INFERENSI PARAMETER DISTRIBUSI RAYLEIGH PADA DATA TERSENSOR TIPE II DENGAN METODE BAYES

S K R I P S I

OKTI PUSPITA WULAN SARI

PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA
2012

INFERENSI PARAMETER DISTRIBUSI RAYLEIGH PADA DATA TAHAN HIDUP TERSENSOR TIPE II DENGAN METODE BAYES

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga

Disetujui Oleh :

Pembimbing I	Pembimbing II
Toha Saifudin, S.Si, M.Si	**Drs. Eko Tjahjono, M.Si.**
NIP. 19750106 199903 1 002	**NIP.19600706 198011001**

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : **Inferensi Parameter Distribusi Rayleigh Pada Data Tahan Hidup Tersensor Tipe II Dengan Metode Bayes**

Penyusun : **Okti Puspita Wulan Sari**

NIM : **080710050**

Tanggal Ujian : **9 januari 2012**

Disetujui oleh :

Pembimbing I	Pembimbing II
Toha Saifudin, S.Si, M.Si.	**Drs. Eko Tjahjono, M.Si.**
NIP. 19750106 199903 1 002	**NIP.19600706 19801 1 001**

Mengetahui

Ketua Program Studi S-1 matematika
Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Dr. Miswanto,M.Si.
NIP. 19680204 199303 1 002

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seijin penulis dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah.

KATA PENGANTAR

Terima kasih puji syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Esa atas segala karunia-NYA sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul ” **Inferensi Parameter Distribusi Rayleigh Pada Data Tahan Hidup Tersensor Tipe II Dengan Metode Bayes”**. Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tak lepas dari kekurangan dan kesalahan. Untuk itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun sehingga dapat dijadikan acuan untuk penyusunan tugas-tugas selanjutnya.

Dalam kesempatan ini penyusun mengucapkan rasa terima kasih yang tulus kepada :

1. Keluarga saya, terutama pada kedua orang tua bapak Imam Suyadi dan Ibu Anik Tri Sunarmi yang selalu memberikan dukungan baik secara material maupun secara spiritual. Serta saudara laki-laki Ferry Andhika Primadhana yang selalu memberikan masukan dan nasehat.
2. Pak Toha Saifudin, S.Si, M.Si dan pak Drs. Eko Tjahjono, M.Si selaku dosen pembimbing yang telah memberikan banyak arahan dan masukan dalam penyusunan skripsi ini.
3. Pak Drs. Sediono,M.Si dan ibu Dra.Utami Dyah Purwati, M.Si selaku dosen penguji skripsi saya.
4. Bu Dra.Inna Kuswandari,M.Si selaku dosen wali saya.
5. Pak Dr. Miswanto selaku kepala departemen Matematika.
6. Nenekku dan seluruh anggota keluarga besarku di kota Surabaya.
7. Saudara – saudaraku di Gen Linto yang telah memberi semangat dan mendukung saya.
8. Sahabat – sahabatku selama perkuliahan (Amanda Aulia, Putri Wulan Septiani dan Risna Nainggolan.
9. Sahabat – sahabatku Iga Hendarto dan Angga Yanuasta Kusuma terima kasih atas motivasi yang kalian berikan selama ini.
10. Kakakku Ibnu Malik makasih buat doanya.

11. Semua teman-teman Matematika angkatan 2007 yang tidak bisa saya sebutkan satu persatu yang telah memeberikan semangatnnya dan terima kasih atas kebaikannya.
12. Teman – teman KKN BBM 43 wiyung , terima kasih atas solidaritasnya.
13. Mas Edi, Mas Koni, Mas Aziz,Mas Yusuf dan Mas Milan terima kasih atas bantuannya.
14. Serta rekan-rekan yang lain yang tidak dapat disebutkan satu per satu, terima kasih atas segala bantuan dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dari pembaca.

Akhir kata penulis berharap agar proposal ini bermanfaat bagi para pembaca.

Surabaya, 26 januari 2012

Penyusun,

Okti Puspita Wulansari

Okti Puspita Wulansari, 2012. **Inferensi Parameter Distribusi Rayleigh Pada Data Tahan Hidup Tersensor Tipe II Dengan Metode Bayes**. Skripsi ini di bawah bimbingan Toha Saifudin, S.Si, M.Si dan Drs. Eko Tjahjono, M.Si, Departemen Matematika. Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Pada skripsi ini, dibahas tentang penentuan estimator titik dan inferensi statistik yang berupa interval kepercayaan, rata-rata lama waktu percobaan serta fungsi survival distribusi Rayleigh pada data tahan hidup tersensor tipe II. Pada proses estimasi titik digunakan metode Bayes yang menggabungkan informasi sampel dan distribusi Prior dari parameter ke dalam bentuk distribusi Posterior. Dalam menentukan distribusi Prior, penulis menggunakan metode Prior Jeffrey. Berdasarkan kriteria fungsi kerugian kuadratik, diperoleh estimator parameter berupa *mean* dari distribusi Posterior. Estimator parameter distribusi Rayleigh pada data tersensor tipe II menggunakan metode Bayes diperoleh dalam bentuk yang eksplisit. Dengan menggunakan software Mathematica, untuk kasus data daya tahan pasien penyakit AIDS untuk usia 1-4 tahun dengan n dan r, masing-masing sebesar 30 dan 28, diperoleh bentuk estimasi titik sebagai berikut

$$\hat{\lambda} = \frac{2r}{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}$$

Kemudian diperoleh interval kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ bagi λ sebagai berikut :

$$\Pr(c_1 \leq \lambda \leq c_2 | x) = (1-\alpha)$$

Nilai rata-rata lama waktu berhentinya percobaan diselesaikan dengan *software* Mathematica.

Hasil yang diperolehun untuk n = 30 dan r = 28, estimator titik parameter untuk $\hat{\lambda}$ sebesa 0.00255556, interval kepercayaan bagi λ adalah $0.00169815 \leq \lambda \leq 0.00358541$, harapan lama waktu percobaan sebesar 24,78 bulan dan fungsi survival adalah 0,36%.

Kata Kunci : *Sampel Tersensor Tipe II, Distribusi Rayleigh, Metode Prior Jeffrey, Metode Bayes.*

Okti Puspita, 2012. **Parameter Inferention of Rayleigh Distribution Type II Censored Sample on Bayes**. This final project is supervised by Toha Saifudin, S.Si, M.Si and Drs.Eko Tjahjono, M.Si, Mathematics Department, Fakulty of Sains and Technology, Airlangga University.

ABSTRACT

In this final project, discussed about fixation of point estimation, property of estimator and its statistical inference as confidence interval, expectation experiment duration and survival function of the Rayleigh distribution for type II censored sample. At this point estimation process used bayes method. Bayes estimation is an estimated method which is joining the information sample with Prior distribution into Posterior distribution. In determining Prior distribution, writer use Prior Jeffrey method. Based on the criteria of risk function quadratic,we obtained the parameter of estimator is mean Posterior distribution. Parameter estimator of Rayleigh distribution in type II censored data base on bayes is obtained in explicit form. By using Mathematica Software, for the case of resistance data AIDS patients aged 1- 4 old with n and r respectively by 30 and 28.

As the result, the estimator is $\hat{\lambda} = \frac{2r}{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}$. Then the confidence interval

$(1-\alpha)100\%$ for λ is $\Pr(c_1 \leq \lambda \leq c_2 | x) = (1-\alpha)$

the expectation experiment duration solved with *software* Mathematica.

The result obtained for n = 30 dan r = 28 and point estimate of $\hat{\lambda}$ is 0.00255556, the confidence interval for λ is $0.00169815 \leq \lambda \leq 0.00358541$ then the expectation experiment duration is 24,78 months and the survival function is 0,36.

Key Words : *Type II Censored samples , Rayleigh distribution, Prior Jeffrey Method, Bayes Method.*

.

DAFTAR ISI

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Seiring dengan perkembangan zaman disertai pula meningkatnya perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, mendorong meningkatnya pola berpikir seseorang. Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi menyebar dalam berbagai bidang. Dalam bidang matematika, cabang statistika sudah berkembang begitu jauh dengan adanya penemuan berbagai metode analisis untuk berbagai keperluan inferensi, estimasi, pengujian dan peramalan. Salah satu cara menganalisis yang dipergunakan dalam cabang ilmu statistika adalah analisis data tahan hidup. Ruang lingkup penggunaan tahan hidup diantaranya dalam bidang tekhnik, biologi, rekayasa dan kedokteran.

Dalam bidang kesehatan terdapat analisis data tahan hidup *(survival)*. Analisis data uji tahan hidup merupakan salah satu teknik statistika yang berguna untuk melakukan pengujian tentang keandalan komponen suatu produk atau pengukuran lamanya tahan hidup seorang pasien dalam pengobatan suatu penyakit. Keandalan suatu produk adalah peluang tidak terjadinya kerusakan suatu alat untuk melakukan fungsinya secara wajar pada periode waktu yang ditentukan (Lawless, 1982).

