METODE NONPARAMETRIK UNTUK MENGUJI KESAMAAN DISTRIBUSI PADA SAMPEL BERPASANGAN

SKRIPSI

HARYOKO

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA
2006

Pembimbing I, **Pembimbing II,**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

Judul : METODE NONPARAMETRIK UNTUK MENGUJI KESAMAAN DISTRIBUSI PADA SAMPEL BERPASANGAN

Penyusun : HARYOKO

NIM : 080112451

Tanggal Ujian : 23 Agustus 2006

Disetujui Oleh :

Pembimbing I,

Drs. Eko Tjahjono
NIP. 131 573 900

Pembimbing II,

Drs. Ardi Kurniawan, M.Si
NIP. 132 230 977

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika
FMIPA Universitas Airlangga

Drs. Moh. Imam Utoyo, M.Si
NIP. 131 801 397

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga. Diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan seijin penulis dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah.

Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.

UCAPAN TERIMA KASIH

Mengiring terselesaikannya Skripsi ini, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. *Allah SWT, Tuhanku yang telah memberikan jalan kemudahan dalam menyelesaikan Skripsi ini.*
2. *Rasulullah Muhammad SAW yang telah menunjukkan jalan kebenaran bagi umat manusia dari kesesatan yaitu Islam.*
3. *Bapak dan Ibu tercinta yang sering aku repotin, terima kasih atas nasehat, dukungan dan doa, serta Adikku semuanya (aos, ria, nesti, fira, zanu) terima kasih juga ya.*
4. *Bapak H. Susanto sekeluarga dan Bapak H. Suwono sekeluarga, serta Bapak Ngari sekeluarga atas bantuannya sampai saya selesai kuliah.*
5. *Bapak Drs. Eko Tjahjono dan Bapak Drs. Ardi Kurniawan M.Si atas bimbingan dan motivasinya sehingga saya dapat menyelesaikan skripsa ini.*
6. *Seluruh dosen Matematika Unair terutama Bapak Drs. Ardi Kurniawan M.Si selaku dosen wali serta karyawan yang menjadi teman saya (Mas Edi, Mas Milan, Mas Udin).*
7. *Sobat-sobatku : Agus (akhirnya keinginanmu terwujud), Yudi (kerjakan skripsinya), Raras (terima kasih tumpangannya), Es(jangan lupa kata "jangan memperburuk keadaan"), Nita (g bersihkan karang gigi lagi), Erni (jangan sering emosi), Yanto (terima kasih ngeprintnya), Fauzi (jangan nyantai kerjakan skripsimu), Rusdian (makasih aku bisa ngetik di kantor), Sugeng (aku lulus geng).*
8. *Rekan-rekan angkatan 2001 :Hamzah (terima kasih jurnalnya), Hanafi, Lelly , Ira kecil, Tria, Trip, Nikhen, Ribut, Vonny, Dian kecil, Dian Gede, Yuni, Ifti, Anita, Trisni, Ipunk, Daniel, Henry, Dewi, Seha, Ida, Nina, Zumrotus, Juned, Dhani, Didin, .*
9. *Sobatku sekotaku tercinta: Daniel (maju skripsi secepatnya), happy, Grespo, Ali, Boy.*
10. *Teman-teman KKN : Rika (maafkan aku), Arya, Ita, Eny, Niken, Andri, Afif dan Dini.*
11. *Kakak Angkatan atas : Mbak Herlina , Mas Agung, Mas Nyamun.*
12. *Adik-adik angkatan 2002, 2003, 2004 dan 2005.*
13. *Teman-teman kontrakan.*
14. *Semua pihak yang tak tersebut baik secara langsung maupun tak langsung memberi dukungan pada saya. Terima kasih.*

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Alhamdulillah, Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT, karena hanya dengan limpahan rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul: " Metode Nonparametrik Untuk Menguji Kesamaan Distribusi pada Sampel Berpasangan". Tak lupa shalawat serta salam senantiasa tersampaikan kepada Nabi Besar Muhammad SAW.

Dalam kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada Bapak-bapak pembimbing yang bersedia meluangkan waktu dalam memberikan bimbingan dan saran, serta kepada rekan-rekan mahasiswa yang telah membantu dalam penyeleseian skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa penulisan ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan demi perbaikan penulisan lebih lanjut. Pada akhirnya, penulis selalu berharap semoga skripsi ini dapat memberikan suatu manfaat bagi pembaca pada umumnya dan mahasiswa jurusan matematika pada khususnya.

Surabaya, Agustus 2006

Penyusun

Haryoko, 2006. **Metode Nonparametrik Untuk Menguji Kesamaan Distribusi Pada Sampel Berpasangan**. Skripsi ini dibawah bimbingan Drs. Eko Tjahjono. dan Drs. Ardi Kurniawan, M.Si., Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Dalam suatu penelitian atau percobaan, dua sampel berpasangan yang didapatkan mungkin mempunyai distribusi yang berbeda. Untuk mengetahui perbedaan bentuk distribusi dari dua sampel berpasangan tersebut diperlukan suatu statistik uji. Skripsi ini bertujuan untuk membangun statistik uji kesamaan distribusi dan kesamaan pengaruh perlakuan relatif pada sampel berpasangan berdasarkan $p_2 - p_1$. Statistik uji ini dibangun tanpa mengasumsikan simetrisitas bentuk distribusi.

Untuk mendapatkan statistik uji didefinisikan pengaruh perlakuan relatif dari perlakuan ke j terhadap *mean* distibusi $H(x)$ yaitu $p_j = \int_{-\infty}^{\infty} H(x)dF_j(x)$, j=1,2. Statistik uji untuk kesamaan distribusi sampel berpasangan adalah $L_{hit}^{F} = \dfrac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}}$ dan statistik uji untuk kesamaan pengaruh perlakuan relatif sampel berpasangan adalah $L_{hit}^{p} = \dfrac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}_0}$. Dari hasil pembahasan diperoleh statistik uji konvergen ke distribusi Normal standart dengan *mean* 0 dan *varians* 1.

Setelah dilakukan uji kesamaan distribusi dan kesamaan pengaruh perlakuan relatif dengan taraf kesalahan 0.05 pada data berat badan penderita *anorexia* sebelum dan sesudah dilakukan perawatan *cognitive behavioural* dari **Everitt (2001)** diperoleh hasil bahwa data tersebut berdistribusi tidak sama dan mempunyai perbedaan pengaruh perlakuan relatif, sedangkan pada data skor daya persepsi sosial kanak-kanak "pra-TK" dan kanak-kanak "rumah" dari **Siegel (1992)** diperoleh hasil bahwa data tersebut berdistribusi sama dan tidak mempunyai perbedaan pengaruh perlakuan relatif.

Kata kunci : *mean* distribusi, sampel berpasangan, pengaruh perlakuan relatif.

Haryoko, 2006. **Nonparametric Methods for Testing the Same of Distribution for Paired Samples**. This *Skripsi* is under guidance Drs. Eko Tjahjono. and Drs. Ardi Kurniawan, M.Si., Mathematics Major Subject of Mathematics and Natural Science Faculty , Airlangga University.

ABSTRACT

In a research or attempt, paired samples got possible have different distribution. To know difference form distribution from paired samples needed a statistic test. The aim of this *skripsi* are to construct test statistic for testing the same shape of distribution and relative treatment effect on paired samples are based on $p_2 - p_1$. This test statistic constructed without assumption symmetricity of the shape distribution.

To get the test statistic defined relative treatment effect from treatment j th toward mean distribution $H(x)$ is $p_j = \int_{-\infty}^{\infty} H(x)dF_j(x)$, j = 1,2. The test statistic for the same distribution paired samples is $L_{hit}^{F} = \frac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}}$ and the test statistic for the same relative treatment effect paired samples is $L_{hit}^{p} = \frac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}_0}$. From this essay get the test statistic convergen to Normal distribution with mean 0 and variance 1.

Based on the. test statistic for testing the same shape distribution and relative treatment effect on paired samples, with significance 0.05 for data anorexia suffer before and after cognitive behavioural treatment from **Everitt (2001)** obtained result that this data is have shape distribution not same and also have different relative treatment effect with, while for data score social energy perception child "pra-TK" and child "rumah" from **Siegel (1992)** obtained result that this data is have shape distribution same and not have different relative treatment effect.

Keyword : mean distribution, paired samples, relative treatment effect.

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN i
KATA PENGANTAR ii
ABSTRAK iii
ABSTRACK iv
DAFTAR ISI v
BAB I PENDAHULUAN 1
1.1. Latar Belakang Masalah 1
1.2. Rumusan Masalah 2
1.3. Tujuan 3
1.4. Manfaat 4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA 5
2.1. Variabel Random 5
2.2. Kekonvergenan Variabel Random 6
2.3. Estimasi Parameter 7
2.4. Hipotesis Statistik 7
2.4.1. Uji Hipotesis Statistik 8
2.4.2. Nilai Kritis 8
2.5. Model Non Parametrik 9
2.5.1. Distribusi Kumulatif 9
2.5.2 Fungsi Distribusi Kumulatif Sampel atau Empirik 11
2.6. *Midrank* 12
2.7. Fungsi δ *Dirac* 12
2.8. Distribusi Normal 12
2.9. Teorema Limit Pusat 13
2.10. Teorema Limit Untuk Fungsi Rasional dari Beberapa Variabel Random 15
2.11. S-Plus 16

BAB III METODE PENULISAN 18
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN 21
4.1. Estimasi 21
4.2. Statistik Uji Rank Linear 25
4.2.1. Kesamaan Bentuk Distribusi pada Sampel Berpasangan 25
4.2.2. Kesamaan Pengaruh Perlakuan Relatif 29
4.3. Algoritma Uji Hipotesis 35
4.4. Implementasi Algoritma ke Program Komputer 36
4.5. Data 37
4.6. Analisa Data 37
4.6.1 Menguji Kesamaan Bentuk Distribusi 38
4.6.1.1 Data Berat Badan Penderita *Anorexia* 38
4.6.1.2 Data skor daya persepsi sosial kanak-kanak.................. 39
4.6.2 Menguji Kesamaan Pengaruh Perlakuan Relatif........................ 40
4.6.2.1 Data Berat Badan Penderita *Anorexia* 40
4.6.2.2 Data skor daya persepsi sosial kanak-kanak.................. 41
BAB V KESIMPULAN 42
DAFTAR PUSTAKA
LAMPIRAN

Daftar Lampiran

Lampiran 1 **Program Uji Untuk Menguji Kesamaan Bentuk Distribusi Pada Sampel Berpasangan**
Lampiran 2 **Program Uji Untuk Menguji Kesamaan Pengaruh Perlakuan Relatif Pada Sampel Berpasangan**
Lampiran 3 **Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum dan Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural* (Kg)**
Lampiran 4 **Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK" dan Kanak-kanak "Rumah"**
Lampiran 5 **Output Uji Kesamaan Bentuk Distribusi pada Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum dan Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural***
Lampiran 6 **Output Uji Kesamaan Bentuk Distribusi pada Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK" dan Kanak-kanak "Rumah"**
Lampiran 7 **Output Uji Kesamaan Pengaruh Perlakuan Relatif pada Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum dan Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural***
Lampiran 8 **Output Uji Kesamaan Pengaruh Perlakuan Relatif pada Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK" dan Kanak-kanak "Rumah"**
Lampiran 9 **Tabel Distribusi Normal Standart**
Lampiran 10 **Grafik Sebaran Distribusi Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum dan Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural***
Lampiran 11 **Grafik Sebaran Distribusi Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK" dan Kanak-kanak "Rumah"**
Lampiran 12 **Hasil Kolmogorov-Smirnov Godness of Fit Test Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum dan Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural***
Lampiran 13 **Hasil Kolmogorov-Smirnov Godness of Fit Test Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK" dan Kanak-kanak "Rumah"**

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Statistika adalah suatu ilmu yang mempelajari tentang deskripsi dan inferensi data. Deskripsi data meliputi pengambilan sampel dan penggambaran data sedangkan inferensi meliputi pengolahan data, analisis data atau pengujian data dan pengambilan keputusan berdasarkan data yang diambil.

Statistika inferensi dikelompokkan menjadi dua bagian utama yaitu uji hipotesis dan estimasi parameter. Uji hipotesis biasanya dibagi 2 jenis yaitu uji parametrik dan uji nonparametrik. Uji parametrik mengasumsikan bahwa sampel berdistribusi normal atau diambil secara acak dari sebuah keluarga distribusi tertentu, sedangkan uji nonparametrik biasanya hanya memerlukan asumsi simetrisitas bentuk distribusi **(Sri Purnama dan Zanzawi, 2002)**.

Dalam suatu penelitian atau percobaan, dua sampel berpasangan yang didapatkan mungkin mempunyai distribusi yang berbeda. Untuk mengetahui perbedaan bentuk distribusi dari dua sampel berpasangan tersebut diperlukan suatu statistik uji.

