoonotic diseases. The purpose of this thesis is to analyze the mathematical model for the spread of query fever with saturated incidence rate. Based on the result of the analysis of the mathematical model, two equilibrium points were obtained namely non endemic equilibrium point and endemic equilibrium point with the local stability of the equilibrium point depending on the basic reproduction number. Based on the result of the analysis, it was obtained that environmental transmission rate, per capita shedding rate from into environment, vaccination rate, natural decay rate of bacteria are the parameters that most affect the basic reproduction number. Then result of numerical simulations showed that non endemic equilibrium point is asymptotically stable if basic reproduction number less than one, while the endemic equilibrium point is asymptotically stable if basic reproduction number more than one.

Keywords: *Query Fever, Mathematics Model, Basic Reproduction Number, Stability Analysis.*

DAFTAR ISI

LEMBAR JUDUL	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI.....	iii
LEMBAR PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI.....	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK.....	viii
ABSTRACT.....	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL.....	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan.....	4
1.4 Manfaat.....	4
1.5 Batasan Masalah.....	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	6
2.1 Demam Query	6
2.2 Saturated Incidence Rate	6
2.3 Sistem Persamaan Diferensial	7
2.4 Kestabilan Sistem Linier	9
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar (R_0).....	10
2.6 Kriteria Routh-Hurwitz	12
2.7 Analisis Sensitivitas Parameter	14
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	15
BAB IV PEMBAHASAN.....	17
4.1 Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan Saturated Incidence Rate	17

4.1.1	Titik Setimbang Model Penyebaran Penyakit Demam Query dengan Saturated Incidence Rate.....	22
4.1.2	Analisis Kestabilan Lokal Titik Setimbang.....	26
4.2	Analisis Sensitivitas Parameter pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>	36
4.3	Simulasi Numerik dan Interpretasi Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan Saturated Incidence Rate	40
4.3.1	Simulasi Numerik dan Interpretasi Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i> Kondisi Non Endemik.....	40
4.3.2	Simulasi Numerik dan Interpretasi Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i> Kondisi Endemik.....	42
BAB V PENUTUP.....		46
5.1	Kesimpulan.....	46
5.2	Saran.....	46
DAFTAR PUSTAKA		48
LAMPIRAN		

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Pendefinisian Variabel dalam Model Matematika Penyebaran Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>	18
4.2	Pendefinisian Parameter dalam Model Matematika Penyebaran demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>	18
4.3	Nilai Parameter Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>	33
4.4	Nilai Awal Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>	34
4.5	Indeks Sensitivitas Parameter untuk R_0	36
4.6	Hubungan antara Perubahan pada Nilai Parameter terhadap Nilai R_0	37
4.7	Nilai Parameter dalam Simulasi Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i> Kondisi Non Endemik	40
4.8	Nilai Parameter dalam Simulasi Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i> Kondisi Non Endemik	43

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram Transmisi Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>	20
4.2	Grafik Bidang Fase pada Bidang $A - I$ pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>	35
4.3	Sensitivitas Parameter β dan η_I terhadap Nilai R_0 dengan Tiga Nilai β yang Berbeda	39
4.4	Sensitivitas Parameter β dan η_I terhadap Nilai R_0 dengan Tiga Nilai η_I yang Berbeda	39
4.5	Grafik Simulasi Numerik saat Kondisi Endemik	42
4.6	Grafik Simulasi Numerik saat Kondisi Endemik	44

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Lampiran
1	Perhitungan Titik Setimbang Non Endemik (E_0) pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>
2	Perhitungan Nilai <i>Basic Reproduction Number</i> (R_0) dengan Metode <i>Next-Generation Matrix</i> (NGM) pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>
3	Perhitungan Titik Setimbang Endemik (E_1) pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>
4	Analisis Kestabilan Titik Setimbang Non Endemik (E_0) pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>
5	Analisis Kestabilan Titik Setimbang Endemik (E_1) pada Model Matematika Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>
6	Kode Program Bidang Fase pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>
7	Kode Program Sensitivitas Parameter pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>
8	Kode Program Simulasi Numerik Kondisi Non Endemik pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>
9	Kode Program Simulasi Numerik Kondisi Endemik pada Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Query dengan <i>Saturated Incidence Rate</i>