Dalam melakukan analisis data uji hidup dibutuhkan data tahan hidup yang meliputi waktu tahan hidup dan status waktu tahan hidup dari obyek yang diteliti. Pencatatan waktu tahan hidup suatu produk atau waktu tahan hidup seorang pasien dalam pengobatan suatu penyakit. Ada tiga tipe yaitu pada tersensor tipe I data tersensor semua obyek diamati sampai waktu yang ditentukan. Pada data tersensor tipe II pengamatan berakhir sampai obyek (r buah) dari semua obyek yang diteliti (n) telah mati dengan ($r < n$), sehingga masih ada sebagian obyek yang masih tetap hidup (n-r buah) menurut Lawless (1982). Pada data tersensor tipe III, obyek masuk dalam pengujian pada waktu yang tidak bersamaan selama periode waktu yang telah ditentukan. Beberapa obyek yang mati atau gagal sebelum pengamatan berakhir mempunyai data tahan hidup, sebagian lain masih tetap hidup sampai waktu pengujian berakhir, sebagian lagi ada yang masih hidup tetapi keluar dari pengujian (pada kasus obyek berupa manusia / pasien yang menjalani terapi tertentu) (Tatik,Widiharih,2003). Pada data tahan hidup yang berupa sampel lengkap semua obyek dicatat daya tahan hidupnya sampai semuanya mati, sehingga pengamatan berakhir sampai semua n obyek mati. Metode ini menghasilkan observasi terurut dari semua komponen yang diuji. Namun, pada metode sampel lengkap ini membutuhkan waktu yang lama dan biaya yang besar. Oleh karena itu, menurut Lawless (1982) agar penggunaan waktu dan biaya lebih efektif, dilakukanlah metode penyensoran yaitu jika hanya sebagian unit eksperimen yang diamati.

Metode-metode dalam penyensoran mempunyai keunggulan serta kelemahan. Kelemahan dan keunggulan tiap tipe bervariasi, Penyensoran tipe I, semua obyek yang diteliti (n) masuk pengujian dalam waktu yang bersamaan, dan pengujian dihentikan setelah batas waktu t_0 yang ditentukan. Keuntungan dari metode ini dari segi waktu lebih efisien. Kelemahan dari sensor tipe I ini bisa terjadi sampai batas waktu t_0 yang ditentukan semua obyek masih hidup sehingga tidak diperoleh data tahan hidup dari obyek yang diuji. Selain itu dari segi biaya tidak efisien karena nantinya tes akan dilakukan sampai unit ke n.

Penyensoran tipe II, semua obyek yang diteliti (n) masuk pengujian dalam waktu yang bersamaan, dan pengujian dihentikan setelah mendapatkan r obyek diantaranya mati atau gagal, dengan $1 \leq r \leq n$. Keuntungan dari metode ini dari segi biaya lebih efisien. Kelemahan dari sensor tipe II ini waktu yang diperlukan untuk memperoleh r obyek yang mati bisa jadi sangat panjang, tetapi pasti diperoleh data tahan hidup dari r obyek tersebut. Secara otomatis dapat dikatakan membutuhkan waktu yang cukup lama.

Penyensoran tipe III, obyek masuk dalam pengujian pada waktu yang tidak bersamaan selama periode waktu yang telah ditentukan. Beberapa obyek yang mati atau gagal sebelum pengamatan berakhir mempunyai data tahan hidup, sebagian lain masih tetap hidup sampai waktu pengujian berakhir, sebagian lagi ada yang masih hidup tetapi keluar dari pengujian (pada kasus obyek berupa manusia / pasien yang

menjalani terapi tertentu) (Tatik Widiharih,2003). Dengan demikian penulis berinisiatif menggunakan penyensoran tipe II karena sudah dipastikan diperoleh data tahan hidup dari obyek.

Berbagai penelitian di bidang Biologi, Fisika, Pertanian dan Kedokteran tersebut akan menghasilkan data yang berhubungan dengan waktu hidup dari suatu individu. Secara matematik data waktu tahan hidup merupakan variabel *random* kontinu non negatif, variabel ini berupa waktu kerusakan suatu produk atau komponen dimulai, dapat juga diberlakukan dengan waktu ketahanan hidup seorang pasien dalam menghadapi suatu penyakit tertentu atau berupa karakteristik yang lain. Sehingga nantinya dapat diperoleh suatu data yang dinamakan data tahan hidup. Analisis statistika yang digunakan untuk menganalisis data waktu hidup tersebut disebut analisis tahan hidup (*Survival).*

Analisis data daya tahan hidup memerlukan suatu distribusi guna mempresentasikan data tersebut, sehingga inferensi atau analisisnya dapat dilakukan secara parametrik. Penulis memakai distribusi Rayleigh karena data daya tahan hidup yang akan diamati berupa waktu yang bertipe kontinu (Polovko,1986). Untuk mengetahui apakah distribusi dari data dalam fungsi menggambarkan keadaan yang sesungguhnya, maka diperlukan suatu analisis terhadap data waktu hidup suatu produk atau seorang pasien. Langkah-langkah untuk menganalis terhadap distribusi fungsi Rayleigh adalah dengan cara mengestimasi nilai parameter distribusinya yaitu estimasi selang kepercayaan dan estimasi titik serta melakukan pengujian hipotesis. Berdasarkan penjelasan di atas, diperlukan suatu metode yang digunakan dalam penarikan kesimpulan mengenai suatu populasi (inferensi statistik). Salah satunya adalah metode *Bayes*, yaitu suatu metode estimasi yang didasarkan pada penggabungan informasi yang diperoleh dari sampel (pengetahuan obyektif) dengan informasi lain yang telah tersedia sebelumnya (pengetahuan subyektif). Keutamaan khusus dari metode *Bayes* adalah menggunakan dua penggabungan informasi sekaligus dalam penarikan kesimpulan dan menggunakan informasi *Prior* dalam analisisnya. Distribusi *Prior* dibagi menjadi dua yaitu distribusi *Prior informatif* dan distribusi

Prior noninformatif. Pada saat penggunaan metode *Bayes* dengan tidak adanya informasi *Prior,* maka dapat digunakan distribusi *Prior noninformatif*, yaitu sebuah *Prior* tanpa keterangan parameter yang berarti jenis distribusi *Prior* dari parameter yang tidak diketahui. Dalam penulisan ini penulis menggunakan *prior noninformatif* karena distribusi *prior*nya tidak bergantung pada bentuk fungsi likelihoodnya. Distribusi Prior dapat dicari dengan metode *Jeffrey* untuk mencari nilai estimatornya (Box & Tiao, 1973). Selanjutnya penulis mencari nilai dari *mean* distribusi Posterior untuk memperoleh nilai estimator, dengan mencari nilai dari distribusi Posterior terlebih dahulu. Setelah memperoleh nilai estimator parameter, selanjutnya mencari selang kepercayaan berdasarkan distribusi *Posterior* yang telah di temukan terlebih dahulu. Setelah mencari selang kepercayaan penulis berinisiatif untuk melakukan pendugaan kasus, melakukan penerapan data dengan mencari nilai rata-rata tahan hidup serta mencari nilai dari fungsi survival pada data rill. Dari hasil-hasil yang diperoleh nantinya di simulasikan dengan menggunakan program *mathematica*.

Dengan demikian dalam penulisan kali ini mendorong penulis untuk mengadakan penelitian tentang Inferensi Parameter Untuk Data Tahan Hidup yang Berdistribusi Rayleigh Pada Data Tahan Hidup Tersensor Tipe II dengan menggunakan metode Bayes untuk memperoleh estimator parameternya.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka permasalahan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana model estimasi parameter untuk data tahan hidup berdistribusi Rayleigh pada data tahan hidup tersensor tipe II dengan menggunakan metode Bayes?
2. Bagaimana model selang kepercayaan secara nyata dari parameter berdistribusi Rayleigh pada data tahan hidup tersensor tipe II dengan metode Bayes?
3. Bagaimana membuat algoritma dan program pada Software *Mathematica* berdasarkan algoritma untuk mengestimasi parameter dan mengestimasi selang kepercayaan distribusi Rayleigh pada data tersensor tipe II dengan metode Bayes?
4. Bagaimana menerapkan estimasi titik, selang kepercayaan, pendugaan hipotesis, rata-rata waktu tahan hidup dan fungsi *survival* pada data rill tahan hidup tersensor tipe II?

1.3 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menentukan model estimasi parameter untuk data tahan hidup distribusi Rayleigh pada data tahan hidup tersensor tipe II dengan menggunakan metode Bayes .
2. Menentukan model selang kepercayaan secara nyata dari parameter berdistribusi Rayleigh data tahan hidup tersensor tipe II dengan metode Bayes.