Beberapa metode nonparametrik yang digunakan untuk menguji sampel berpasangan adalah McNemar, Ranking bertanda Wilcoxon, Walsh, Randomisasi **(Siegel, 1992)** yang mengasumsikan simetrisitas bentuk distribusi.

Uji lain yang dapat dipilih untuk sampel berpasangan yaitu Statistik Uji Rank Linear yang meliputi uji kesamaan bentuk distribusi untuk sampel berpasangan dan uji kesamaan pengaruh perlakuan relatif untuk sampel berpasangan. Statistik uji ini didasarkan pada selisih pengaruh perlakuan relatif untuk kedua sampel sehingga perlu didapatkan estimator untuk selisih perlakuan relatif untuk kedua sampel. Kelebihan Statistik Uji Rank Linear dibandingkan dengan statistik uji yang lain adalah tidak membutuhkan asumsi apapun, baik asumsi simetrisitas bentuk distribusi kumulatif atau jenis distribusi kumulatifnya.

1.2. Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas adalah:

1. Bagaimana membuktikan bahwa estimator yang didapatkan untuk selisih pengaruh perlakuan relatif adalah *unbiased estimator* ?
2. Bagaimana menentukan statistik uji kesamaan bentuk distribusi untuk sampel berpasangan ?
3. Bagaimana menentukan statistik uji kesamaan pengaruh perlakuan relatif untuk sampel berpasangan ?
4. Bagaimana menyusun algoritma uji hipotesis untuk statistik uji kesamaan bentuk distribusi dan kesamaan pengaruh perlakuan relatif untuk sampel berpasangan dan membuat program berdasarkan algoritma diatas ?

5. Bagaimana menerapkan statistik uji kesamaan bentuk distribusi dan statistik uji kesamaan pengaruh perlakuan relatif pada data berat badan penderita *anorexia* dari **Everitt (2001)** dan pada data skor daya persepsi sosial kanak-kanak "pra-TK" dan kanak-kanak "rumah" dari **Siegel (1992)**?

1.3. Tujuan

Tujuan yang akan dicapai adalah :

1. Membuktikan bahwa estimator yang didapatkan untuk selisih pengaruh perlakuan relatif adalah *unbiased estimator*.
2. Menentukan statistik uji kesamaan bentuk distribusi untuk sampel berpasangan.
3. Menentukan statistik uji kesamaan pengaruh perlakuan relatif untuk sampel berpasangan.
4. Menyusun algoritma uji hipotesis untuk statistik uji kesamaan bentuk distribusi dan kesamaan pengaruh perlakuan relatif untuk sampel berpasangan dan membuat program berdasarkan algoritma diatas.
5. Menerapkan statistik uji kesamaan bentuk distribusi dan statistik uji kesamaan pengaruh perlakuan relatif pada data berat badan penderita *anorexia* dari **Everitt (2001)** dan pada data skor daya persepsi sosial kanak-kanak "pra-TK" dan kanak-kanak "rumah" dari **Siegel (1992)**.

1.4. Manfaat

1. Menambah wawasan baru tentang statistik uji pada sampel berpasangan pada model nonparametrik.
2. Sebagai bahan acuan tambahan untuk materi kuliah Statistik Non Paramatrik.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Variabel Random

Definisi 2.1

Himpunan hasil-hasil prosedur penyampelan acak (random sampling) atau eksperimen acak disebut variabel random (variabel acak).

(Daniel, 1989)

Definisi 2.2

Variabel random X dan Y dikatakan berdistribusi secara identik jika untuk semua himpunan A berlaku $P(X \in A) = P(Y \in A)$

(Casela dan Berger, 1990)

Definisi 2.3

Misalkan variabel random X_1 dan X_2 memilki pdf (*probability density function*) bersama $f(x_1,x_2)$ dan pdf (*probability density function*) masing-masing $f_1(x_1)$ dan $f_2(x_2)$, X_1 dan X_2 dikatakan independen jika hanya jika $f(x_1,x_2) = f_1(x_1).f_2(x_2)$

(Hogg and Craig, 1978)

2.2 Kekonvergenan Variabel Random

Definisi 2.4

Misalkan $\{X_N\}$ barisan variabel random. Barisan variabel random $\{X_N\}$ dikatakan konvergen dalam probabilitas ke variabel random X, ditulis $X_N \xrightarrow{p} X$ jika dan hanya jika $\lim\limits_{N \to \infty} P(|X_N - X| \geq \varepsilon) = 0, \forall \varepsilon > 0$

(Sri Purnama dan Zanzawi, 2002)

Definisi 2.5

Barisan variabel random $\{X_N\}$ dikatakan konvergen ke X dalam distribusi, ditulis $X_N \xrightarrow{d} X$ jika dan hanya jika $\lim\limits_{N \to \infty} F_N(x) = F(x)$ untuk setiap titik x, dengan F kontinu.

(Sri Purnama dan Zanzawi, 2002)

Definisi 2.6

Barisan variabel random $\{X_N\}$ dikatakan konvergen ke X dalam *mean* kuadrat, ditulis $X_N \xrightarrow{l_2} X$ jika dan hanya jika $\lim\limits_{N \to \infty} E(|X_N - X|^2) = 0$

(Sri Purnama dan Zanzawi, 2002)

Definisi 2.7

Relasi dari ketiga macam kekonvergenan adalah

$$X_N \xrightarrow{l_2} X \Rightarrow X_N \xrightarrow{p} X \Rightarrow X_N \xrightarrow{d} X.$$

(Sri Purnama dan Zanzawi, 2002)

2.3 Estimasi Parameter

Sebuah sampel dari distibusi suatu populasi berguna untuk membuat kesimpulan tentang populasi. Dua masalah penting dalam pengambilan kesimpulan statistik adalah estimasi parameter dan uji hipotesis.

Definisi 2.8

Sembarang statistik yang mempunyai harapan matematik sama dengan parameternya θ dinamakan *unbiased estimator* dari parameter θ.

(Hogg and Craig, 1978)

Definisi 2.9

Sebarang statistik yang konvergen dalam probabilitas ke parameter θ dinamakan penduga konsisten dari parameter θ.

(Hogg and Craig, 1978)

2.4 Hipotesis Statistik

Definisi 2.10

Hipotesis statistik adalah pernyataan tentang distribusi dari satu atau lebih peubah acak. Jika hipotesis statistik menyatakan distribusi tertentu maka hipotesis dinamakan hipotesis statistik sederhana, jika tidak demikian dinamakan hipotesis statistik komposit (majemuk).

(Hogg and Craig, 1978)

Definisi 2.11

Hipotesis statistik terdiri atas dua hipotesis yang saling asing yaitu hipotesis *null* (H_0) dan hipotesis alternatif (H_1). Penolakan (H_0) menjurus pada penerimaan (H_1). Jika θ dan Θ masing-masing menyatakan parameter dan ruang parameter maka penulisan (H_0) dan (H_1):

$$H_0 : \theta \in \Theta_0$$

$$H_1 : \theta \in \Theta - \Theta_0$$

(Hogg and Craig, 1978)

2.4.1 Uji Hipotesis Statistik

Definisi 2.12

Uji dari hipotesis statistik adalah aturan yang didasarkan pada nilai sampel suatu eksperimen sehingga hipotesis tersebut diterima atau ditolak.

(Hogg and Craig, 1978)

2.4.2 Nilai Kritis

Nilai kritis (Critical Value) suatu uji statistik adalah nilai yang begitu ekstrem sehingga probabilitas untuk mendapatkan nilai tersebut bila Ho benar sama dengan α. Dengan demikian, boleh dinyatakan kaidah pengambilan keputusan (Decision Rule) menurut nilai-nilai kritis.

Dalam uji dua arah kita menghadapi dua nilai kritis. Tolak Ho jika statistik uji hasil perhitungan lebih besar dari nilai kritis yang besar atau lebih kecil dari nilai kritis yang kecil.

(Daniel, 1989)

2.5 Model Non Parametrik

Misal $X_1, X_2, ..., X_N$ merupakan sampel acak yang berdistribusi identik independen dan fungsi distribusi $F(x)$ dengan $F(x)$ tidak diketahui, maka sampel acak tersebut dikatakan berdistribusi nonparametrik (Model Non Parametrik).

(Owen, 1988)

2.5.1 Distribusi Kumulatif

Definisi 2.13

Jika peubah acak X mempunyai fungsi densitas f(x) maka distribusi kumulatif dari X adalah :

1. F(x) = $\sum_{w \le x} F(w)$, jika X diskret.

2. F(x) = $\int_{-\infty}^{x} F(w)\, dw$, jika X kontinu

(Hogg dan Craig, 1995)

Definisi 2.14

Mean fungsi distribusi kumulatif F_1 dan F_2 dinyatakan

$$H(x)=\frac{1}{2}\left[F_1(x)+F_2(x)\right] \qquad (2.1)$$

Selanjutnya didefinisikan pengaruh perlakuan relatif dari perlakuan ke- j terhadap ***mean*** distribusi H yaitu

$$p_j=\int_{-\infty}^{\infty}H(x)\,dF_j(x) \text{ dengan } j=1,2 \qquad (2.2)$$

dan estimator untuk p_j didefinisikan :

$$\hat{p}_j=\int\hat{H}(x)\,d\hat{F}_j(x) \text{ dengan } j=1,2 \qquad (2.3)$$

(Sri Purnama dan Zanzawi, 2002)

Definisi 2.15

Distribusi kumulatif $G(y)$ dinamakan *degenerate* distribusi pada nilai $y=c$ jika

$$\lim_{N\to\infty}G_N(y)=G(y)=\begin{cases}0, & y<c\\ 1, & y\geq c\end{cases} \qquad (2.4)$$

(Hogg and Craig, 1978)

2.5.2 Fungsi Distribusi Kumulatif Sampel atau Empirik

Definisi 2.16

Misalkan $X_1, X_2, ..., X_N$ adalah sampel acak. Fungsi distribusi empirik $S(x)$ adalah fungsi x yang kurang dari atau sama dengan X untuk setiap x, $-\infty < x < \infty$.

Fungsi distribusi empirik diperkenalkan sebagai fungsi berdasarkan pada sampel acak yang mungkin digunakan untuk mengestimasi kebenaran fungsi distribusi populasi. Dengan kata lain fungsi distribusi empirik $S(x)$ digunakan sebagai estimator dari $F(x)$.

(Conover, 1980)

Definisi 2.17

Misalkan $X_1, X_2, ..., X_N$ adalah sampel random independen berdistribusi identik $F(x)$. Fungsi distribusi empirik dari $F(x)$ didefinisikan sebagai

$$\hat{F}(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} c(x - X_i) \tag{2.5}$$

dengan $c(x)$ fungsi *Heaviside* yang didefinisikan sebagai

$$c(x) = \begin{cases} 1 & jika\, x > 0 \\ \frac{1}{2} & jika\, x = 0 \\ 0 & jika\, x < 0 \end{cases} \tag{2.6}$$

jika $\hat{F}(x)$ adalah fungsi distribusi empirik dari distribusi $F(x)$ maka $E\left(\hat{F}(x)\right) = F(x)$

(Sri Purnama dan Zanzawi, 2002)

2.6 *Midrank*

Definisi 2.18

Misalkan R_{ij} *midrank* dari X_{ij} dalam semua observasi, *midrank* didefinisikan sebagai berikut

$$R_{ij} = 2N\hat{H}(X_{ij}) + \frac{1}{2} \tag{2.7}$$

dengan $i = 1,2,...,N$ dan $j = 1,2$

(Sri Purnama dan Zanzawi, 2002)

2.7 Fungsi δ *Dirac*

Definisi 2.19

Fungsi δ *Dirac* didefinisikan sebagai fungsi real pada $(-\infty,\infty)$ yang mempunyai sifat $\delta(x) = 0$ untuk $x \neq 0$ dan $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = 1$. Jika $f(x)$ fungsi bernilai real kontinu pada $(-\infty,\infty)$ maka untuk sebarang konstanta a berlaku

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)dx = f(a) \tag{2.8}$$

(Sri Purnama dan Zanzawi, 2002)

2.8 Distribusi Normal

Definisi 2.20

Jika peubah acak X mempunyai distribusi normal dengan *mean* μ dan *varians* σ^2, maka fungsi kepadatan peluangnya adalah

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} & ,-\infty<x<\infty,-\infty<\mu<\infty,\sigma^2>0 \\ & 0\text{ , untuk } x \text{ yang lainnya}\end{cases} \qquad (2.9)$$

(Hogg and Craig, 1978)

2.9 Teorema Limit Pusat

Teorema 2.21 (*Central Limit Theorem*)

