

IR – PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**APROKSIMASI SOLUSI MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN
PENYAKIT KOLERA DENGAN METODE BEDA HINGGA TAK
STANDAR**

SKRIPSI



PUTY IMELDA VILIA SARI

PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS AIRLANGGA

2022

IR – PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS AIRLANGGA

**APROKSIMASI SOLUSI MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN
PENYAKIT KOLERA DENGAN METODE BEDA HINGGA TAK
STANDAR**

SKRIPSI



PUTY IMELDA VILIA SARI

PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA

DEPARTEMEN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS AIRLANGGA

2022

**APROKSIMASI SOLUSI MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN
PENYAKIT KOLERA DENGAN METODE BEDA HINGGA TAK
STANDAR**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
Pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Puty Imelda Vilia Sari
NIM. 081811233023

Disetujui oleh:

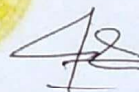
Pembimbing I,



Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.

NIP. 197307041998022001

Pembimbing II,



Dr. Windarto, S.Si., M.Si.

NIP. 197711042003121001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Aproksimasi Solusi Model Matematika Penyebaran
Penyakit Kolera dengan Metode Beda Hingga Tak Standar
Penyusun : Puty Imelda Vilia Sari
NIM : 081811233023
Pembimbing I : Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.
Pembimbing II : Dr. Windarto, S.Si., M.Si.
Tanggal Seminar : 26 Agustus 2022

Disetujui oleh:

Pembimbing I,



Prof. Dr. Fatmawati, M.Si.

NIP. 197307041998022001

Pembimbing II,



Dr. Windarto, S.Si., M.Si.

NIP. 197711042003121001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Dr. Herry Suprajitno, M.Si.

NIP. 196804041994031020

iii

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkup Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penyusun dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hal milik Universitas Airlangga.

SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan dibawah ini, saya:

Nama : Puty Imelda Vilia Sari
NIM : 081811233023
Program Studi : S-1 Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan kegiatan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul:

“ Aproksimasi Solusi Model Matematika Penyebaran Penyakit Kolera dengan Metode Beda Hingga Tak Standar ”

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 03 September 2022



Puty Imelda Vilia Sari

NIM. 081811233023

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Tuhan Yang Maha Esa yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Aproksimasi Solusi Model Matematika Penyebaran Penyakit Kolera dengan Metode Beda Hingga Tak Standar”.

Keberhasilan penulis sampai pada tahap menyusun skripsi ini tentunya tidak lepas dari dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, tak lupa penulis ucapkan terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan skripsi ini. Ucapan terimakasih penulis sampaikan kepada:

1. Universitas Airlangga yang telah memberikan penyediaan sarana dan prasarana dalam menuntut ilmu.
2. Prof. Dr. Mohammad Nasih, SE., MT., AK., yang telah memberikan penyediaan sarana dan prasarana dalam menuntut ilmu.
3. Prof. Dr. Moh Yasin, M. Si., yang telah memberikan penyediaan sarana dan prasarana dalam menuntut ilmu.
4. Dr. Herry Suprajitno, M.Si. selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga dan juga selaku koordinator Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang telah memberikan bimbingannya selama perkuliahan.
5. Prof. Dr. Fatmawati, M.Si selaku dosen wali yang selalu memberikan saran dan inspirasi untuk membuat rancangan perkuliahan.
6. Prof. Dr. Fatmawati, M.Si selaku dosen pembimbing I yang selalu memberikan arahan dan bimbingannya selama perkuliahan.
7. Dr. Windarto, S.Si.,M.Si selaku dosen pembimbing II yang selalu memberikan arahan dan bimbingannya serta semangat selama perkuliahan.
8. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya di Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis.
9. Yang tercinta kedua orang tua, Bapak Karnawi dan Ibu Muntik serta saudara Ardelia Ghina Ghilvana yang selalu memberikan semangat dan memberikan dukungan secara spiritual maupun materi.

10. Sahabat-sahabat penulis yang selalu memberikan dukungan dan motivasi.
11. Teman-teman seperjuangan angkatan 2018 yang memberikan dukungan kepada penulis.
12. Serta semua pihak yang telah membantu dan terlibat dalam penulisan proposal skripsi ini.

Surabaya, 03 September 2022

Penulis

Puty Imelda Vilia Sari

Puty Imelda Vilia Sari, 2022, **Aproksimasi Solusi Model Matematika Penyebaran Penyakit Kolera dengan Metode Beda Hingga Tak Standar**. Skripsi ini di bawah bimbingan Prof. Dr. Fatmawati, M.Si. dan Dr. Windarto, S.Si.,M.Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Kolera adalah infeksi diare akut yang disebabkan oleh konsumsi makanan atau air yang terkontaminasi bakteri *Vibrio cholerae*. Tujuan dari skripsi ini adalah untuk menganalisis kestabilan titik setimbang serta aproksimasi solusi dengan metode beda hingga tak standar pada model matematika penyebaran penyakit kolera. Berdasarkan analisis model diperoleh dua titik setimbang yaitu titik setimbang bebas penyakit (non endemik) dan titik setimbang endemik. Eksistensi dari titik setimbang dan kestabilan lokal titik setimbang bergantung pada bilangan reproduksi dasar R_0 . Titik setimbang non endmik stabil asimtotis jika $R_0 < 1$, sedangkan titik setimbang endemik cenderung stabil asimtotis jika $R_0 > 1$. Aproksimasi solusi dengan metode beda hingga tak standar dilakukan dengan mengubah model menjadi model diskrit. Dari hasil diskritisasi dilakukan simulasi numerik menggunakan metode beda hingga tak standar. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa grafik dengan Metode Beda Hingga Tak Standar untuk $h = 1$ hampir sama dengan ODE 45.