3. Membuat algoritma dan program pada Software *Mathematica* untuk mengestimasi parameter dari distribusi Rayleigh dan mengestimasi selang kepercayaan pada data tersensor tipe II dengan menggunakan metode Bayes.

4. Menerapkan estimasi titik, selang kepercayaan, pendugaan hipotesis, rata-rata waktu tahan hidup dan fungsi *survival* pada data rill tahan hidup tersensor tipe II.

1.4 Manfaat

Manfaat yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menambah referensi mengenai permasalahan data tahan hidup dalam dinamika kehidupan sehari-hari.
2. Secara teoritis akan memberikan tambahan wawasan terhadap ilmu statistika terutama mengenai estimasi fungsi tahan hidup untuk data tahan hidup tersensor tipe II berdistribusi Rayleigh dengan menggunakan Metode Bayes.
3. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai salah satu referensi dalam memperoleh nilai estimator pada data tersensor tipe II yang berasal dari distribusi lain.
4. Dapat digunakan oleh bidang minat lain contohnya bidang kedokteran, dalam penerapan contoh kasus yang diselesaikan oleh distribusi Rayleigh.

1.5 Batasan Masalah

1. Data yang digunakan adalah data waktu hidup yang tersensor tipe II
2. Data yang dapat diterapkan dalam penelitian ini adalah data tahan hidup tersensor tipe II yang diasumsikan berdistribusi Rayleigh.
3. Metode yang digunakan untuk mencari estimator titik adalah metode Bayes.
4. Pembahasan masalah dalam penelitian ini hanya sampai pada estimator titik dan selang kepercayaan.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Data Tahan Hidup

Analisis data tahan hidup merupakan salah satu analisa statistik yang membahas tentang daya tahan hidup suatu benda atau individu pada keadaan operasional tertentu. Penerapan analisis ini telah banyak digunakan dalam berbagai hal, salah satunya pada penelitian tentang ketahanan benda-benda produksi .

(Barlow dan Proschan, 1996)

Definisi 2.1.1

Fungsi *survival* didefinisikan sebagai peluang suatu individu akan bertahan sampai batas waktu tertentu dan dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S(x) &= \Pr(X \geq x) \\ &= 1 - \Pr(X \leq x) \\ &= 1 - F(x) \qquad (2.1) \end{aligned}$$

(Lawless, 1982)

2.2 Distribusi Weibull

Fungsi densitas probabilitas dari distribusi Weibull dua parameter mempunyai bentuk :

$$f(x,\alpha,\beta) = \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha}\left[\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1}\right] exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}\right] & , 0 < x < \infty \\ 0 & , \text{yang lain} \end{cases} \quad (2.2)$$

(Lawless, 1982)

Sedangkan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi Weibull dua parameter adalah :

$$F(x) \quad = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \quad (2.3)$$

Dimana $\frac{1}{\alpha} > 0, x > 0$

dan fungsi *survival* dari distribusi Weibull adalah

$$S(x) = 1 - F(x)$$

$$= 1 - \left(1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}\right]\right)$$

$$= \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}\right], x > 0 \quad (2.4)$$

(Shuo-Jye Wu, 2002)

2.3 Distribusi Rayleigh

Distribusi Rayleigh adalah bentuk khusus dari distribusi Weilbull dengan parameter skalanya bernilai dua (Widiharih T, 2003). Bentuk dari pdf (*Probability Density Function)* dari variabel *random* T yang berdistribusi Rayleigh dengan parameter λ dapat ditulis T ~ Rayleigh (λ) adalah sebagai berikut :

$$f(t \mid \lambda) = \begin{cases} \lambda t \exp\left[-\dfrac{\lambda t^2}{2}\right] & t > 0, \lambda > 0 \\ 0 & \text{untuk yang lain} \end{cases} \qquad (2.5)$$

dengan *mean* adalah E(T) = $\sqrt{\dfrac{\pi}{2\lambda}}$ dan Variansnya adalah $\sigma_t^2 = \dfrac{1}{\lambda}\left(2 - \dfrac{\pi}{2}\right)$

Bentuk dari cdf (*Comulative Distribution Function*) dari distribusi Rayleigh dengan parameter λ adalah sebagai berikut :

$$F(t|\lambda) = 1 - \exp\left[\frac{-\lambda t^2}{2}\right] \qquad (2.6)$$

Fungsi *survival* dari distribusi Rayleigh didefinisikan sebagai berikut:

Didefinisikan bahwa peluang suatu individu atau komponen akan bertahan hidup sampai waktu t disebut dengan fungsi *survival*, dapat ditulis sebagai R(t) = Pr(T >t) (Lawless, 1982). Fungsi *survival* dari distribusi rayleigh adalah :

$$R(t) = P(T>t) = 1 - F(t) = 1 - \left(1 - \exp\left[\frac{-\lambda t^2}{2}\right]\right) = \exp\left[\frac{-\lambda t^2}{2}\right] \qquad (2.7)$$

2.4 Tipe Penyensoran

Suatu eksperimen sangat diperlukan untuk mendapatkan data tahan hidup. Dalam eksperimen secara nyata terdapat bermacam-macam metode yang dapat dilakukan sehingga jenis data yang dihasilkan juga berbeda dari satu metode ke metode yang lainnya. Yang membedakan analisis uji hidup dari bidang-bidang statistik lainnya adalah penyensoran.

Ada tiga macam metode yang sering digunakan dalam eksperimen uji hidup, yaitu :

1. Sampel Lengkap

   Pada uji sampel lengkap, eksperimen akan dihentikan jika semua benda atau individu yang diuji telah mati atau gagal. Langkah seperti ini mempunyai keuntungan yaitu dihasikannya observasi terurut dari semua benda atau individu yang diuji.

2. Sampel Tersensor Tipe I

   Dalam sampel tersensor tipe I, percobaan uji hidup akan dihentikan jika telah tercapai waktu tertentu (waktu penyensoran). Misalkan T_i adalah sampel random dari distribusi tahan hidup dengan fungsi kepadatan peluang (x) , fungsi *survival* $S(x)$ dan waktu sensor untuk semua T_i adalah L_i dengan i = 1,2,…,n .Suatu komponen dikatakan terobservasi jika $T_i \leq L_i$ dan observasi dilakukan hanya pada $t_i = \min(T_i, L_i)$. Sehingga variabel yang menunjukkan bahwa komponen telah mati adalah

$$d_i = \begin{cases} 1 \text{ , jika } T_i \leq L_i \\ \\ 0 \text{ , jika } T_i > L_i \end{cases}$$

d_i adalah indikator apakah T_i tersensor atau tidak. Jika $t_i = T_i$ maka T_i terobservasi dan jika $t_i = L_i$ maka T_i tersensor.

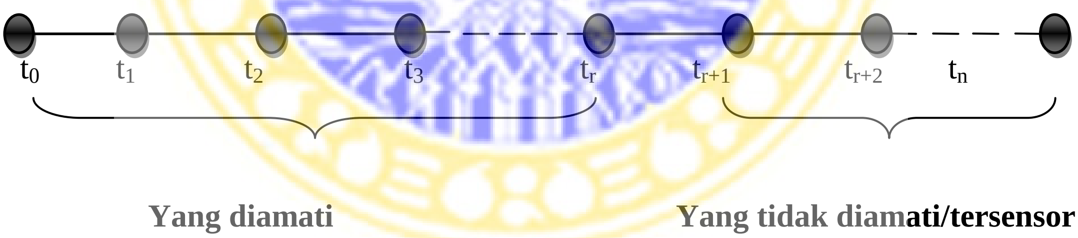
3. Sampel Tersensor Tipe II

   Suatu sampel dikatakan tersensor tipe II apabila penelitian dihentikan setelah kegagalan ke-r telah diperoleh. Misalkan $t_1, t_2, \ldots, t_r$ adalah observasi terurut dari n sampel dengan PDF $f(t)$, fungsi survival $S(t)$ dan waktu sensor L. Penelitian dikatakan telah selesai jika kegagalan ke-r telah tercapai ($r \leq n$). (Lawless, 1982)

   Adapun fdp bersama dari $t_{1,} t_{2,} t_{3,} \ldots, t_r$ adalah :

$$L(\lambda; t) = \frac{n!}{(n-r)!} \left(\prod_{i=1}^{r} f(t_i; \lambda)\right) (S(t_r))^{n-r} \qquad (2.8)$$

Hal tersebut dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 1. Ilustrasi sampel tersensor tipe II

4. Sampel tersensor tipe III

   Penyensoran tipe III, obyek masuk dalam pengujian pada waktu yang tidak bersamaan selama periode waktu yang telah ditentukan. Beberapa obyek yang mati atau gagal sebelum pengamatan berakhir mempunyai data tahan hidup, sebagian lain masih tetap hidup sampai waktu pengujian berakhir, sebagian lagi ada yang masih hidup tetapi keluar dari pengujian (pada kasus obyek berupa manusia / pasien yang menjalani terapi tertentu).