Misalkan $X_1, X_2, \ldots, X_N$ merupakan peubah acak yang identik independen dengan *mean* μ dan *varians* σ^2, maka variabel random $Y_N = \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{N} X_i - N\mu\right)}{\sqrt{N}\sigma} = \dfrac{\sqrt{N}\left(\overline{X}_N - \mu\right)}{\sigma}$ mempunyai limit distribusi Normal dengan *mean* 0 dan *varians* 1

Bukti :

Fungsi pembangkit momen distribusi adalah

$$M(t) = E\left(e^{tX}\right), \textit{untuk} -h < t < h$$

$m(t)$ adalah fungsi pembangkit momen untuk $X - \mu$

$$m(t) = E\left[e^{t(X-\mu)}\right] = e^{-\mu t} M(t), \textit{untuk} -h < t < h$$

ditunjukkan bahwa $m(0) = 1$, $m'(0) = E(X - \mu) = 0$, $m''(0) = E\left[(X-\mu)^2\right] = \sigma^2$. Dengan rumus Taylor's ada sebuah nilai ξ antara 0 dan t sehingga

$$m(t) = m(0) + m'(0)t + \frac{m''(\xi)t^2}{2}$$

$$= 1 + \frac{m''(\xi)t^2}{2}$$

jika $\sigma^2 t^2 / 2$ ditambah dan disubtrak maka

$$m(t) = 1 + \frac{\sigma^2 t^2}{2} + \frac{[m''(\xi) - \sigma^2]t^2}{2}$$

kemudian anggap $M(t;N)$, dengan

$$M(t;N) = E\left[\exp\left(t\frac{\sum_{i=1}^{N} X_i - N\mu}{\sigma\sqrt{N}}\right)\right]$$

$$= E\left[\exp\left(t\frac{X_1 - \mu}{\sigma\sqrt{N}}\right)\exp\left(t\frac{X_2 - \mu}{\sigma\sqrt{N}}\right)...\exp\left(t\frac{X_N - \mu}{\sigma\sqrt{N}}\right)\right]$$

$$= E\left[\exp\left(t\frac{X_1 - \mu}{\sigma\sqrt{N}}\right)\right]...E\left[\exp\left(t\frac{X_N - \mu}{\sigma\sqrt{N}}\right)\right]$$

$$= \left\{E\left[\exp\left(t\frac{X - \mu}{\sigma\sqrt{N}}\right)\right]\right\}^N$$

$$= \left[m\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{N}}\right)\right], \qquad -h < \frac{t}{\sigma\sqrt{N}} < h$$

dalam $m(t)$, ganti t dengan $t/\sigma\sqrt{N}$ sehingga

$$m\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{N}}\right) = 1 + \frac{t^2}{2N} + \frac{[m''(\xi) - \sigma^2]t^2}{2N\sigma^2}$$

dimana ξ antara 0 dan $t/\sigma\sqrt{N}$ dengan $-h\sigma\sqrt{N} < t < h\sigma\sqrt{N}$

$$M(t;N) = \left\{1 + \frac{t^2}{2N} + \frac{[m''(\xi) - \sigma^2]t^2}{2N\sigma^2}\right\}^n$$

ketika $m''(t)$ kontinu pada $t = 0$ dan $\xi \to 0$, $N \to \infty$, maka

$$\lim_{N\to\infty}\left[m''(\xi) - \sigma^2\right] = 0$$

proposisi limit menunjukkan bahwa

$$\lim_{N\to\infty} M(t;N) = e^{\frac{t^2}{2}} \qquad \forall t \in \Re$$

Terbukti bahwa variabel random $Y_N = \dfrac{\sqrt{N}\left(\overline{X}_N - \mu\right)}{\sigma}$ mempunyai limit distribusi Normal dengan *mean* 0 dan *varians* 1

(Hogg and Craig, 1978)

2.10 Teorema Limit Untuk Fungsi Rasional dari Beberapa Variabel Random

Teorema 2.22

Misalkan $\{X_N\}$ (N =1,2,...) barisan variabel random dan misalkan barisan fungsi distribusi yang bersesuaian $\{F_N(x)\}$ konvergen ketika $N \to \infty$ dalam fungsi distribusi $F(x)$. Dan misalkan $\{Y_N\}$ (N =1,2,...) barisan variabel random konvergen ke a dalam probabilitas dengan a konstanta, maka barisan fungsi distribusi dari variabel random $X_N Y_N$ konvergen ke $F\left(\dfrac{x}{a}\right)$ dalam fungsi distribusi jika $a > 0$ dan konvergen ke $1 - F\left(\dfrac{x}{a}\right)$ dalam fungsi distribusi jika $a < 0$.

(Fisz, 1963)

2.11. S - PLUS

Dalam **(Everitt, 1994)** disebutkan bahwa S-Plus adalah suatu paket program yang memungkinkan membuat program sendiri walaupun didalamnya sudah tersedia banyak program internal yang siap digunakan. Kelebihan dari paket program ini adalah baik program internal maupun program yang pernah dibuat digunakan sebagai sub program dari program yang akan dibuat.

Beberapa perintah internal yang digunakan dalam S – PLUS

a. function(...)

function(...) digunakan untuk menunjukkan fungsi yang akan digunakan dalam program

Bentuknya adalah : function(...)

b. length(...)

length(...) merupakan perintah untukmenunjukkan banyaknya data

Bentuknya adalah : length(...)

c. for (i in 1:n)

Untuk melakukan perulangan sebanyak n kali.

Bentuknya adalah : for (… in …:…)

d. rank(…)

Untuk membuat peringkat dari data.

Bentuknya adalah : rank(…)

e. sum(...)

sum(...) digunakan untuk menjumlahkan semua bilangan anggota dari suatu vektor.

Bentuknya adalah: sum(...)

BAB III

METODE PENULISAN

Langkah-langkah dalam menyelesaikan skripsi ini adalah sebagai berikut :

a. Membentuk estimator *unbiased* untuk selisih pengaruh perlakuan relatif $p_2 - p_1$

1. Mendefinisikan bentuk fungsi distribusi empiris $\hat{F}_j(x)$ dengan

$$\hat{F}_j(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} c(x - X_{ij}) \text{ dengan } j = 1,2 \text{ dimana}$$

$$c(x) = \begin{cases} 1 & jika\, x > 0 \\ \frac{1}{2} & jika\, x = 0 \\ 0 & jika\, x < 0 \end{cases}$$

serta distribusi empiris untuk mean distribusi $\hat{H}(x)$ adalah

$$\hat{H}(x) = \frac{1}{2}\left[\hat{F}_1(x) + \hat{F}_2(x)\right]$$

2. Mendapatkan estimator untuk pengaruh perlakuan relatif p_j terhadap distribusi empiris untuk *mean* $\hat{H}(x)$ dan distribusi empiris $\hat{F}_j(x)$ dengan

$$\hat{p}_j = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}(x)\,d\hat{F}_j(x) \text{ dengan } j = 1,2$$

3. Mendapatkan estimator untuk selisih pengaruh perlakuan relatif $\hat{p}_2 - \hat{p}_1$

4. Membuktikan bahwa estimator yang didapatkan adalah estimator yang *unbiased* untuk selisih pengaruh perlakuan relatif dengan $E(\hat{p}_2 - \hat{p}_1) = p_2 - p_1$

b. Statistik uji untuk kesamaan bentuk distribusi

1. Membentuk hipotesis untuk menguji kesamaan bentuk distribusi yaitu

   $H_0 : F_1 = F_2$

   $H_1 : F_1 \neq F_2$

2. Mendapatkan bentuk statistik uji untuk menguji kesamaan bentuk distribusi sampel berpasangan yang berdasarkan $p_2 - p_1$

3. Mendapatkan estimasi untuk $\sigma^2 = \text{var}(Y_{12} - Y_{11})$ dengan $Y_{ij} = H(X_{ij})$ dengan $i = 1,2,\ldots,N$ dan $j = 1,2.$

4. Membuktikan bahwa estimator yang didapatkan untuk σ^2 adalah estimator yang konsisten

5. Membuktikan bentuk statistik uji untuk menguji kesamaan bentuk distribusi berdistribusi $N(0,1)$

c. Statistik uji untuk kesamaan pengaruh perlakuan relatif

1. Membentuk hipotesis untuk menguji kesamaan pengaruh perlakuan relatif yaitu :

   $H_0 : p_1 = p_2$

   $H_1 : p_1 \neq p_2$

2. Mendapatkan bentuk statistik uji untuk kesamaan pengaruh perlakuan relatif sampel berpasangan yang berdasarkan $p_2 - p_1$

3. Mendapatkan estimasi untuk $\sigma_0^2 = \text{var}\left(F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right)$

4. Membuktikan bahwa estimator yang didapatkan untuk σ_0^2 adalah estimator yang konsisten
5. Membuktikan bentuk statistik uji untuk menguji kesamaan pengaruh perlakuan relatif berdistribusi $N(0,1)$

d. Menyusun algoritma uji hipotesis untuk kedua statistik uji

e. Membuat program berdasarkan algoritma diatas

f. Mengimplementasikan program pada data berat badan penderita *anorexia* dari **Everitt (2001)** dan pada data skor daya persepsi sosial kanak-kanak "pra-TK" dan kanak-kanak "rumah" dari **Siegel (1992)**.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam bab ini, akan ditunjukkan mengenai statistik uji untuk kesamaan bentuk distribusi pada sampel berpasangan dan kesamaan pengaruh perlakuan relatif pada sampel berpasangan serta penerapannya pada data sekunder.

4.1 Estimasi

Misalkan $X_i = (X_{i1}, X_{i2})$ variabel random dengan berdistribusi identik dan independen (i.i.d), dengan i = 1,2,…,N menyatakan banyaknya data dan j = 1,2 menyatakan banyaknya perlakuan. Misalkan fungsi distribusi kumulatif X_{ij} dinyatakan $F_j(x) = P(X_{ij} \le x)$ dengan j = 1, 2 serta *mean* distribusi kumulatif F_1 dan F_2 dengan

$$H(x) = \frac{1}{2}[F_1(x) + F_2(x)] \qquad (4.1)$$

Distribusi empiris dengan ties X_{ij}, j = 1, 2 didefinisikan sebagai

$$\hat{F}_j(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} c(x - X_{ij}), \text{ j} = 1, 2 \qquad (4.2)$$

dengan

$$c(x) = \begin{cases} 1 & jika\, x < 0 \\ \frac{1}{2} & jika\, x = 0 \\ 0 & jika\, x > 0 \end{cases} \qquad (4.3)$$

Selanjutnya pengaruh perlakuan relatif dari perlakuan ke j terhadap *mean* distibusi $H(x)$ didefinisikan

$$p_j = \int_{-\infty}^{\infty} H(x) dF_j(x), \mathrm{j} = 1, 2 \quad (4.4)$$

Ada beberapa fakta yang berkaitan dengan hubungan antara F_j dan p_j yaitu

Fakta 1. Jika $F_1 = F_2$ maka $p_1 = p_2 = \frac{1}{2}$

Fakta 2. $p_j = \frac{1}{2}, j = 1,2 \Leftrightarrow p_1 - p_2 = 0$

Dari beberapa fakta diatas jika $p_1 \neq p_2$ maka $F_1 \neq F_2$, tetapi sebaliknya belum tentu berlaku. Oleh karena itu, perlu diuji hipotesis untuk kesamaan bentuk distribusi yaitu

$H_0^F \ : F_1 = F_2$

$H_1^F \ : F_1 \neq F_2$

perlu diuji pula hipotesis yang berkaitan dengan pengaruh perlakuan relatif yaitu

$H_0^p : p_1 = p_2$

$H_1^p : p_1 \neq p_2$

berdasarkan fakta-fakta pada pengaruh perlakuan relatif maka statistik uji didasarkan pada selisih kedua perlakuan $p_2 - p_1$. Distribusi empiris untuk *mean* distibusi $H(x)$ adalah

$$\hat{H}(x) = \frac{1}{2}[\hat{F}_1(x) + \hat{F}_2(x)] \quad (4.5)$$

Sesuai definisi pengaruh perlakuan relatif diperoleh estimator untuk p_j

$$
\begin{aligned}
\hat{p}_j &= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}(x) d\hat{F}_j(x) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}(x) d\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} c(x - X_{ij})\right) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}(x)\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} dc(x - X_{ij})\right) \\
&= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}(x)\, dc(x - X_{ij})\right)
\end{aligned}
$$

dengan menggunakan definisi fungsi δ *Dirac* yang merupakan *derivative* fungsi *Heaviside* $dc(x) = \delta(x)\,dx$, maka

$$\hat{p}_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}(x)\ \delta(x - X_{ij})\,dx\right)$$

Karena $\int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}(x)\ \delta(x - X_{ij})\,dx = \hat{H}(X_{ij})$ sehingga

$$\hat{p}_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \hat{H}(X_{ij}) \tag{4.6}$$