Kata Kunci: Model Matematika, Kolera, Pengobatan, Kestabilan, Beda Hingga Tak Standar.

Puty Imelda Vilia Sari, 2022, **Approximation of the Solution to the Mathematical Model of the Spread of Cholera with Non-Standard Finite Difference Methods**. This undergraduate thesis under the guidance Prof. Dr. Fatmawati, M.Si. and Dr. Windarto, S.Si., M.Si. Mathematic Department, Science and Technology Faculty, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Cholera is an acute diarrheal infection caused by ingestion of food or water contaminated with the bacterium *Vibrio cholerae*. The purpose of this thesis is to analyze the stability of the equilibrium point and to approximate the solution using the non-standard finite difference method in the mathematical model of the spread of cholera. Based on the model analysis, two equilibrium points were obtained, namely the disease free equilibrium point (non endemic) and the endemic equilibrium point. The existence of the equilibrium point and the local stability of the equilibrium point depend on the basic reproduction number R_0 . The non endemic equilibrium point is asymptotically stable if $R_0 < 1$, while the endemic equilibrium point tends to be asymptotically stable if $R_0 > 1$. The solution approximation with the non-standard finite difference method is done by changing the model to a discrete model. From the discretization results, numerical simulations were performed using the non standard finite difference method. Numerical simulation results show that the graph with the non standard finite difference method for $h = 1$ is almost the same as the ODE 45.

Keywords: Mathematical Model, Cholera, Treatment, Stability, Non Standard Finite Difference.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK	viii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB I : PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat	3
1.5 Batasan Masalah	3
BAB II : TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Kolera	4
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	5
2.3 Kestabilan Sistem Linier	7
2.4 Kriteria Routh Hurwitz	9
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar	12
2.6 Beda Hingga Standar	12
2.7 Beda Hingga Tak Standar	14
BAB III : METODOLOGI PENELITIAN	16
BAB IV : PEMBAHASAN	17

4.1 Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Kolera.....	17
4.1.1 Model Matematika Penyebaran Penyakit Kolera	17
4.1.2 Titik Setimbang Model Matematika Penyebaran Penyakit Kolera	22
4.1.3 Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Kolera	27
4.2 Aproksimasi Solusi Metode Beda Hingga Tak Standar	36
4.2.1 Diskritisasi Model Matematika Penyebaran Penyakit Kolera	36
4.2.2 Simulasi Numerik Beda Hingga Tak Standar.....	37
BAB V : PENUTUP	44
5.1 Kesimpulan.....	44
5.2 Saran	45
DAFTAR PUSTAKA	46
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Nomor	Judul Tabel	Halaman
4.1	Definisi dan keterangan variabel pada model matematika penyebaran penyakit kolera setelah dimodifikasi	18
4.2	Definisi dan keterangan parameter pada model matematika penyebaran penyakit kolera setelah dimodifikasi	19
4.3	Nilai parameter model matematika penyebaran penyakit kolera	34
4.4	Nilai awal model matematika penyebaran penyakit kolera	35

DAFTAR GAMBAR

Nomor	Judul Gambar	Halaman
4.1	Diagram transmisi model matematika penyebaran penyakit kolera setelah dimodifikasi	20
4.2	Grafik bidang fase $I(t)$ dan $R(t)$ pada titik setimbang endemik E_1 model matematika penyebaran penyakit kolera	35
4.3	Grafik simulasi numerik populasi rentan penyakit kolera	38
4.4	Grafik simulasi numerik populasi terinfeksi penyakit kolera	39
4.5	Grafik simulasi numerik populasi yang telah pulih	40
4.6	Grafik simulasi numerik populasi yang melakukan pencegahan	41
4.7	Grafik simulasi numerik populasi yang telah diobati	42
4.8	Grafik simulasi numerik populasi bakteri <i>Vibrio Cholerae</i> dalam air	43

DAFTAR LAMPIRAN

Nomor	Judul Lampiran
1	Perhitungan titik setimbang non endemik
2	Perhitungan nilai R_0
3	Perhitungan titik setimbang endemik
4	Analisis kestabilan lokal titik setimbang non endemik (E_0)
5	Analisis kestabilan lokal titik setimbang endemik (E_1)
6	Kode program matlab grafik bidang fase
7	Aproksimasi beda hingga tak standar
8	Kode program simulasi numerik ODE
9	Perhitungan Nilai Psi
10	Kode Program Simulasi Numerik Beda Hingga Tak Standar