(Tatik Widiharih, 2003).

2.5 Metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE)

Definisi 2.5.1

Misalkan $X_1, X_2, \ldots, X_n$ adalah variabel *random* independen dari suatu distribusi dengan *probability density function* (pdf) $f(x;\lambda)$, $\lambda \in \boldsymbol{\Omega}$ dengan $\boldsymbol{\Omega}$ adalah ruang parameter. Pdf bersama antara $X_1, X_2, \ldots, X_n$ adalah

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \lambda) = f(x_1;\lambda) f(x_2;\lambda) \ldots f(x_n;\lambda)$$

Menurut Bain dan Engelhardt (1992) jika pdf bersama tersebut dinyatakan sebagai fungsi dari parameter λ, maka dinamakan sebagai fungsi *likelihood* yang biasanya dinotasikan dengan $L(\lambda)$. Jika $X_1, X_2, \ldots, X_n$ mewakili variabel random dari $f(x;\lambda)$ maka :

$$L(\lambda) = f(x_1;\lambda) f(x_2;\lambda) \ldots f(x_n;\lambda) \qquad (2.9)$$

(Bain dan Engelhardt, 1992).

2.6 Inferensi Statistik

Inferensi statistik dapat didefinisikan sebagai suatu metode untuk menarik kesimpulan mengenai parameter populasi. Inferensi statistik merupakan proses pengambilan keputusan (generalisasi) dari suatu sampel tertentu, yaitu dari suatu himpunan n observasi untuk suatu populasi dari mana sampel itu diambil. Inferensi statistik dapat dilakukan secara klasik dan *Bayes*. Penentuan inferensi statistik secara garis besar meliputi estimasi parameter, estimasi selang kepercayaan dan pengujian hipotesis. Inferensi statistik klasik mendasarkan inferensi atas dasar informasi yang diperoleh dari sampel *random*, sedangkan pendekatan *Bayes* mendasarkan inferensi atas dasar penggabungan informasi yang diperoleh dari sampel dan pengetahuan subyektif mengenai distribusi peluang yang digunakan.

Pendekatan *Bayes* secara fundamental berbeda dengan pendekatan klasik. Pendekatan klasik memandang parameter sebagai besaran yang tidak diketahui. Akan tetapi pendekatan *Bayes* memandang parameter sebagai besaran yang variansinya dapat digambarkan dengan distribusi probabilitas (yang disebut distribusi *prior*).

(Walpole dan Myers, 1986)

2.7 Estimasi Titik

Sebuah sampel dari distribusi suatu populasi berguna untuk membuat kesimpulan tentang populasi. Dua masalah penting dalam pengambilan kesimpulan statistik adalah estimasi dan uji hipotesis. Salah satu tipe estimasi yaitu estimasi titik.

(Graybill dan Mood, 1963)

Definisi 2.7.1

Jika terdapat nilai dari beberapa statistik $t(X_1,\ X_2, \dots, X_n)$ yang mewakili atau mengestimasi parameter θ yang tidak diketahui, maka setiap statistik $t(X_1,\ X_2, \dots, X_n)$ disebut *estimator* titik.

2.8 Distribusi Prior

Definisi 2.8.1

Distribusi Prior parameter λ, p(λ) adalah fungsi probabilitas atau fungsi kepadatan probabilitas nilai parameter λ

(Larson, 1982).

Aturan Jeffrey

Distribusi Prior p(λ), merupakan pendekatan noninformatif jika p(λ) sebanding dengan akar kuadrat dari informasi *Fisher (I(λ))* yang dapat dinyatakan:

p(λ) $\propto I^{1/2}(\lambda)$ dengan

$$I(\lambda) = -E\left[\frac{\partial^2 \ln L(\lambda \mid \underline{t})}{\partial \lambda^2}\right] = E\left[\frac{\partial \ln L(\lambda \mid \underline{t})}{\partial \lambda}\right]^2 \qquad (2.10)$$

(Tiao dan Box, 1973)

Informasi *Fisher* memberikan informasi tentang variansi dari suatu distribusi parameter yang tidak diketahui.

(Bain dan Engelhardt, 1992).

2.9 Distribusi Gamma

Definisi 2.9.1

Suatu variabel *random* X dikatakan berdistribusi Gamma atau ditulis $X \sim G(\beta,\alpha)$ jika :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Gamma(k)\beta^k} x^{k-1} e^{-\frac{x}{\beta}} & , x > 0, k > 0, \beta > 0 \\ 0 & , untuk\ \ yang\ \ lain \end{cases}$$

(Walpole dan Myers ,1986)

Definisi 2.9.2

Fungsi gamma didefinisikan sebagai :

$$\Gamma(k) = \int_0^\infty x^{k-1}.e^{-x} dx \ , \quad \text{dengan} \quad k > 0 \qquad (2.11)$$

2.10 Distribusi Posterior

Definisi 2.10.1

Densitas Posterior λ adalah densitas bersyarat variabel random λ untuk nilai sampel $\underline{t}$ = ($t_{1;n}, t_{2;n}, \ldots, t_{r;n}$) yang ditulis sebagai berikut :

$$f_{\lambda|t} = \frac{L(\lambda|\underline{t})p(\lambda)}{\int L(\lambda|\underline{t})\ p(\lambda)d\lambda} \qquad (2.12)$$

dengan : $L(\lambda\,|\,\underline{t})$ adalah fungsi *likelihood* dan

$p(\lambda)$ adalah distribusi Prior

(Engelhardt dan Bain, 1992).

2. 11 Estimasi Bayes

Definisi 2.11.1

Estimasi Bayes parameter λ didefinisikan sebagai nilai f yang meminimumkan nilai Posterior dari fungsi kerugian $E[l(\lambda, f)|t]$ (Larson, 1982).

Teorema 2.11.2

Jika $l(\lambda,\lambda^*) = (\lambda - \lambda^*)^2$, merupakan fungsi kerugian kuadratik dengan λ^* suatu konstanta maka estimator *Bayes* λ^* dari parameter λ adalah *mean* distribusi

Posterior. Maka $\lambda^* = E(\lambda \mid \underline{t})$ dengan $E(\lambda \mid \underline{t})$ adalah *mean* distribusi Posterior (Lawless, 1982).

2.12 Selang Kepercayaan

Misalkan $X_1,\ X_2, \ldots, X_n$ adalah variabel *random* dari distribusi dengan fungsi kepadatan probabilitas (fkp) bersama $f(X_1,\ X_2, \ldots, X_n),\ \hat{\theta} \in \boldsymbol{\Omega}$ dengan $\boldsymbol{\Omega}$ adalah interval. Jika data hasil observasi menghasilkan data $x_1, x_2, \ldots, x_n$, maka didapat nilai $\ell(X_1,\ X_2, \ldots, X_n)$ dan $u(X_1,\ X_2, \ldots, X_n)$.

Definisi 2.12.1

Sebuah interval $[\ell(X_1,\ X_2, \ldots, X_n),\ u(X_1,\ X_2, \ldots, X_n)]$ disebut interval kepercayaan $(1-\alpha)$ 100 % untuk θ jika :

$$P[l(X_1, X_2, \cdots, X_n) \langle \theta \langle u(X_1, X_2, \cdots, X_n)]$$

Masing-masing nilai observasi dari $\ell(X_1,\ X_2, \ldots, X_n)$ dan $u(X_1,\ X_2, \ldots, X_n)$ disebut sebagai batas bawah dan batas atas dari interval kepercayaan sedangkan $1-\alpha$ disebut tingkat kepercayaan untuk θ dengan $0 < 1-\alpha < 1$.

(Bain dan Engelhardt, 1992)

2.13 Pengujian Hipotesis

Pengujian hipotesis merupakan bagian paling penting dalam inferensi statistik. Hipotesis statistik adalah pernyataan atau dugaan mengenai satu atau lebih populasi. Penolakan suatu hipotesis cenderung diartikan bahwa hipotesis tersebut salah, sedangkan penerimaan suatu hipotesis diartikan bahwa tidak mempunyai bukti untuk pernyataan sebaliknya. Hipotesis yang dirumuskan dengan harapan akan ditolak membawa penggunaan istilah hipotesis nol atau dapat dituliskan H_0, penolakan hipotesis nol mengakibatkan penerimaan hipotesis alternatif yang dilambangkan dengan H_1.