Dengan menggunakan definisi *midrank* R_{ij} diperoleh

$$R_{ij} = 2N\hat{H}(X_{ij}) + \frac{1}{2} \tag{4.7}$$

$$2N\hat{H}(X_{ij}) = R_{ij} - \frac{1}{2} \tag{4.8}$$

$$\hat{H}(X_{ij}) = \frac{1}{2N}(R_{ij} - \frac{1}{2}) \tag{4.9}$$

sehingga

$$\hat{p}_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2N}(R_{ij} - \frac{1}{2})$$

$$=\frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}(R_{ij}-\frac{1}{2}) \tag{4.10}$$

sehingga untuk j = 1, 2 diperoleh

$$\hat{p}_1=\frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}(R_{i1}-\frac{1}{2}) \tag{4.11}$$

$$\hat{p}_2=\frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}(R_{i2}-\frac{1}{2}) \tag{4.12}$$

Dari persamaan diatas diperoleh estimator untuk p_2-p_1

$$\begin{aligned}\hat{p}_2-\hat{p}_1&=\frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}(R_{i2}-\frac{1}{2})-\frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}(R_{i1}-\frac{1}{2})\\&=\frac{1}{2N^2}\left[\sum_{i=1}^{N}(R_{i2}-\frac{1}{2})-\sum_{i=1}^{N}(R_{i1}-\frac{1}{2})\right]\\&=\frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}(R_{i2}-R_{i1})\end{aligned} \tag{4.13}$$

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $\hat{p}_2-\hat{p}_1$ adalah estimator tak bias untuk p_2-p_1 dengan $E(\hat{p}_2-\hat{p}_1)=p_2-p_1$

$$\begin{aligned}E(\hat{p}_2-\hat{p}_1)&=\frac{1}{2N^2}E\left(\sum_{i=1}^{N}(R_{i2}-R_{i1})\right)\\&=\frac{1}{2N^2}E\left(\sum_{i=1}^{N}\left((2N\hat{H}(X_{i2})+\frac{1}{2})-(2N\hat{H}(X_{i1})+\frac{1}{2})\right)\right)\\&=\frac{1}{2N^2}E\left(\sum_{i=1}^{N}\left(2N(\hat{H}(X_{i2})+\frac{1}{2}-\hat{H}(X_{i1})-\frac{1}{2})\right)\right)\\&=\frac{1}{2N^2}E\left(2N\sum_{i=1}^{N}\left((\hat{H}(X_{i2})-\hat{H}(X_{i1}))\right)\right)\\&=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}E\left((\hat{H}(X_{i2})-\hat{H}(X_{i1}))\right)\\&=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left((H(X_{i2})-H(X_{i1}))\right)\\&=p_2-p_1\end{aligned}$$

4.2 Statistik Uji Rank Linear

4.2.1 Kesamaan bentuk distribusi pada sampel berpasangan

Untuk menguji kesamaan bentuk distribusi pada sampel berpasangan dibentuk hipotesis untuk kesamaan bentuk distribusi yaitu :

$$H_0^F : F_1 = F_2$$

$$H_1^F : F_1 \neq F_2$$

Statistik uji yang akan dibangun untuk menguji H_0^F dengan mempertimbangkan $p_2 - p_1$. Menurut Brunner, Puri dan Sun (1995), $\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)$ ekuivalen asimtotis dengan $\sqrt{N}\left[\int_{-\infty}^{\infty} Hd\hat{F}_2 - \int_{-\infty}^{\infty} Hd\hat{F}_1\right]$. Berdasarkan definisi *mean* distribusi H dan definisi fungsi δ *Dirac* diperoleh

$$\begin{aligned}
\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1) &= \sqrt{N}\left[\int_{-\infty}^{\infty} Hd\hat{F}_2 - \int_{-\infty}^{\infty} Hd\hat{F}_1\right] \\
&= \sqrt{N}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} H(X_{i2}) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} H(X_{i1})\right] \\
&= \sqrt{N}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(H(X_{i2}) - H(X_{i1})\right)\right] \\
&= \sqrt{N}\left[\frac{1}{\sqrt{N}\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}\left(H(X_{i2}) - H(X_{i1})\right)\right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}\left(H(X_{i2}) - H(X_{i1})\right)
\end{aligned}$$

Jadi $\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1) = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}\left(H(X_{i2}) - H(X_{i1})\right)$ (4.14)

Teorema : jika σ^2 adalah variansi dari

$$\sqrt{N}\left[\int_{-\infty}^{\infty} H d\hat{F}_2 - \int_{-\infty}^{\infty} H d\hat{F}_1\right] \text{ maka } \frac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\sigma} \xrightarrow{d} U \sim N(0,1)$$

Bukti :

Misalkan $X_i = (X_{i1}, X_{i2})$ dengan i = 1, 2, …, N adalah variabel random identik dan independen maka didefinisikan fungsi h dengan $h(X_i) = h(X_{i1}, X_{i2}) = H(X_{i2}) - H(X_{i1})$ sehingga diperoleh variabel random $H(X_{i2}) - H(X_{i1})$ dengan i = 1, 2, …, N identik independen

Misalkan

$$S_N = \sum_{i=1}^{N} [H(X_{i2}) - H(X_{i1})] \tag{4.15}$$

oleh karena $\sum_{i=1}^{N} [H(X_{i2}) - H(X_{i1})] = N(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)$, maka

$$\begin{aligned} E(S_N) &= E\left(\sum_{i=1}^{N} [H(X_{i2}) - H(X_{i1})]\right) \\ &= E(N(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)) \\ &= N\, E(\hat{p}_2 - \hat{p}_1) \\ &= N(p_2 - p_1) \end{aligned}$$

karena $p_2 = p_1$ (Fakta 2) sehingga $E(S_N) = 0$ maka berdasarkan teorema limit pusat diperoleh

$$\frac{S_N - E(S_N)}{\sigma\sqrt{N}} = \frac{S_N}{\sigma\sqrt{N}}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N} (H(X_{i2}) - H(X_{i1}))}{\sigma} \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1)$$

Berdasarkan persamaan (4.14) diperoleh $\frac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\sigma} \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1)$

dengan σ^2 tidak diketahui sehingga diestimasi oleh estimator yang konsisten.

Berikut ini disajikan penurunan estimator untuk σ^2 yaitu $\hat{\sigma}^2$. Misalkan $Y_{ij} = H(X_{ij})$, maka untuk mendapatkan estimator konsisten, $\sigma^2 = \text{var}(Y_{i2} - Y_{i1})$ diestimasi dengan $\hat{\sigma}^2$. Untuk ini diperlukan dua tahap. Tahap pertama didefinisikan

$$\tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left((Y_{i2} - Y_{i1}) - (\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1)\right)^2 \tag{4.16}$$

Dengan $Y_{i2} - Y_{i1}$, $i = 1,2,\dots,N$ identik dan independen maka $\tilde{\sigma}^2$ konsisten untuk σ^2 sehingga berdasarkan definisi kekonvergenan diperoleh $\frac{\sigma^2}{\tilde{\sigma}^2} \xrightarrow{p} 1$. Agar dapat menghitung estimator σ^2, maka *mean* distribusi H diganti dengan nilai empiris $\hat{H}$, sehingga dengan mengganti Y_{ij} dengan $\hat{H}(X_{ij}) = \frac{1}{2N}\left(R_{ij} - \frac{1}{2}\right)$ dan disubtitusikan dalam persamaan (4.16) diperoleh

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}^2 &= \frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left[\left(\frac{1}{2N}\left(R_{i2} - \frac{1}{2}\right)\right) - \left(\frac{1}{2N}\left(R_{i1} - \frac{1}{2}\right)\right) - \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Y_{i2} - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Y_{i1}\right)\right]^2 \\
&= \frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left[\left(\frac{1}{2N}\left(R_{i2} - R_{i1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)\right) - \frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2N}\left(R_{i2} - \frac{1}{2}\right) - \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2N}\left(R_{i1} - \frac{1}{2}\right)\right)\right]^2 \\
&= \frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left[\left(\frac{1}{2N}(R_{i2} - R_{i1})\right) - \frac{1}{2N}\left(\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N} R_{i2} - \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2} - \sum_{i=1}^{N} R_{i1} + \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}\right)\right)\right]^2 \\
&= \frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{1}{2N}\left((R_{i2} - R_{i1}) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} R_{i2} + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} R_{i1}\right)\right]^2
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4N^2(N-1)} \sum_{i=1}^{N} \left[(R_{i2} - R_{i1}) - (\overline{R}_2 - \overline{R}_1) \right]^2 \text{, dengan } \overline{R}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} R_{ij}, \; j = 1,2$$

karena $E\left|\tilde{\sigma}^2 - \hat{\sigma}^2\right| = E\left|\frac{\tilde{\sigma}^2}{\hat{\sigma}^2} - 1\right| = 0$ sehingga $\frac{\tilde{\sigma}^2}{\hat{\sigma}^2} \xrightarrow{l_1} 1$. Tahap kedua membuktikan $\hat{\sigma}^2$ konsisten untuk σ^2 cukup ditunjukkan oleh $\frac{\sigma^2}{\hat{\sigma}^2} \xrightarrow{p} 1$.

Karena $\frac{\sigma^2}{\hat{\sigma}^2} \xrightarrow{p} 1$ dan $\frac{\tilde{\sigma}^2}{\hat{\sigma}^2} \xrightarrow{l_1} 1$, maka berdasarkan definisi kekonvergenan variabel random diperoleh $\frac{\tilde{\sigma}^2}{\hat{\sigma}^2} \xrightarrow{p} 1$ sehingga

$$\frac{\sigma^2}{\hat{\sigma}^2} = \left(\frac{\sigma^2}{\tilde{\sigma}^2} \right) \left(\frac{\tilde{\sigma}^2}{\hat{\sigma}^2} \right) \xrightarrow{p} 1$$

karena itu untuk setiap $\varepsilon > 0$

$$P\left(\left| \hat{\sigma}^2 - \sigma^2 \right| \geq \varepsilon \right) = P\left(\left| \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} - 1 \right| \geq \frac{\varepsilon}{\sigma^2} \right) \to 0.$$

Dengan kata lain terbukti $\hat{\sigma}^2$ konsisten untuk σ^2 sehingga $\frac{\sigma}{\hat{\sigma}} \xrightarrow{p} 1$. Setelah mendapatkan estimator yang konsisten untuk σ^2 maka statistik uji untuk menguji kesamaan bentuk distribusi adalah

$$L_{hit}^F = \sqrt{N} \frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}} \tag{4.17}$$

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa

$$L_{hit}^F = \sqrt{N} \frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}} \xrightarrow{d} U \sim N(0,1)$$

Karena $\sqrt{N}\dfrac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}} \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1)$ dan $\dfrac{\sigma}{\hat{\sigma}} \xrightarrow{p} 1$ maka dengan menggunakan teorema 2.22 diperoleh

$$\sqrt{N}\frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}} = \left(\sqrt{N}\frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\sigma}\right)\left(\frac{\sigma}{\hat{\sigma}}\right) \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1)$$

Jadi terbukti bahwa

$$L_{hit}^{F} = \sqrt{N}\frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}} \xrightarrow{d} U \sim N(0,1)$$

4.2.2 Kesamaan pengaruh perlakuan relatif

Untuk menguji kesamaan pengaruh perlakuan relatif pada sampel berpasangan dibentuk hipotesis untuk kesamaan pengaruh perlakuan relatif yaitu

$H_0^p : p_1 = p_2$

$H_1^p : p_1 \neq p_2$

Statistik uji yang akan dibangun untuk menguji kesamaan pengaruh perlakuan relatif tetap mempertimbangkan $p_2 - p_1$. Menurut Brunner, Puri dan Sun (1995), $\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)$ ekuivalen asimtotis dengan $\sqrt{N}\left[\int_{-\infty}^{\infty} F_1 d\hat{F}_2 - \int_{-\infty}^{\infty} F_2 d\hat{F}_1\right]$.