(Walpole dan Myers, 1986)

2.14 Mathematica

Mathematica merupakan suatu sistem aljabar komputer (CAS, Computer Algebra Sistem) yang mengintegrasikan kemampuan komputasi (simbolik dan numerik), visualisasi (grafik), bahasa pemprograman, dan pengolahan kata (*wordprocessing*) ke dalam suatu lingkungan yang sudah digunakan. Pertama kali diperkenalkan pada tahun 1988, Mathematica kini tersedia pada lebih dari 20 *platform* komputer. Mathematica merupakan salah satu alat pilihan dalam pendidikan, penelitian bisnis, dan sebagainya. Khususnya untuk melakukan komputasi matematik, baik simbolik maupun numerik, pengembangan algoritma dan aplikasi, pemodelan, dan simulasi eksplorasi, analisis, dan visualisasi data.

Sistem Mathematica terdiri dari dua bagian utama yaitu *front end* dan kernel. *Front end* berupa *interface* dengan lingkungan kerjanya yang disebut notebook. User memasukkan perintah-perintah atau melakukan pengolahan kata (*word Prossesing*) pada notebook, sedangkan komputasi matematik dilakukan pada bagian kernel. Beberapa sintax Mathematica adalah sebagai berikut :

a. *Sum*[f,{i,imin,imax}] menyatakan jumlah dari fungsi f berjalan dari indes i awal sampai batas akhir i.

b. *Integrate*[f,x] menyatakan integral dari fungsi dengan variabel x

c. *Solve*[lhs==rhs, x] Menyatakan untuk mencari solusi dari persamaan x

d. *While*[test, *body*] Menyatakan proses *looping* dengan mengevaluasi test kemudian *body* secara berulang hingga test pertama kali gagal memberikan nilai *true*.

e. f[x_]:=PDF[RayleighDistribution[λ],x]

   Mendefinisikan fungsi distribusi Rayleigh dengan parameter λ terhadap variabel x.

f. Plot [f, {*x*, *xmin*, *xmax*}]

   Plot pada f sebagai fungsi terhadap x dari *xmin* sampai *xmax*

BAB III

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang berkaitan dengan tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menentukan estimasi parameter distribusi Rayleigh pada data tersensor tipe II dengan metode Prior Jeffrey dengan langkah-langkah sebagai berikut :
   a. Mengasumsikan sampel waktu daya tahan hidup berasal dari distribusi Rayleigh.
   b. Menotasikan waktu kegagalan yang ke 1,2,3,...,r ke dalam bentuk berikut :
      $\{t_{1:n} \leq \cdots \leq t_{r:n}\}$ dengan $1 \leq r \leq n$
   c. Menentukan fungsi *likelihood* $L(\lambda|\underline{t})$dari data tersensor tipe II
      $$L(\lambda|\underline{t}) = \frac{n!}{(n-r)!}\prod_{i=1}^{r} f\ (t_{i:n}|\lambda)\ S(t_r)^{n-r}$$
   d. Menentukan distribusi Prior $p(\lambda)$ dengan menggunakan aturan Jeffrey.
      Berikut langkah-langkah untuk menentukan bentuk distribusi Prior :
      1) Me –ln- kan fungsi likelihood.
      2) Menentukan $I(\lambda|\underline{t})$ atau Informasi *Fisher* dari λ.
      3) Menentukan bentuk distribusi Prior dengan keterangan :
      $$P(\lambda) \propto (\lambda)^{\frac{1}{2}}$$

dengan ,

$$I(\lambda) = -E\left[\frac{\partial^2 \ln L(\lambda|\,\underline{t})}{\partial\lambda^2}\right]$$

$$= E\left[\frac{\partial \ln L(\lambda|\,\underline{t})}{\partial\lambda^2}\right]^2$$

Dengan $L(\lambda|\underline{t})$: fungsi *likelihood*

e. Menentukan distribusi Posterior berdasarkan rumus :

$$f(\lambda|\underline{t}) = \frac{(likelihood)(distribusi\ prior)}{\int(likelihood)(distribusi\ prior)}$$

atau

$$f(\lambda|\underline{t}) = \frac{L(\lambda|\underline{t})p(\lambda)}{\int L(\lambda|\underline{t})p(\lambda)d\lambda}$$

f. Menentukan estimasi *Bayes* dari λ berdasarkan distribusi Posterior yang diperoleh menggunakan kriteria fungsi kerugian kuadratik.

$$\hat{\lambda} = E(\lambda|\underline{t}) = \int_0^\infty \lambda \cdot f_{\lambda|t} d\lambda$$

2. Menentukan bentuk selang kepercayaan dari parameter berdistribusi Rayleigh pada data tahan hidup tersensor tipe II dengan metode Bayes berdasakan distribusi *posterior* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Menentukan batas bawah (c_1) dan batas atas (c_2) dengan cara sebagai berikut :

$$R(c_1|\underline{t}) = \int_0^{c_1} f(\lambda|\underline{t})d\lambda = \frac{\alpha}{2}$$

$$dan$$

$$R(c_2|\underline{t}) = \int_0^{c_2} f(\lambda|\underline{t})d\lambda = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

b. Mendapatkan interval kepercayaan θ antara c_1 dan c_2 dengan :

$$\Pr(c_1 \leq \lambda \leq c_2|x) = (1-\alpha)100\%$$

3. Menentukan algoritma dan program pada *Software Mathematica*

3.1 Estimasi parameter distribusi rayleigh pada data ilustrasi tersensor tipe II dengan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Menginputkan data lengkap sebanyak n sampel tersensor tipe II berdistribusi Rayleigh .

b. Menentukan banyaknya unit kegagalan r dengan 1≤r≤n.

c. Menentukan nilai dari t_r dengan t_r = t[[r]]

d. Menentukan data yang teramati dan data yang tersensor dari vektor n sampel tersensor tipe II yang berdistribusi Rayleigh

e. Menentukan nilai parameter $\hat{\lambda}$ dari inputan data yang teramati yang didapat dari langkah d.

f. Estimator $\hat{\lambda}$ diperoleh.

3.2 Estimasi selang kepercayaan distribusi Rayleigh pada data ilustrasi tersensor tipe II dengan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Menentukan bentuk distribusi *posterior* $f(\lambda|\underline{t})$ dengan memasukkan nilai

$$\sum_{i=1}^{r}(1-r_i)x_{i:r:n} \quad dalam\, persamaan:$$

$$f(\lambda|\underline{t}) = \frac{\lambda^{r-1} exp\left(-\lambda\left(\frac{\left[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right]}{2}\right)\right)\left[\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right]^r}{\Gamma(r)}$$

b. menentukan plot dari distribusi *posterior* $f(\lambda|\underline{t})$

c. Mencari nilai batas bawah (c_1) dengan $\alpha = 5\%$, yaitu dengan menyelesaikan persamaan, $\int_0^{c_1} f(\lambda|\underline{t})d\lambda = 0.025$dengan sintaks :

$c_1 = FindRoot\ [\int_0^{c_1} f(\lambda|\underline{t})d\lambda - 0.025 == 0, \{c_1, b\}]$

dimana b merupakan nilai kisaran untuk batas bawah (c_1) yang didekati dengan menggunakan program *Mathematica*.

d. Mencari nilai batas atas (c_2) dengan $\alpha = 5\%$,, yaitu dengan menyelesaikan persamaan, $\int_0^{c_2} f(\lambda|\underline{t})d\lambda = 0.975$, dengan sintaks :

$c_2 = FindRoot\ [\int_0^{c_2} f(\lambda|\underline{t})d\lambda - 0.975 == 0, \{c_2, d\}]$

dimana d merupakan nilai kisaran untuk batas atas (c_2) yang didekati dengan menggunakan program *Mathematica*.

e. Diperoleh batas bawah (c_1) dan batas atas (c_2).

4. Penerapan estimasi parameter distribusi Rayleigh pada data ilustrasi dengan langkah-langkah sebagai berikut :
   a. Menguji data ilustrasi yang digunakan berdistribusi Rayleigh dengan menggunakan *software* Easyfit.
   b. Mengestimasi parameter dengan menggunakan program komputer (dengan bantuan *software Mathematica*) berdasarkan algoritma pada langkah 2.
   c. Menghitung estimasi MTTF (*Mean Time To Failure*).
   d. Menghitung estimasi fungsi survival.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam bab ini penulis akan membahas pengestimasian parameter dari distribusi Rayleigh pada data tahan hidup tersensor tipe II dengan menggunakan Prior Jeffery.

4.1 Menentukan estimasi parameter distribusi Rayleigh pada data tersensor tipe II dengan metode Prior Jeffrey

Pada pengamatan data tahan hidup digunakan berbagai model distribusi, Salah satu distribusi tersebut adalah distribusi Rayleigh. Distribusi Rayleigh merupakan kasus khusus dari distribusi Weibull dengan dengan β = 2 dan $\theta = \sqrt{\frac{2}{\lambda}}$. Distribusi Weibull merupakan distribusi yang menggambarkan waktu tahan hidup dari makhluk hidup. Misalkan variabel *random* kontinu X berdistribusi Weibull dengan parameter θ dan β, yaitu $X \sim Wei(\theta, \beta)$, maka *Probability Density Function* (PDF)nya adalah

$$f(x, \theta, \beta) = \begin{cases} \frac{\beta}{\theta^{\beta}} x^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}\right], & 0 < x < \infty \\ 0, & \text{yang lain} \end{cases} \qquad (4.1)$$

Dengan memasukkan nilai β = 2 dan $\theta = \sqrt{\frac{2}{\lambda}}$ pada distribusi Weibull maka dapat ditemukan model pdf distribusi Rayleigh sebagai berikut:

Pdf Rayleigh $f(x,\theta,\beta) = \frac{2}{\left(\sqrt{\frac{2}{\lambda}}\right)^2} x^{2-1} exp\left(-\frac{x}{\left(\sqrt{\frac{2}{\lambda}}\right)}\right)^2$

$$= \lambda x \; exp\left(-\frac{x^2\lambda}{2}\right)$$

Dengan $t>0$, $\lambda>0$

4.1.1 PDF, CDF dan Fungsi *Survival* Distribusi Rayleigh

Misalkan t($t_1, t_2, t_3, \ldots\ t_n$) adalah variabel *random* daya tahan hidup dari distribusi Rayleigh (λ) dengan pdf

$f(t \mid \lambda) = \lambda t \exp\left[-\frac{\lambda t^2}{2}\right]$ dengan $t>0$, $\lambda>0$,

Fungsi distribusi komulatif dari distribusi Rayleigh (λ) adalah

$$F(t|\lambda) = \int_0^t \lambda t \exp\left[\frac{-\lambda t^2}{2}\right] dt$$

$$= \lambda t \exp\left[\frac{-\lambda t^2}{2}\right] \frac{d\left(\frac{-\lambda t^2}{2}\right)}{-\lambda t}$$

$$= -\int_0^t \exp\left[\frac{-\lambda t^2}{2}\right] d\left(\frac{-\lambda t^2}{2}\right)$$

$$= 1 - \exp\left[\frac{-\lambda t^2}{2}\right] \tag{4.2}$$

Berdasarkan persamaan (4.2), maka probabilitas suatu individu hingga bertahan hidup sampai waktu *t* atau disebut dengan fungsi *survival* yaitu

$$S(t \mid \lambda) = 1 - F(t \mid \lambda)$$

$$= 1 - \left(1 - \exp\left[\frac{-\lambda t^2}{2}\right]\right)$$

$$= \exp\left[\frac{-\lambda t^2}{2}\right]$$

(4.3)

4.1.2 Menotasikan waktu kegagalan yang ke 1,2,3,...,r

Misalkan $t_{1;n}$, $t_{2;n}$, $t_{3;n}$, … ,$t_{r;n}$ adalah variabel *random* daya tahan hidup berukuran n. Kemudian dilakukan pengambilan sampel berukuran n pada data tahan hidup, diamati dengan menggunakan metode penyensoran tipe II. Kemudian menentukan besar r dengan kegagalan $r < n$. Pada data tahan hidup tersensor tipe II percobaan akan berhenti pada r kegagalan pertama. Sebelumnya telah dibentuk skema tersensor terlebih dahulu yaitu : $\{t_{1:n} < \ldots < t_{r:n}\}$ dengan $r < n$ dengan waktu data tahan hidup yang telah diurutkan sebagai berikut $t_{1:n} < t_{2:n} \ldots. < t_{r:n}$

4.1.3 Menentukan fungsi *likelihood* $L(\lambda \mid \underline{t})$ dari data tersensor tipe II

Secara khusus bentuk fungsi likelihood untuk sampel tersensor tipe II dari pengamatan terhadap sampel random $t_{1;n}, t_{2;n}, \ldots, t_{r;n}$ adalah

$$L(\lambda|\underline{t}) = \frac{n!}{(n-r)!}\prod_{i=1}^{r} f(t_{i:n}|\lambda)\, S(t_r)^{n-r}$$

$$L(\lambda|t_{1:n}, t_{2:n}, \ldots, t_{r:n}) \propto \frac{n!}{(n-r)!}\prod_{i=1}^{r} f(t_{i:n}|\lambda) S(t_r)^{n-r} \quad n < r$$

$$L(\lambda|t_{1:n}, t_{2:n}, \ldots, t_{r:n}) \propto \frac{n!}{(n-r)!}\big(f(t_{1:n};\lambda) f(t_{2:n};\lambda) \ldots f(t_{r:n};\lambda)\big)\big(S(t_r)\big)^{(n-r)},$$

$$n < r$$

$$L(\lambda|t_{1:n},t_{2:n},\ldots,t_{r:n}) \propto \frac{n!}{(n-r)!}\prod_{i=1}^{r}\lambda t_{i:n} exp-\frac{\lambda t_{i;n}^2}{2}\left[\exp\left(-\frac{\lambda t_r^2}{2}\right)\right]^{n-r}$$

$$L(\lambda|t_{1:n},t_{2:n},\ldots,t_{r:n}) \propto \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r\left(\prod_{i=1}^{r}t_{i:n}\right)\exp-\frac{\lambda\sum t_{i:n}^2}{2}\exp-\frac{\lambda t_r^2(n-r)}{2}$$

$$L(\lambda|t_{1:n},t_{2:n},\ldots,t_{r:n}) \propto \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r\left(\prod_{i=1}^{r}t_{i:n}\right)exp-\frac{\lambda}{2}\left(\sum t_{i:n}^2+t_r^2(n-r)\right)$$

$$L(\lambda|t_{1:n},t_{2:n},\ldots,t_{r:n}) \propto \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r\left(\prod_{i=1}^{r}t_{i:n}\right)exp-\frac{1}{2}\lambda\left(\sum t_{i:n}^2+t_r^2(n-r)\right) \tag{4.4}$$

4.1.4 Menentukan distribusi Prior $p(\lambda)$ dengan menggunakan aturan Jeffrey

Estimasi bayes merupakan suatu metode untuk menduga parameter populasi yang diperoleh dari menggabungkan fungsi likelihood dari data dengan pengetahuan secara subyektif mengenai sebaran peluang parameter yang tidak diketahui yaitu distribusi prior. Metode yang digunakan untuk mendapatkan distribusi prior menggunakan metode Jeffrey.

4.1.4.1 Menentukan $\frac{\partial \ln L(\lambda|\underline{t})}{\partial\lambda}$ dari fungsi likelihood

Pada metode Jeffrey diketahui bahwa distribusi prior sebanding dengan akar kuadrat informasi *Fisher* yang sesuai dengan persamaan (2.10). Agar mempermudah tehnik penulisan maka dengan memisalkan $\underline{t}=(t_{1;n},t_{2;n},\ldots,t_{r;n})$ informasi *Fisher* dapat diperoleh dengan mencari nilai dari $\ln L(\lambda\,|\,\underline{t})$ persamaan

(4.4) terlebih dahulu. Berdasarkan 4.4 telah diketahui persamaan fungsi likelihood adalah

$$L(\lambda|t_{1:n}, t_{2:n}, \dots, t_{r:n}) \propto \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r \left(\prod_{i=1}^{r} t_{i:n}\right) exp -\frac{\lambda}{2}\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)$$

$$L(\lambda|t_{1:n}, t_{2:n}, \dots, t_{r:n}) \propto \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r \left(\prod_{i=1}^{r} t_{i:n}\right) exp -\frac{1}{2}\lambda\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)$$

Berdasarkan *likelihood* pada persamaan (4.4), diperoleh ln *likelihood*

$$\ln L(\lambda|\underline{t}) \propto ln\left[\frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r \prod_{i=1}^{r} t_{i:n} exp\left(-\frac{1}{2}\lambda\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\right)\right],$$

Sehingga

$$\ln L(\lambda|\underline{t}) \propto \ln k + r\ln\lambda + ln\prod_{i=1}^{r} t_{i:n} - \frac{\lambda}{2}\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)$$

$$\ln L(\lambda|\underline{t}) \propto \ln k + r\ln\lambda + ln\prod_{i=1}^{r} t_{i:n} - \frac{1}{2}\lambda\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)$$

(4.5)

4.1.4.2 Mencari informasi fisher

Setelah diperoleh nilai $\ln L(\lambda|\underline{t})$ maka kemudian mencari informasi fisher dengan menggunakan persamaan (2.10) sebagai berikut:

$$I(\lambda) = -E\left[\frac{\partial^2 \ln L(\lambda|\,\underline{t})}{\partial\lambda^2}\right]$$

sedangkan nilai dari

$$\frac{\partial \ln L(\lambda |\, \underline{t})}{\partial \lambda} =$$

$$= \frac{r}{\lambda} - \frac{1}{2}(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)$$

$$= \frac{r}{\lambda} - (\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2})$$