Berdasarkan definisi $\hat{F}_j$ dan definisi fungsi δ *Dirac* diperoleh

$$\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1) = \sqrt{N}\left[\int_{-\infty}^{\infty} F_1 d\hat{F}_2 - \int_{-\infty}^{\infty} F_2 d\hat{F}_1\right]$$

$$= \sqrt{N}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} F_1(X_{i2}) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} F_2(X_{i1})\right]$$

$$= \sqrt{N}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right)\right]$$

$$= \sqrt{N}\left[\frac{1}{\sqrt{N}\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}\left(F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right)\right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}\left(F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right)$$

Jadi $\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1) = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}\left(F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right).$ (4.18)

Teorema : jika ${\sigma_0}^2$ adalah variansi dari

$$\sqrt{N}\left[\int_{-\infty}^{\infty} F_1 d\hat{F}_2 - \int_{-\infty}^{\infty} F_2 d\hat{F}_1\right] \text{ maka } \frac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\sigma_0} \xrightarrow{d} U \sim N(0,1)$$

Bukti :

Misalkan variabel random $\left(F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right)$, i = 1, 2, …, N identik dan independen dengan

$$S_N = \sum_{i=1}^{N}\left[F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right] \quad (4.19)$$

oleh karena $\sum_{i=1}^{N}\left[F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right] = N(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)$, maka

$$\begin{aligned} E(S_N) &= E\left(\sum_{i=1}^{N}\left[F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right]\right) \\ &= E\left(N(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)\right) \\ &= N\,E(\hat{p}_2 - \hat{p}_1) \\ &= N(p_2 - p_1) \end{aligned}$$

karena $p_2 = p_1$ (Fakta 2) sehingga $E(S_N)=0$ maka berdasarkan teorema limit pusat diperoleh

$$\frac{S_N - E(S_N)}{\sigma_0\sqrt{N}} = \frac{S_N}{\sigma_0\sqrt{N}}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}\left(F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right)}{\sigma_0} \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1)$$

berdasarkan persamaan (4.18) maka

$$\frac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\sigma_0} \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1).$$

Varians $\sigma_0^{\ 2}$ tidak diketahui sehingga harus diestimasi oleh suatu estimator yang konsisten.

Berikut ini disajikan penurunan estimator untuk $\sigma_0^{\ 2}$ yaitu $\hat{\sigma}_0^{\ 2}$. Untuk mendapatkan estimator konsisten, $\sigma_0^{\ 2} = \text{var}\left[F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right]$ diestimasi dengan $\hat{\sigma}_0^{\ 2}$, untuk itu diperlukan dua tahap. Tahap pertama yaitu menentukan $\hat{\sigma}_0^{\ 2}$ yang konsisten untuk $\sigma_0^{\ 2}$. Misalkan

$$\tilde{\sigma}_0^{\ 2} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\left(F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(F_1(X_{i2}) - F_2(X_{i1})\right)\right)^2 \quad (4.20)$$

merupakan estimator yang konsisten untuk $\sigma_0^{\ 2}$, maka berdasarkan definisi kekonvergenan diperoleh $\frac{\sigma_0^{\ 2}}{\tilde{\sigma}_0^{\ 2}} \xrightarrow{l_2} 1$. Agar mendapatkan estimator $\sigma_0^{\ 2}$ dapat dihitung maka fungsi kumulatif F_j diganti dengan fungsi empiris $\hat{F}_j$ sehingga

$$\hat{\sigma}_0^{\ 2} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\left(\hat{F}_1(X_{i2}) - \hat{F}_2(X_{i1})\right) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{F}_1(X_{i2}) - \hat{F}_2(X_{i1})\right)\right)^2 \qquad (4.21)$$

Empiris *mean* distribusi $\hat{H}$ adalah

$$\hat{H}(x) = \frac{1}{2}[\hat{F}_1(x) + \hat{F}_2(x)]$$

$$2N\hat{H}(x) = N\hat{F}_1(x) + N\hat{F}_2(x) \qquad (4.22)$$

$$N\hat{F}_1(x) = 2N\hat{H}(x) - N\hat{F}_2(x) \qquad (4.23)$$

dan *midrank* R_{ij} yaitu

$$R_{ij} = 2N\hat{H}(X_{ij}) + \frac{1}{2} \qquad (4.24)$$

sehingga

$$\hat{\sigma}_0^{\ 2} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(\left(\hat{F}_1(X_{i2}) - \hat{F}_2(X_{i1})\right) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{F}_1(X_{i2}) - \hat{F}_2(X_{i1})\right)\right)^2$$

$$= \frac{1}{N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left(\left(N\hat{F}_1(X_{i2}) - N\hat{F}_2(X_{i1})\right) - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(N\hat{F}_1(X_{i2}) - N\hat{F}_2(X_{i1})\right)\right)^2$$

$$= \frac{1}{N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\Big(\left(2N\hat{H}(X_{i2}) - N\hat{F}_2(X_{i2})\right) - \left(2N\hat{H}(X_{i1}) - N\hat{F}_1(X_{i1})\right) -$$

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\left(2N\hat{H}(X_{i2}) - N\hat{F}_2(X_{i2})\right) - \left(2N\hat{H}(X_{i1}) - N\hat{F}_1(X_{i1})\right)\right)\Big)^2$$

$$= \frac{1}{N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\Bigg(\left(\left(2N\hat{H}(X_{i2}) + \frac{1}{2}\right) - \left(N\hat{F}_2(X_{i2}) + \frac{1}{2}\right)\right) - \left(\left(2N\hat{H}(X_{i1}) + \frac{1}{2}\right) - \left(N\hat{F}_1(X_{i1}) + \frac{1}{2}\right)\right) -$$

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\left(\left(2N\hat{H}(X_{i2}) + \frac{1}{2}\right) - \left(N\hat{F}_2(X_{i2}) + \frac{1}{2}\right)\right) - \left(\left(2N\hat{H}(X_{i1}) + \frac{1}{2}\right) - \left(N\hat{F}_1(X_{i1}) + \frac{1}{2}\right)\right)\right)\Bigg)^2$$

$$= \frac{1}{N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left(\left((R_{i2}-R_{i2}{}^{(2)})-(R_{i1}-R_{i1}{}^{(1)})\right)-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(R_{i2}-R_{i2}{}^{(2)})-(R_{i1}-R_{i1}{}^{(1)})\right)\right)^2$$

$$= \frac{1}{N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left(\left((R_{i2}-R_{i2}{}^{(2)})-(R_{i1}-R_{i1}{}^{(1)})\right)-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(R_{i2}-R_{i1})-(R_{i2}{}^{(2)}-R_{i1}{}^{(1)})\right)\right)^2$$

$$= \frac{1}{N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left(\left((R_{i2}-R_{i2}{}^{(2)})-(R_{i1}-R_{i1}{}^{(1)})\right)-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(R_{i2}-R_{i1})-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(R_{i2}{}^{(2)}-R_{i1}{}^{(1)}\right)\right)^2$$

$$= \frac{1}{N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left(\left((R_{i2}-R_{i2}{}^{(2)})-(R_{i1}-R_{i1}{}^{(1)})\right)-\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(R_{i2}-R_{i1})-\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{N}R_{i2}{}^{(2)}-\sum_{i=1}^{N}R_{i1}{}^{(1)}\right)\right)^2$$

karena $\sum_{i=1}^{N}R_{i2}{}^{(2)}-\sum_{i=1}^{N}R_{i1}{}^{(1)}=0$, maka

$$\hat{\sigma}_0{}^2 = \frac{1}{N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left(\left((R_{i2}-R_{i2}{}^{(2)})-(R_{i1}-R_{i1}{}^{(1)})\right)-\left(\overline{R}_2-\overline{R}_1\right)\right)^2 \qquad (4.25)$$

dengan $\overline{R}_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}R_{ij}, j=1,2$ dan

$$R_{ij}{}^{(j)} = N\hat{F}_j(X_{ij})+\frac{1}{2},\ j=1,2$$

menyatakan midrank dari R_{ij} diantara semua N observasi $X_{1j},\ldots,X_{Nj}$ perlakuan ke-j, karena $E\left|\tilde{\sigma}_0{}^2-\hat{\sigma}_0{}^2\right|^2 = E\left|\frac{\tilde{\sigma}_0{}^2}{\hat{\sigma}_0{}^2}-1\right|^2=0$, maka $\frac{\tilde{\sigma}_0{}^2}{\hat{\sigma}_0{}^2}\xrightarrow{l_2}1$.

Tahap kedua membuktikan $\hat{\sigma}_0{}^2$ konsisten untuk $\sigma_0{}^2$ cukup ditunjukkan oleh $\frac{\sigma_0{}^2}{\hat{\sigma}_0{}^2}\xrightarrow{p}1$. Karena $\frac{\sigma_0{}^2}{\tilde{\sigma}_0{}^2}\xrightarrow{l_2}1$ dan $\frac{\tilde{\sigma}_0{}^2}{\hat{\sigma}_0{}^2}\xrightarrow{l_2}1$, maka berdasarkan definisi kekonvergenan variabel random diperoleh $\frac{\sigma_0{}^2}{\tilde{\sigma}_0{}^2}\xrightarrow{p}1$ dan $\frac{\tilde{\sigma}_0{}^2}{\hat{\sigma}_0{}^2}\xrightarrow{p}1$

sehingga

$$\frac{\sigma_0^{\,2}}{\hat{\sigma}_0^{\,2}} = \left(\frac{\sigma_0^{\,2}}{\tilde{\sigma}_0^{\,2}}\right)\left(\frac{\tilde{\sigma}_0^{\,2}}{\hat{\sigma}_0^{\,2}}\right) \xrightarrow{p} 1$$

Karena itu untuk setiap $\varepsilon > 0$

$$P\left(\left|\hat{\sigma}_0^{\,2} - \sigma_0^{\,2}\right| \geq \varepsilon\right) = P\left(\left|\frac{\hat{\sigma}_0^{\,2}}{\sigma_0^{\,2}} - 1\right| \geq \frac{\varepsilon}{\sigma_0^{\,2}}\right) \to 0$$

Dengan kata lain terbukti $\hat{\sigma}_0^{\,2}$ konsisten untuk $\sigma_0^{\,2}$ sehingga $\frac{\sigma_0}{\hat{\sigma}_0} \xrightarrow{p} 1$.

Setelah mendapatkan estimator yang konsisten untuk $\sigma_0^{\,2}$ maka statistik uji untuk menguji kesamaan pengaruh perlakuan relatif adalah

$$L_N^p = \sqrt{N}\,\frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}_0} \tag{4.26}$$

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa

$$L_{hit}^p = \sqrt{N}\,\frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}_0} \xrightarrow{d} U \sim N(0,1) \tag{4.27}$$

Karena $\sqrt{N}\,\frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}_0} \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1)$ dan $\frac{\sigma_0}{\hat{\sigma}_0} \xrightarrow{p} 1$, maka dengan menggunakan teorema 2.22 diperoleh

$$\sqrt{N}\,\frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}_0} = \left(\sqrt{N}\,\frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\sigma_0}\right)\left(\frac{\sigma_0}{\hat{\sigma}_0}\right) \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1)$$

Jadi terbukti bahwa

$$L_{hit}^p = \sqrt{N}\,\frac{(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}_0} \xrightarrow{d} U \sim N(0,1) \tag{4.28}$$

4.3 Algoritma Uji Hipotesis

Algoritma dibuat berdasarkan teori-teori yang telah dibahas pada sub bab sebelumnya. Pada skripsi ini dibuat 2 algoritma yaitu:

1. Uji Kesamaan bentuk distribusi
   a. Input data berpasangan $X_i = (X_{i1}, X_{i2})$ *dengan* $i = 1,2,\dots,N$
   b. Tentukan Hipotesis Nol $H_0^F : F_1 = F_2$
   c. Tentukan Hipotesis Alternatif $H_1^F : F_1 \neq F_2$
   d. Tentukan tingkat signifikansi α
   e. Hitung Statistik Uji :

$$L_{hit}^F = \frac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}} \quad \text{dengan}$$

$$\hat{p}_2 - \hat{p}_1 = \frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}(R_{i2} - R_{i1})$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{4N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left[(R_{i2} - R_{i1}) - (\overline{R}_2 - \overline{R}_1)\right]^2 \quad \text{dengan}$$

$$\overline{R}_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} R_{ij}$$

   f. Tentukan Keputusan Uji

   Tolak H_0 jika $L_{hit}^F < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ *atau* $L_{hit}^F > z_{\frac{\alpha}{2}}$

2. Uji Kesamaan Pengaruh Perlakuan Relatif
   a. Input data berpasangan $X_i = (X_{i1}, X_{i2})$ *dengan* $i = 1,2,\dots,N$
   b. Tentukan Hipotesis Nol $H_0^p : p_1 = p_2$

c. Tentukan Hipotesis Alternatif $H_1^p : p_1 \neq p_2$

d. Tentukan tingkat signifikansi α

e. Hitung Statistik Uji :

$$L_{hit}^p = \frac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}_0} \quad \text{dengan}$$

$$\hat{p}_2 - \hat{p}_1 = \frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}(R_{i2} - R_{i1})$$

$$\hat{\sigma}_0^{\ 2} = \frac{1}{N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left[(R_{i2} - R_{i1}) - \left(R_{i2}^{(2)} - R_{i1}^{(1)}\right) - \left(\overline{R}_2 - \overline{R}_1\right)\right]^2 \quad \text{dengan}$$

$$\overline{R}_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} R_{ij}$$

f. Tentukan Keputusan Uji

Tolak H_0 jika $L_{hit}^p < -z_{\frac{\alpha}{2}}$ *atau* $L_{hit}^p > z_{\frac{\alpha}{2}}$

4.4. Implementasi Algoritma ke Program Komputer

Program komputer dibuat dengan menggunakan paket program S-Plus. Algoritma yang telah disusun akan dijabarkan ke dalam 2 program yaitu sebagai berikut :

i. Program 1 untuk menguji kesamaan bentuk distribusi pada sampel berpasangan pada lampiran 1.

ii. Progam 2 untuk menguji kesamaan pengaruh perlakuan relatif pada sampel berpasangan pada lampiran 2.

4.5. Data

Data sekunder yang dipakai untuk menguji kesamaan bentuk distribusi dan menguji kesamaan pengaruh perlakuan relatif adalah

1 Data yang diambil dari **Everitt (2001)** tentang berat badan penderita *anorexia.* Data ini diperoleh dari berat badan penderita *anorexia* sebelum dilakukan perawatan *cognitive behavioural* dan sesudah dilakukan perawatan *cognitive behavioural. Anorexia* adalah penyakit kehilangan selera makan yang diakibatkan oleh kebiasaan diet dan umumnya terjadi pada gadis remaja. Perawatan *cognitive behavioural* adalah suatu jenis psikoterapi dengan latihan perilaku untuk menumbuhkan kepercayaan diri. Data selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 3.

2 Data yang diambil dari **Siegel (1992)** tentang skor daya persepsi sosial kanak-kanak pra-TK dan kanak-kanak "rumah". Data selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 4.

4.6. Analisa Data

Analisa data pada data sekunder diharapkan mampu untuk memperjelas pembahasan penulisan dalam skripsi ini. Analisa dilakukan dengan cara melakukan uji kesamaan bentuk distribusi apakah data berdistribusi sama atau tidak dan uji kesamaan pengaruh perlakuan relatif apakah data mempunyai pengaruh perlakuan relatif sama atau tidak

4.6.1 Menguji Kesamaan Bentuk Distribusi

4.6.1.1 Data Berat Badan Penderita *Anorexia*

Dari data dapat dibentuk hipotesis sebagai berikut

H_0^F : Data berdistribusi sama antara sebelum dan sesudah dilakukan perawatan *cognitive behavioural*

H_1^F : Data berdistribusi tidak sama antara sebelum dan sesudah dilakukan perawatan *cognitive behavioural*

atau

$H_0^F : F_1 = F_2$

$H_1^F : F_1 \neq F_2$

dengan menggunakan program 1 (uji kesamaan distibusi) pada lampiran 1 diperoleh $L_{hit}^F = 2.29976$ dan tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$ diperoleh $Z_{tabel} = Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,025} = 1,96$, maka uji kesamaan bentuk distribusi dapat dilakukan dengan cara membandingkan L_{hit}^F dan Z_{tabel}. Oleh karena $L_{hit}^F > Z_{tabel}$. (nilai kritis normal standar) dengan taraf kesalahan 0.05 maka dapat diputuskan bahwa data tersebut berdistribusi tidak sama antara sebelum perawatan *cognitive behavioural* dan sesudah dilakukan perawatan *cognitive behavioural*.

4.6.2 Menguji Kesamaan Pengaruh Perlakuan Relatif

4.6.2.1 Data Berat Badan Penderita *Anorexia*

Dari data dapat dibentuk hipotesis sebagai berikut

H_0^p : Tidak ada perbedaan pengaruh perlakuan relatif antara sebelum dan sesudah dilakukan perawatan *cognitive behavioural*

H_1^p : Ada perbedaan pengaruh perlakuan relatif antara sebelum dan sesudah dilakukan perawatan *cognitive behavioural*

atau

$$H_0^p : p_1 = p_2$$

$$H_1^p : p_1 \neq p_2$$

dengan menggunakan program 2 (uji kesamaan pengaruh perlakuan relatif) pada lampiran 2 diperoleh $L_{hit}^p = 2.164192$ dan tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$ diperoleh $Z_{tabel} = Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,025} = 1,96$, maka uji kesamaan pengaruh perlakuan relatif dapat dilakukan dengan cara membandingkan L_{hit}^p dan Z_{tabel}. Oleh karena $L_{hit}^p > Z_{tabel}$. (nilai kritis normal standar) dengan taraf kesalahan 0.05 maka dapat diputuskan bahwa data tersebut mempunyai pengaruh perlakuan relatif tidak sama yang mengartikan bahwa ada perubahan pengaruh perlakuan relatif sebelum perawatan *Cognitive Behavioural* dan sesudah perawatan *Cognitive Behavioural.*

4.6.2.2 Data Skor Daya persepsi Sosial Kanak-kanak

Dari data dapat dibentuk hipotesis sebagai berikut

0 H_0^p : Tidak ada perbedaan pengaruh perlakuan relatif antara skor daya persepsi sosial anak di pra-TK dan skor daya persepsi sosial anak di rumah.

H_1^p : Ada perbedaan pengaruh perlakuan relatif antara skor daya persepsi sosial anak di pra-TK dan skor daya persepsi sosial anak di rumah.

atau

$$H_0^p : p_1 = p_2$$

$$H_1^p : p_1 \neq p_2$$

dengan menggunakan program 2 (uji kesamaan pengaruh perlakuan relatif) pada lampiran 2 diperoleh $L_{hit}^p = -0.7365705$ dan tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$ diperoleh $Z_{tabel} = Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,025} = 1,96$, maka uji kesamaan pengaruh perlakuan relatif dapat dilakukan dengan cara membandingkan L_{hit}^p dan Z_{tabel}. Oleh karena L_{hit}^p $< Z_{tabel}$ dan L_{hit}^p $>$ -Z_{tabel} (nilai kritis normal standar) dengan taraf kesalahan 0.05 maka dapat diputuskan bahwa data tersebut mempunyai pengaruh perlakuan relatif sama yang mengartikan bahwa tidak ada perubahan pengaruh perlakuan relatif antara skor daya persepsi sosial anak di pra-TK dan skor daya persepsi sosial anak di rumah.

BAB V

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Estimator *unbiased* untuk selisih kedua perlakuan relatif adalah :

$$\hat{p}_2 - \hat{p}_1 = \frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}(R_{i2} - R_{i1})$$

2. Statistik uji untuk menguji kesamaan bentuk distribusi pada sampel berpasangan adalah

$$L_{hit}^{F} = \frac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}} \quad \text{dengan}$$

$$\hat{p}_2 - \hat{p}_1 = \frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}(R_{i2} - R_{i1})$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{4N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left[(R_{i2} - R_{i1}) - (\overline{R}_2 - \overline{R}_1)\right]^2 \quad \text{dengan}$$

$$\overline{R}_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} R_{ij}$$

3. Statistik uji untuk menguji kesamaan pengaruh perlakuan relatif pada sampel berpasangan adalah

$$L_{hit}^{p} = \frac{\sqrt{N}(\hat{p}_2 - \hat{p}_1)}{\hat{\sigma}_0} \quad \text{dengan}$$

$$\hat{p}_2 - \hat{p}_1 = \frac{1}{2N^2}\sum_{i=1}^{N}\left(R_{i2} - R_{i1}\right)$$

$$\hat{\sigma}_0^{\ 2} = \frac{1}{N^2(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left[\left(R_{i2} - R_{i1}\right) - \left(R_{i2}^{(2)} - R_{i1}^{(1)}\right) - \left(\overline{R}_2 - \overline{R}_1\right)\right]^2$$ dengan

$$\overline{R}_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} R_{ij}$$

4. Dari hasil studi kasus tentang uji kesamaan bentuk distribusi dan kesamaan pengaruh perlakuan relatif pada data berat badan penderita *anorexia* sebelum dilakukan perawatan *cognitive behavioural* dan sesudah dilakukan perawatan *cognitive behavioural*, dengan menggunakan α = 0,05, dimana $Z_{tabel} = Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,025} = 1{,}96$ akan diperoleh hasil bahwa data tersebut distribusinya tidak sama dan pengaruh perlakuan relatifnya juga tidak sama, sedangkan pada data skor daya persepsi sosial kanak-kanak "pra-TK" dan kanak-kanak "rumah" diperoleh hasil bahwa data tersebut berdistribusi sama dan pengaruh perlakuannya juga sama.

Program S-Plus digunakan untuk menguji kesamaan bentuk distribusi pada program ujikesamaandistribusi<-function(data,alpha), selanjutnya untuk menguji kesamaan pengaruh perlakuan relatif pada program ujikesamaanperlakuan<-function(data,alpha).

DAFTAR PUSTAKA

Brunner, Puri and Sun. 1995. *Nonparametric Method for Stratified Two Sample Designs with Application to Multiclinic Trials*. Journal American Statistics Association **90**. 1004-1014.

Casella, G and Berger, L.R. 1990. *Statistic Inference*. Duxburi press. AIWPC, California.

Conover, W.J. 1980. *Practical Nonparametric Statistics*, edisi 2. John Willey and Sons, New York.

Daniel, Wayne W., 1989, *Statistika Nonparametrik Terapan*, PT Gramedia, Jakarta.

Fligner, M and Policello,G. 1981. *Robust rank procedures from the Behrens-Fisher Problem*. Journal American Statistics Association **76**. 162-168.

Hogg, R.V and Craig, A.F. 1978. *Introduction to Mathematical Statistics*. Macmillan, New York.

Hogg and Craig. 1995. *Introduction to Mathematical Statistics*. Fifth Edition.

Prentice Hall, Englewood Clieff, new Jersey.

Munzel, U. 1999. *Nonparametric methods for paired samples*. Statistical Neerlandica **53**. 277-286.

Owen, A.B. 1988. *Empirical Likelihood Ratio Confidence Interval for a Single Functional*. Biometrika. Vol.75. hal 234-249.

Fisz, Marek. 1963. *Probability Theory and Mathematical Statistics*. Third Edition John Willey and Sons, New York.

Purnama, S dan Soejoeti, Z. 2002. *Statistika Rank Linier Untuk Masalah Sampel Berpasangan*. Forum MIPA Vol 1.No 2. hal 57-64.

Siegel, Sidney. 1992. *Statistik Nonparametrik Untuk Ilmu-ilmu Sosial*. PT Gramedia, Jakarta.

Lampiran 1

Program Uji Untuk Menguji Kesamaan Bentuk Distribusi Pada Sampel Berpasangan

```
ujikesamaandistribusi<-function(x,y,alpha)
{
   x<-as.vector(x)
   y<-as.vector(y)
   n<-length(x)
   z<-c(x,y)
   R<-rank(z)
   R1<-R[1:(n)]
   R2<-R[(n+1):(2*n)]
   p<-1/(2*n^2)*sum(R2-R1)
   Rbar2<-1/n*sum(R2)
   Rbar1<-1/n*sum(R1)
   sigma2<-(1/(4*(n^2)*(n-1)))*sum(((R2-R1)-(Rbar2-
   Rbar1))^2)
   sigma<-sqrt((sigma2))
   cat("\t--------------------------------\n")
   cat("\tuji kesamaan distribusi\n")
   cat("\t--------------------------------\n")
   cat("\n\t  H0 : F1=F2 \n")
   cat(" \t H1 : F1=!F2   \n\n")
   cat("\tTingkat signifikansi alpha =",alpha,"\n")
   LhitF<-(sqrt(n)*(p))/sigma
   ztabel<-qnorm(1-alpha)
   if(LhitF<(-ztabel)|LhitF>ztabel)
         {
         cat("\tkeputusan : Tolak H0 \n")}
      else cat("\tkeputusan : Terima H0\n")

         return(p,R,R1,R2,sigma2,sigma,LhitF)
}
```

Lampiran 2

Program Uji Untuk Menguji Kesamaan Pengaruh Perlakuan Relatif Pada Sampel Berpasangan

```
ujikesamaanperilaku<-function(x,y,alpha)
{
   x<-as.vector(x)
   y<-as.vector(y)
   n<-length(x)
   z<-c(x,y)
   R<-rank(z)
   R1<-R[1:(n)]
   R2<-R[(n+1):(2*n)]
   p<-1/(2*n^2)*sum(R2-R1)
   Rbar2<-1/n*sum(R2)
   Rbar1<-1/n*sum(R1)
   R11<-rank(x)
   R12<-rank(y)
   sigmap2<-1/(n^2*(n-1))*sum(((R2-R1)-(Rbar2-Rbar1)-(R12-
   R11))^2)
   sigmap<-sqrt((sigmap2))
   cat("\t----------------------\n")
   cat("\tuji kesamaan perlakuan\n")
   cat("\t----------------------\n")
   cat("\n\t H0 : P1=P2  \n")
   cat("\t H1 : P1=!P2\n\n")
   cat("\tTingkat signifikansi alpha =",alpha,"\n")
   LhitP<-(sqrt(n)*(p))/sigmap
   ztabel<-qnorm(1-alpha)
   if(LhitP<(-ztabel)|LhitP>ztabel)
         {
         cat("\tkeputusan : Tolak H0 \n")}
         else cat("\tkeputusan : Terima H0\n")

         return(R,R11,R12,sigmap2,sigmap,LhitP)
}
```