Sehingga

$$\frac{\partial^2 lnL(\lambda |\, \underline{t})}{\partial \lambda^2} = -\frac{r}{\lambda^2}$$

Dengan demikian,

$$I(\lambda) = -E\left[\frac{\partial \ln L(\lambda |\, \underline{t})}{\partial \lambda^2}\right]$$

$$= -E(-\frac{r}{\lambda^2})$$

$$= \frac{r}{\lambda^2} \qquad (4.6)$$

4.1.4.3 Menentukan distribusi prior

Setelah mencari informasi fisher selanjutnya menentukan distribusi prior, berdasarkan informasi fisher yang telah ditemukan sebelumnya.

$$P(\lambda) \propto I(\lambda)^{\frac{1}{2}}$$

$$P(\lambda) \propto \left(\frac{r}{\lambda^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$P(\lambda) \propto \left(\frac{r^{\frac{1}{2}}}{(\lambda^2)^{\frac{1}{2}}} \right)$$

$$P(\lambda) \propto \sqrt{\frac{r}{\lambda^2}}$$

$$P(\lambda) \propto \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{\lambda^2}}$$

$$P(\lambda) \propto \frac{\sqrt{r}}{\lambda}$$

$$P(\lambda) \propto \frac{1}{\lambda}\sqrt{r} \tag{4.7}$$

dan akar kuadrat dari informasi Fisher adalah :

$$I^{1/2}(\lambda) = \left(\frac{r}{\lambda^2}\right)^{1/2} = \frac{1}{\lambda}\sqrt{r}$$

sehingga diperoleh distribusi Prior untuk λyaitu

$$p(\lambda) \propto \frac{1}{\lambda}. \tag{4.8}$$

4.1.5 Distribusi Posterior

Setelah mendapat informasi dari distribusi prior noninformatif, selanjutnya adalah menghitung distribusi posteriornya, dengan nilai fungsi likelihood dan distribusi prior yang telah diketahui sebelumnya. Bentuk persamaan (2.12) dari distribusi posterior dari λ adalah

$$f(\lambda|\underline{t}) = \frac{(likelihood)(distribusi\ prior)}{\int (likelihood)(distribusi\ prior)}$$

$$f(\lambda|\underline{t}) = \frac{L(\lambda|\underline{t})p(\lambda)}{\int L(\lambda|\underline{t})p(\lambda)d\lambda}$$

$$= \frac{\frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r \exp\left(-\frac{\lambda}{2}(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\cdot\frac{1}{\lambda}}{\int_0^\infty \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r \exp\left(-\frac{\lambda}{2}(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\cdot\frac{1}{\lambda}}$$

$$= \frac{\frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r (\prod_{i=1}^r t_{i:n})\exp\left(-\frac{\lambda}{2}(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\cdot\lambda^{-1}}{\int_0^\infty \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r (\prod_{i=1}^r t_{i:n})\exp\left(-\frac{\lambda}{2}(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\cdot\lambda^{-1}}$$

$$= \frac{\frac{n!}{(n-r)!}\lambda^{r-1} (\prod_{i=1}^r t_{i:n})\exp\left(-\frac{\lambda}{2}(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)}{\int_0^\infty \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^{r-1} (\prod_{i=1}^r t_{i:n})\exp\left(-\frac{\lambda}{2}(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)}$$

$$\int_0^\infty L(\lambda|\underline{t})p(\lambda)d\lambda$$

$$= \int_0^\infty \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r\left(\prod_{i=1}^r t_{i:n}\right)\exp\left(-\frac{\lambda}{2}\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\right)\cdot\frac{1}{\lambda}d\lambda$$

$$= \int_0^\infty \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^r\left(\prod_{i=1}^r t_{i:n}\right)\exp\left(-\frac{\lambda}{2}\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\right)\cdot\lambda^{-1}d\lambda$$

$$= \int_0^\infty \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^{r-1}\left(\prod_{i=1}^r t_{i:n}\right)\exp\left(-\frac{\lambda}{2}\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\right)d\lambda$$

$$= \int_0^\infty \frac{n!}{(n-r)!}\lambda^{r-1}\left(\prod_{i=1}^r t_{i:n}\right)exp\left(-\lambda\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)d\lambda$$

$$= \int_0^\infty \lambda^{r-1}\left(\prod_{i=1}^r t_{i:n}\right)exp\left(-\lambda\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)d\lambda \qquad (4.9)$$

4.1.6 Distribusi gamma

Setelah mendapatkan bentuk distribusi posterior, selanjutnya persamaan (4.9) dibawa ke bentuk distribusi gamma. Bentuk pdf dari distribusi gamma yaitu $g(x|\beta,\alpha) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}} x^{\alpha-1} e^{\frac{-x}{\beta}}$, dengan $\alpha = r$ dan $\beta = \frac{2}{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}$ sehingga diperoleh

$$\int_0^\infty L(\lambda|\underline{t})p(\lambda)d\lambda = \int_0^\infty \lambda^{r-1}\left(\prod_{i=1}^{r} t_{i:n}\right)\exp\left(-\frac{\lambda}{2}\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\right)d\lambda$$

$$= \int_0^\infty \lambda^{r-1} exp\left(-\lambda\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)d\lambda$$

$$= \frac{\Gamma(r)}{\left[\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right]^r}\int_0^\infty \lambda^{r-1} exp\left(-\lambda\left(\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)\right)\cdot\frac{1}{\left(\frac{2}{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}\right)^r\Gamma(r)}d\lambda$$

Karena nilai

$$\int_0^\infty \lambda^{r-1} exp\left(-\lambda\left(\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)\right)\cdot\frac{1}{\left(\frac{2}{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}\right)^r\Gamma(r)}d\lambda = 1$$

Maka

$$\int_0^\infty L(\lambda|\underline{t})p(\lambda)d\lambda = \frac{\Gamma(r)}{\left[\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right]^r}$$

Nilai $L(\lambda|\underline{t})p(\lambda)$ adalah

$$= \lambda^r \exp\left(-\frac{\lambda}{2}\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\right)\cdot\frac{1}{\lambda}$$

$$= \lambda^r \exp\left(-\frac{\lambda}{2}\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\right)\cdot\lambda^{-1}$$

$$= \lambda^{r-1}\exp\left(-\frac{\lambda}{2}\left(\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right)\right)$$

$$= \lambda^{r-1}exp\left(-\lambda\left(\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)\right)$$

Diperoleh persamaan distribusi posterior sebagai berikut

$$f(\lambda|\underline{t}) = \frac{L(\lambda|\underline{t})p(\lambda)}{\int L(\lambda|\underline{t})p(\lambda)d\lambda}$$

$$f(\lambda|\underline{t}) = \frac{\lambda^{r-1}exp\left(-\lambda\left(\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)\right)}{\frac{\Gamma(r)}{\left[\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right]^r}}$$

Dapat juga dituliskan dalam bentuk berikut

$$f(\lambda|\underline{t}) = \frac{\lambda^{r-1}exp\left(-\lambda\left(\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)\right)\left[\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right]^r}{\Gamma(r)} \tag{4.10}$$

4.1.7 Mean distribusi posterior

Dalam mencari estimator bayes untuk λ maka cara yang digunakan adalah dengan menggunakan fungsi kerugian kuadratik. Maka diperoleh estimator bayes untuk λ adalah

$$\hat{\lambda} = E(\lambda|\underline{t}) = \int_0^\infty \lambda \cdot f_{\lambda|t} d\lambda$$

$$= \int_0^\infty \lambda \cdot \frac{\lambda^{r-1}exp\left(-\lambda\left(\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)\right)\left[\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right]^r}{\Gamma(r)} d\lambda$$

$$= \int_0^\infty \frac{\lambda^r exp\left(-\lambda\left(\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)\right)\left[\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right]^r}{\Gamma(r)} d\lambda$$

(4.11)

Dimana $\frac{\left[\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right]^r}{\Gamma(r)}$ merupakan suatu konstanta sehingga dapat dikeluarkan dari fungsi integral persamaan 4.11 , maka diperoleh hasil

$$\hat{\lambda} = \frac{\left[\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right]^r}{\Gamma(r)} \int_0^\infty \lambda^r exp\left(-\lambda\left(\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)\right) d\lambda$$

(4.12)

Selanjutnya persamaan 4.12 dibawa ke pdf distribusi gamma yaitu $g(x|\beta, k) = \frac{1}{\Gamma(k)\beta^k} x^{k-1} e^{\frac{-x}{\beta}}$, dengan $k = r + 1$ dan $\beta = \frac{2}{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}$ maka diperoleh