Lampiran 3

Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum dan Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural* (Kg)
(Sumber : Everitt, 2001)

No	Sebelum	Sesudah
1	80.5	82.2
2	84.9	85.6
3	81.5	81.4
4	82.6	81.9
5	79.9	76.4
6	88.7	103.6
7	94.9	98.4
8	76.3	93.4
9	81.0	73.4
10	80.5	82.1
11	85.0	96.7
12	89.2	95.3
13	81.3	82.4
14	76.5	72.5
15	70.0	90.9
16	80.4	71.3
17	83.3	85.4
18	83.0	81.6
19	87.7	89.1
20	84.2	83.9
21	86.4	82.7
22	76.5	75.7
23	80.2	82.6
24	87.8	100.4
25	83.3	85.2
26	79.7	83.6
27	84.5	84.6
28	80.8	96.2
29	87.4	86.7
30	80.7	80.2

Lampiran 4

Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK" dan Kanak-kanak "Rumah"
(Sumber : Siegel, 1992)

Pasangan	Skor daya persepsi sosial anak kembar di pra-TK	Skor daya persepsi sosial anak kembar di rumah
1	82	63
2	69	42
3	73	74
4	43	37
5	58	51
6	56	43
7	76	80
8	85	82
9	50	80

Lampiran 5

Output Uji Kesamaan Bentuk Distribusi pada Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum dan Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural*

```
> ujikesamaandistribusi(p,q,0.05)
        -------------------------
        uji kesamaan distribusi
        -------------------------

         H0 : F1=F2
         H1 : F1=!F2

        Tingkat signifikansi alpha = 0.05
        keputusan : Tolak H0
$p:
[1] 0.1122222

$R:
 [1] 15.5 39.0 22.0 28.5 11.0 49.0 54.0  6.0 19.0 15.5 40.0 51.0 20.0
[14]  8.5  1.0 14.0 32.5 31.0 47.0 36.0 44.0  8.5 12.5 48.0 32.5 10.0
[27] 37.0 18.0 46.0 17.0 26.0 43.0 21.0 24.0  7.0 60.0 58.0 53.0  4.0
[40] 25.0 57.0 55.0 27.0  3.0 52.0  2.0 42.0 23.0 50.0 35.0 30.0  5.0
[53] 28.5 59.0 41.0 34.0 38.0 56.0 45.0 12.5

$R1:
 [1] 15.5 39.0 22.0 28.5 11.0 49.0 54.0  6.0 19.0 15.5 40.0 51.0 20.0
[14]  8.5  1.0 14.0 32.5 31.0 47.0 36.0 44.0  8.5 12.5 48.0 32.5 10.0
[27] 37.0 18.0 46.0 17.0

$R2:
 [1] 26.0 43.0 21.0 24.0  7.0 60.0 58.0 53.0  4.0 25.0 57.0 55.0 27.0
[14]  3.0 52.0  2.0 42.0 23.0 50.0 35.0 30.0  5.0 28.5 59.0 41.0 34.0
[27] 38.0 56.0 45.0 12.5

$sigma2:
[1] 0.0714355

$sigma:
[1] 0.2672742

$LhitF:
[1] 2.29976
```

Lampiran 6

Output Uji Kesamaan Bentuk Distribusi pada Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK" dan Kanak-kanak "Rumah"

```
> ujikesamaandistribusi(a,b,0.05)
        -------------------------
        uji kesamaan distribusi
        -------------------------

         H0 : F1=F2
         H1 : F1=!F2

        Tingkat signifikansi alpha = 0.05
        keputusan : Terima H0
$p:
[1] -0.08024691

$R:
 [1] 16.5 10.0 11.0  3.5  8.0  7.0 13.0 18.0  5.0  9.0  2.0 12.0  1.0
[14]  6.0  3.5 14.5 16.5 14.5

$R1:
[1] 16.5 10.0 11.0  3.5  8.0  7.0 13.0 18.0  5.0

$R2:
[1]  9.0  2.0 12.0  1.0  6.0  3.5 14.5 16.5 14.5

$sigma2:
[1] 0.08476938

$sigma:
[1] 0.2911518

$LhitF:
[1] -0.8268564
```

Lampiran 7

Output Uji Kesamaan Pengaruh Perlakuan Relatif pada Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum dan Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural*

```
> ujikesamaanperilaku(p,q,0.05)
        ----------------------
        uji kesamaan perlakuan
        ----------------------

         H0 : P1=P2
         H1 : P1=!P2

        Tingkat signifikansi alpha = 0.05
        keputusan : Tolak H0
$R:
 [1] 15.5 39.0 22.0 28.5 11.0 49.0 54.0  6.0 19.0 15.5 40.0 51.0 20.0
[14]  8.5  1.0 14.0 32.5 31.0 47.0 36.0 44.0  8.5 12.5 48.0 32.5 10.0
[27] 37.0 18.0 46.0 17.0 26.0 43.0 21.0 24.0  7.0 60.0 58.0 53.0  4.0
[40] 25.0 57.0 55.0 27.0  3.0 52.0  2.0 42.0 23.0 50.0 35.0 30.0  5.0
[53] 28.5 59.0 41.0 34.0 38.0 56.0 45.0 12.5

$R11:
 [1]  9.5 22.0 15.0 16.0  6.0 28.0 30.0  2.0 13.0  9.5 23.0 29.0 14.0
[14]  3.5  1.0  8.0 18.5 17.0 26.0 20.0 24.0  3.5  7.0 27.0 18.5  5.0
[27] 21.0 12.0 25.0 11.0

$R12:
 [1] 11 20  7  9  5 30 28 24  3 10 27 25 12  2 23  1 19  8 22 16 14  4
[23] 13 29 18 15 17 26 21  6

$sigmap2:
[1] 0.08066539

$sigmap:
[1] 0.2840165

$LhitP:
[1] 2.164192
```

Lampiran 8

Output Uji Kesamaan Pengaruh Perlakuan Relatif pada Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK" dan Kanak-kanak "Rumah"

```
> ujikesamaanperilaku(a,b,0.05)
        ----------------------
        uji kesamaan perlakuan
        ----------------------

         H0 : P1=P2
         H1 : P1=!P2

        Tingkat signifikansi alpha = 0.05
        keputusan : Terima H0
$R:
 [1] 16.5 10.0 11.0  3.5  8.0  7.0 13.0 18.0  5.0  9.0  2.0 12.0  1.0
[14]  6.0  3.5 14.5 16.5 14.5

$R11:
[1] 8 5 6 1 4 3 7 9 2

$R12:
[1] 5.0 2.0 6.0 1.0 4.0 3.0 7.5 9.0 7.5

$sigmap2:
[1] 0.1068244

$sigmap:
[1] 0.32684

$LhitP:
[1] -0.7365705
```

Lampiran 9

Tabel Distribusi Normal Standart

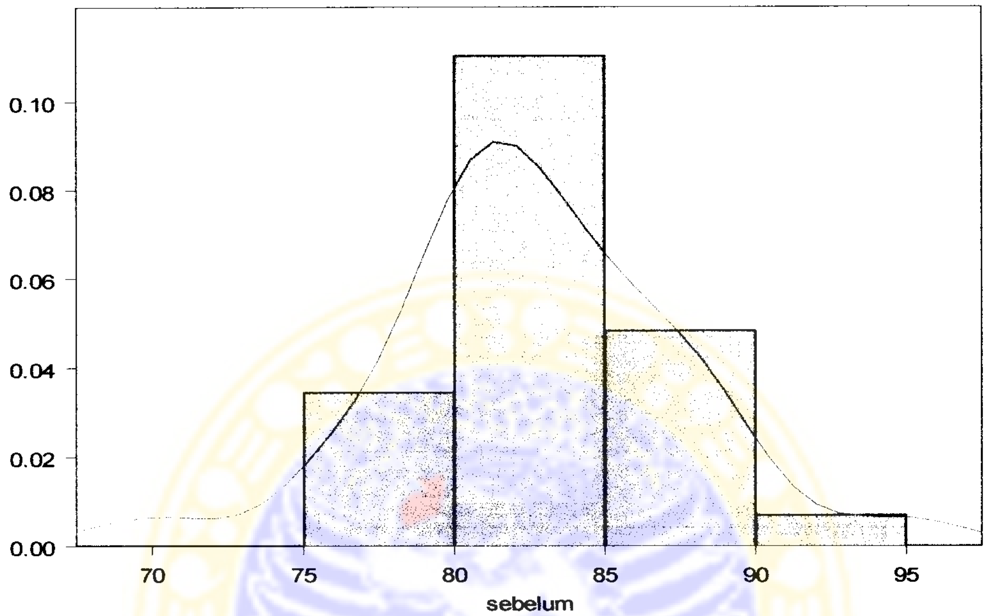
Table of the Standard Normal Distribution Function

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du$$

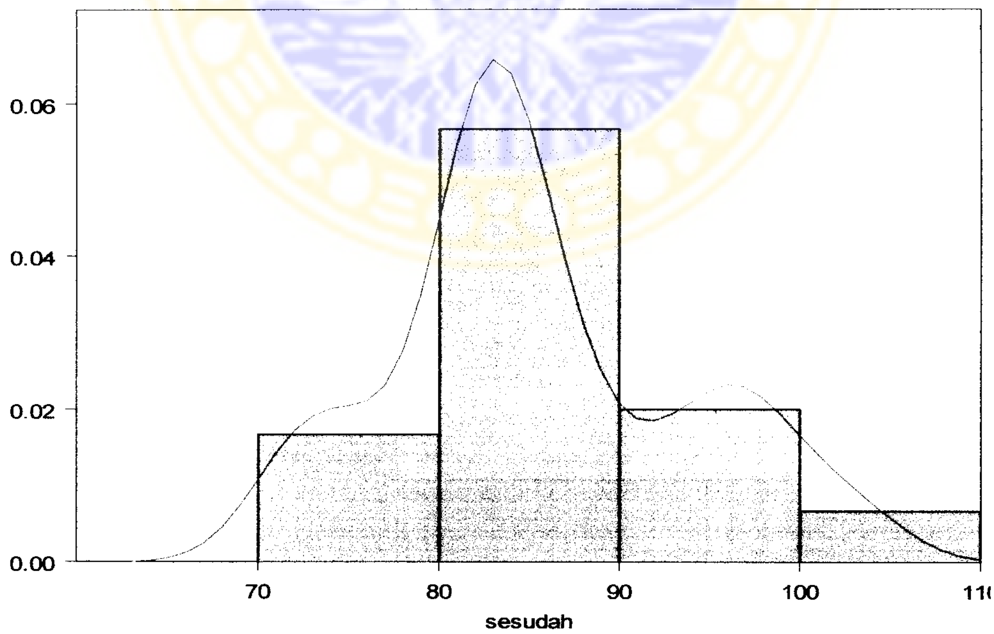
x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	0.5000	0.60	0.7257	1.20	0.8849	1.80	0.9641	2.40	0.9918
0.01	0.5040	0.61	0.7291	1.21	0.8869	1.81	0.9649	2.41	0.9920
0.02	0.5080	0.62	0.7324	1.22	0.8888	1.82	0.9656	2.42	0.9922
0.03	0.5120	0.63	0.7357	1.23	0.8907	1.83	0.9664	2.43	0.9925
0.04	0.5160	0.64	0.7389	1.24	0.8925	1.84	0.9671	2.44	0.9927
0.05	0.5199	0.65	0.7422	1.25	0.8944	1.85	0.9678	2.45	0.9929
0.06	0.5239	0.66	0.7454	1.26	0.8962	1.86	0.9686	2.46	0.9931
0.07	0.5279	0.67	0.7486	1.27	0.8980	1.87	0.9693	2.47	0.9932
0.08	0.5319	0.68	0.7517	1.28	0.8997	1.88	0.9699	2.48	0.9934
0.09	0.5359	0.69	0.7549	1.29	0.9015	1.89	0.9706	2.49	0.9936
0.10	0.5398	0.70	0.7580	1.30	0.9032	1.90	0.9713	2.50	0.9938
0.11	0.5438	0.71	0.7611	1.31	0.9049	1.91	0.9719	2.52	0.9941
0.12	0.5478	0.72	0.7642	1.32	0.9066	1.92	0.9726	2.54	0.9945
0.13	0.5517	0.73	0.7673	1.33	0.9082	1.93	0.9732	2.56	0.9948
0.14	0.5557	0.74	0.7704	1.34	0.9099	1.94	0.9738	2.58	0.9951
0.15	0.5596	0.75	0.7734	1.35	0.9115	1.95	0.9744	2.60	0.9953
0.16	0.5636	0.76	0.7764	1.36	0.9131	1.96	0.9750	2.62	0.9956
0.17	0.5675	0.77	0.7794	1.37	0.9147	1.97	0.9756	2.64	0.9959
0.18	0.5714	0.78	0.7823	1.38	0.9162	1.98	0.9761	2.66	0.9961
0.19	0.5753	0.79	0.7852	1.39	0.9177	1.99	0.9767	2.68	0.9963
0.20	0.5793	0.80	0.7881	1.40	0.9192	2.00	0.9773	2.70	0.9965
0.21	0.5832	0.81	0.7910	1.41	0.9207	2.01	0.9778	2.72	0.9967
0.22	0.5871	0.82	0.7939	1.42	0.9222	2.02	0.9783	2.74	0.9969
0.23	0.5910	0.83	0.7967	1.43	0.9236	2.03	0.9788	2.76	0.9971
0.24	0.5948	0.84	0.7995	1.44	0.9251	2.04	0.9793	2.78	0.9973
0.25	0.5987	0.85	0.8023	1.45	0.9265	2.05	0.9798	2.80	0.9974
0.26	0.6026	0.86	0.8051	1.46	0.9279	2.06	0.9803	2.82	0.9976
0.27	0.6064	0.87	0.8079	1.47	0.9292	2.07	0.9808	2.84	0.9977
0.28	0.6103	0.88	0.8106	1.48	0.9306	2.08	0.9812	2.86	0.9979
0.29	0.6141	0.89	0.8133	1.49	0.9319	2.09	0.9817	2.88	0.9980
0.30	0.6179	0.90	0.8159	1.50	0.9332	2.10	0.9821	2.90	0.9981
0.31	0.6217	0.91	0.8186	1.51	0.9345	2.11	0.9826	2.92	0.9983
0.32	0.6255	0.92	0.8212	1.52	0.9357	2.12	0.9830	2.94	0.9984
0.33	0.6293	0.93	0.8238	1.53	0.9370	2.13	0.9834	2.96	0.9985
0.34	0.6331	0.94	0.8264	1.54	0.9382	2.14	0.9838	2.98	0.9986
0.35	0.6368	0.95	0.8289	1.55	0.9394	2.15	0.9842	3.00	0.9987
0.36	0.6406	0.96	0.8315	1.56	0.9406	2.16	0.9846	3.05	0.9989
0.37	0.6443	0.97	0.8340	1.57	0.9418	2.17	0.9850	3.10	0.9990
0.38	0.6480	0.98	0.8365	1.58	0.9429	2.18	0.9854	3.15	0.9992
0.39	0.6517	0.99	0.8389	1.59	0.9441	2.19	0.9857	3.20	0.9993
0.40	0.6554	1.00	0.8413	1.60	0.9452	2.20	0.9861	3.25	0.9994
0.41	0.6591	1.01	0.8437	1.61	0.9463	2.21	0.9864	3.30	0.9995
0.42	0.6628	1.02	0.8461	1.62	0.9474	2.22	0.9868	3.35	0.9996
0.43	0.6664	1.03	0.8485	1.63	0.9485	2.23	0.9871	3.40	0.9997
0.44	0.6700	1.04	0.8508	1.64	0.9495	2.24	0.9875	3.45	0.9997
0.45	0.6736	1.05	0.8531	1.65	0.9505	2.25	0.9878	3.50	0.9998
0.46	0.6772	1.06	0.8554	1.66	0.9515	2.26	0.9881	3.55	0.9998
0.47	0.6808	1.07	0.8577	1.67	0.9525	2.27	0.9884	3.60	0.9998
0.48	0.6844	1.08	0.8599	1.68	0.9535	2.28	0.9887	3.65	0.9999
0.49	0.6879	1.09	0.8621	1.69	0.9545	2.29	0.9890	3.70	0.9999
0.50	0.6915	1.10	0.8643	1.70	0.9554	2.30	0.9893	3.75	0.9999
0.51	0.6950	1.11	0.8665	1.71	0.9564	2.31	0.9896	3.80	0.9999
0.52	0.6985	1.12	0.8686	1.72	0.9573	2.32	0.9898	3.85	0.9999
0.53	0.7019	1.13	0.8708	1.73	0.9582	2.33	0.9901	3.90	1.0000
0.54	0.7054	1.14	0.8729	1.74	0.9591	2.34	0.9904	3.95	1.0000
0.55	0.7088	1.15	0.8749	1.75	0.9599	2.35	0.9906	4.00	1.0000
0.56	0.7123	1.16	0.8770	1.76	0.9608	2.36	0.9909		
0.57	0.7157	1.17	0.8790	1.77	0.9616	2.37	0.9911		
0.58	0.7190	1.18	0.8810	1.78	0.9625	2.38	0.9913		
0.59	0.7224	1.19	0.8830	1.79	0.9633	2.39	0.9916		

Lampiran 10

Grafik Sebaran Distribusi Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum dan Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural*



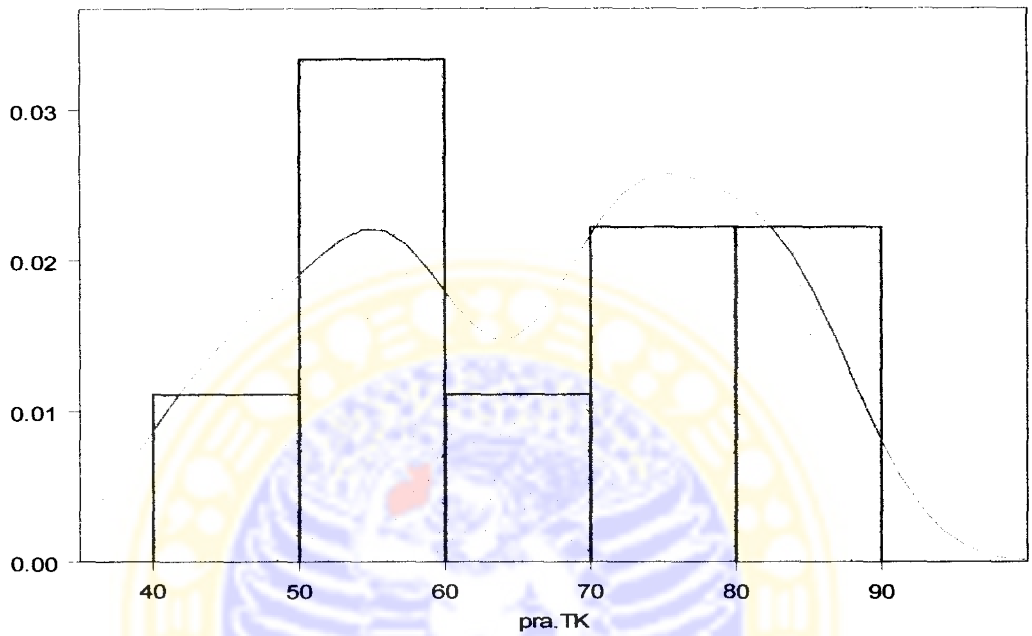
Grafik Sebaran Distribusi Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum Perawatan *Cognitive Behavioural*



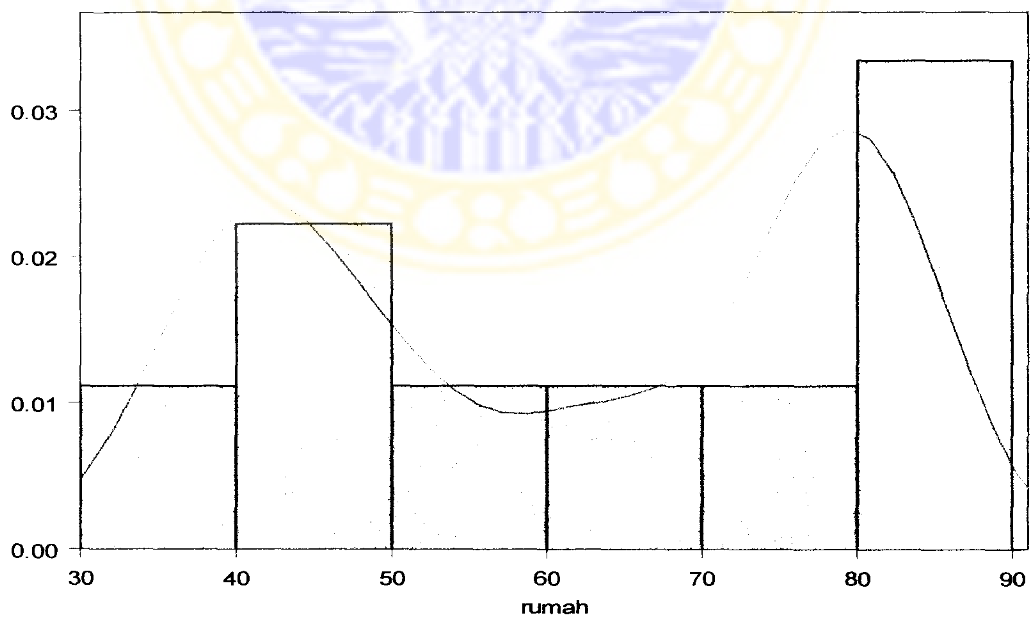
Grafik Sebaran Distribusi Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural*

Lampiran 11

Grafik Sebaran Distribusi Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK" dan Kanak-kanak "Rumah"



Grafik Sebaran Distribusi Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK"



Grafik Sebaran Distribusi Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Rumah"

Lampiran 12

Hasil Kolmogorov-Smirnov Godness of Fit Test Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum dan Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural*

1. **Hasil Kolmogorov-Smirnov Godness of Fit Test Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sebelum Perawatan *Cognitive Behavioural***

```
> ks.gof(anorexia[,1],distribution="normal")

        One sample Kolmogorov-Smirnov Test of Composite Normality

data:  anorexia[, 1]
ks = 0.1369, p-value = 0.5
alternative hypothesis:
  True cdf is not the normal distn. with estimated parameters
sample estimates:
 mean of x standard deviation of x
  82.62333              4.775056

Warning messages:
  The Dallal-Wilkinson approximation, used to calculate
    the p-value in testing composite normality,
    is most accurate for p-values <= 0.10 .
   The calculated p-value is 0.158 and so is set to 0.5 . in: dall.wilk(test, nx)
```

2. **Hasil Kolmogorov-Smirnov Godness of Fit Test Data Berat Badan Penderita *Anorexia* Sesudah Perawatan *Cognitive Behavioural***

```
> ks.gof(anorexia[,2],distribution="normal")

        One sample Kolmogorov-Smirnov Test of Composite Normality

data:  anorexia[, 2]
ks = 0.1625, p-value = 0.042
alternative hypothesis:
  True cdf is not the normal distn. with estimated parameters
sample estimates:
 mean of x standard deviation of x
  85.51333              8.267791
```

Dari hasil diatas diperoleh bahwa data berat badan penderita *anorexia* sebelum perawatan *Cognitive Behavioural* berdistribusi Normal, sedangkan data berat badan penderita *anorexia* sesudah perawatan *Cognitive Behavioural* tidak berdistribusi Normal.

Lampiran 13

Hasil Kolmogorov-Smirnov Godness of Fit Test Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK" dan Kanak-kanak "Rumah"

1. **Hasil Kolmogorov-Smirnov Godness of Fit Test Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Pra-TK"**

```
> ks.gof(persepsi[,1],distribution="normal")

        One sample Kolmogorov-Smirnov Test of Composite Normality

data:  persepsi[, 1]
ks = 0.1464, p-value = 0.5
alternative hypothesis:
  True cdf is not the normal distn. with estimated parameters
sample estimates:
 mean of x standard deviation of x
  65.77778             14.67803

Warning messages:
  The Dallal-Wilkinson approximation, used to calculate
    the p-value in testing composite normality,
    is most accurate for p-values <= 0.10 .
  The calculated p-value is 1.133 and so is set to 0.5 . in: dall.wilk(test, nx)
```

2. **Hasil Kolmogorov-Smirnov Godness of Fit Test Data Skor Daya Persepsi Sosial Kanak-kanak "Rumah"**

```
> ks.gof(persepsi[,2],distribution="normal")

        One sample Kolmogorov-Smirnov Test of Composite Normality

data:  persepsi[, 2]
ks = 0.1993, p-value = 0.5
alternative hypothesis:
  True cdf is not the normal distn. with estimated parameters
sample estimates:
 mean of x standard deviation of x
  61.33333             18.35756

Warning messages:
  The Dallal-Wilkinson approximation, used to calculate
    the p-value in testing composite normality,
    is most accurate for p-values <= 0.10 .
  The calculated p-value is 0.43 and so is set to 0.5 . in: dall.wilk(test, nx)
```

Dari hasil diatas diperoleh bahwa data skor daya persepsi sosial kanak-kanak "pra-TK" berdistribusi Normal dan data skor daya persepsi sosial kanak-kanak "rumah" juga berdistribusi Normal.