$\hat{\lambda}$

$$= \frac{\left(\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right)^r}{\Gamma(r)} \frac{\Gamma(r+1)}{\left(\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right)^{r+1}} \int_0^\infty \lambda^r exp\left(-\lambda \frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right)$$

$$\cdot \frac{1}{\left(\frac{2}{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}\right)^{r+1} \Gamma(r+1)} d\lambda$$

Oleh karena nilai

$$\int_0^\infty \lambda^r exp\left(-\lambda \frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right) \cdot \frac{1}{\left(\frac{2}{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}\right)^{r+1} \Gamma(r+1)} d\lambda = 1$$

Maka

$$\hat{\lambda} = \frac{\left(\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right)^r}{\Gamma(r)} \frac{\Gamma(r+1)}{\left(\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right)^{r+1}}$$

$$= \frac{2r}{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}$$

Dari perhitungan diatas diperoleh estimasi bayes untuk $\hat{\lambda}$ yaitu

$$\hat{\lambda} = \frac{2r}{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)} \tag{4.13}$$

4.2 Selang Kepercayaan Bayes

Setelah mendapatkan estimator bayes maka selanjutnya akan dicari selang kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ untuk selang λ. Selang kepercayaan ini berdasarkan hasil distribusi posterior dari λ. Berdasarkan persamaan (4.12) bentuk distribusi posterior $f(\lambda|\underline{t})$ adalah $f(\lambda|\underline{t}) = \frac{\lambda^{r-1} exp\left(-\lambda\left(\frac{\left[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)\right]}{2}\right)\right)\left[\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right]^r}{\Gamma(r)}$ Bentuk selang kepercayaanya adalah sebagai berikut $\Pr(c_1 \leq \lambda \leq c_2|x) = (1-\alpha)100\%$. Setelah mengetahui bentuk selang kepercayaannya maka dapat di tentukan batas bawah (c_1) dan batas atas (c_2). Bentuk batas bawah dan batas atas adalah:

$$R(c_1|\underline{t}) = \int_0^{c_1} f(\lambda|\underline{t}) d\lambda = \frac{\alpha}{2}$$

Dan

$$R(c_2|\underline{t}) = \int_0^{c_2} f(\lambda|\underline{t}) d\lambda = 1 - \frac{\alpha}{2} \tag{4.14}$$

Batas bawah dan batas atas dapat dicari dengan membuat program pada software *Mathematica*

4.3 Algoritma Program untuk mencari nilai estimator

Untuk mendapatka nilai estimator λ dapat dicari dengan menggunakan software mathematica dari meteri-materi sebelumnya. Dengan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Menginputkan data lengkap sebanyak n sampel tersensor tipe II berdistribusi Rayleigh .
b. Mengurutkan n sampel data lengkap tersensor tipe II yang berdistribusi Rayleigh.
c. Menentukan banyaknya unit kegagalan r dengan $1 \leq r \leq n$.
d. Menentukan nilai dari t_r dengan t_r = t[[r]]
e. Menentukan data yang teramati dan data yang tersensor dari vektor n sampel tersensor tipe II yang berdistribusi Rayleigh
f. Menentukan nilai parameter $\hat{\lambda}$ dari inputan data yang teramati yang didapat dari langkah d.
g. Estimator $\hat{\lambda}$ diperoleh.

4.4 Algoritma Untuk Mencari Selang Kepercayaan

Langkah I : Menentukan bentuk distribusi *posterior* $f(\lambda|\underline{t})$ dengan memasukkan nilai

$$\sum_{i=1}^{r}(1-r_i)x_{i:r:n} \;\; dalam\, persamaan\; (4.12) :$$

$$f(\lambda|\underline{t}) = \frac{\lambda^{r-1} exp\left(-\lambda\left(\frac{[\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)]}{2}\right)\right)\left[\frac{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}{2}\right]^r}{\Gamma(r)}$$

Langkah II :menentukan plot dari distribusi *posterior* $f(\lambda|\underline{t})$

Langkah III : Mencari nilai batas bawah (c_1) dengan α=5%, yaitu dengan menyelesaikan persamaan, $R(c_1|\lambda) = \int_0^{c_1} f(\lambda|\underline{t})d\lambda = 0.025$dengan sintaks :

$c_1 = FindRoot\ \int_0^{c_1} f(\lambda|\underline{t})d\lambda - 0.025 == 0, \{c_1, b\}$

dimana b merupakan nilai kisaran untuk batas bawah (c_1) yang didekati dengan menggunakan program *Mathematica*.

Langkah IV : Mencari nilai batas atas (c_2) dengan α=5%, yaitu dengan menyelesaikan persamaan , $R(c_2|\lambda) = \int_0^{c_2} f(\lambda|\underline{t})d\lambda = 0.975$, dengan sintaks :

$c_2 = FindRoot\ \int_0^{c_2} f(\lambda|\underline{t})d\lambda - 0.975 == 0, \{c_2, d\}$

dimana d merupakan nilai kisaran untuk batas atas (c_2) yang didekati dengan menggunakan program *Mathematica*.

Langkah V : Diperoleh batas bawah (c_1) dan batas atas (c_2).

4.5 Penerapan Pada Data Penderita AIDS Pada Anak Usia Satu Sampai Empat Tahun

Berdasarkan tujuan penyusunan skripsi ini, selanjutnya disusun program *Mathematica* dari distribusi Rayleigh pada data tahan hidup tersensor tipe II dengan menggunakan metode bayes. Kemudian akan dibahas tentang penerapan program pada data terrsensor tipe II dengan menggunakan *software Mathematica.*

Dalam skripsi ini akan diberikan ilustrasi penerapan estimasi parameter distribusi rayleigh pada sampel tersensor tipe II menggunakan data daya tahan hidup penderita AIDS pada anak-anak usia satu sampai empat tahun. Data daya tahan hidup ini dicatat mulai dari pasien terdiagnosa sampai meninggal yang diadopsi dari (Chang, 2001). Data tersebut merupakan sampel lengkap yang terdiri dari 30 pengamatan (n = 30). Data tersebut merupakan variabel *independent* karena kemampuan bertahan hidup *(lifetime)* tiap pasien berbeda sesuai dengan karakteristik masing-masing sampel. Data dapat dilihat pada Lampiran 1.

Sebagai ilustrasi dalam proses penyensoran data tahan hidup tersensor tipe II,Dalam skripsi ini diberikan skema penyensoran. Jika ditentukan jumlah kegagalan, r = 28 kegagalan dari n = 30, penulis menambil r = 28, karena mempunyai *MSE (Mean square error)* yang paling kecil diantara r = 1 sampai r = 30 yaitu sebesar 0,000000217. Sehingga dapat dikatakan r = 28 merupakan r yang terbaik.

Berikut ini akan diuraikan langkah-langkah untuk penerapan estimasi parameter distribusi Rayleigh terhadap sampel dengan contoh skema penyensoran diatas.

Langkah pertama yaitu melakukan pengujian terhadap data tersebut menggunakan uji *One Sample* Kormogorov-Smirnov dengan menggunakan bantuan *software* Easyfit untuk mengetahui distribusi dari data diagnosis AIDS pada anak-anak usia satu sampai empat tahun tersebut, sehingga dapat dilakukan analisa lebih lanjut sesuai dengan distribusi probabilitasnya dengan mengambil hipotesis sebagai berikut :

Ho : Data daya tahan hidup penderita AIDS pada anak-anak usia satu sampai empat tahun berdistribusi Rayleigh.

H_1 : Data daya tahan hidup penderita AIDS pada anak-anak usia satu sampai empat tahun tidak berdistribusi Rayleigh.

Pada Lampiran 2, dapat diketahui bahwa nilai p- value dari uji tersebut adalah 0,66835. Oleh karena nilai p value tersebut lebih besar dari tingkat signifikansi 0,05 maka keputusannya adalah terima Ho atau dapat disimpulkan bahwa data diagnosis AIDS pada anak-anak usia satu sampai empat tahun berdistribusi rayleigh.

Setelah diketahui bahwa data berdistribusi rayleigh maka langkah selanjutnya adalah mencari estimator titik parameter distribusi Rayleigh pada data daya tahan hidup tersensor tipe II dengan metode Bayes menggunakan *software* Mathematica. Uraian estimasi parameter yang dimaksud untuk skema penyensoran tersebut adalah sebagai berikut, yaitu :

Untuk skema penyensoran r = 28 kegagalan dan diperoleh hasil akhir nilai estimator titik sebesar $\hat{\lambda}$ = 0.00255556. Berdasarkan persamaan 2.5 dan hasil estimasi titik tersebut menunjukkan bahwa rata-rata waktu daya tahan hidup penderita AIDS pada anak-anak usia satu sampai empat tahun adalah 24,78 bulan. Selain itu dapat diperoleh juga estimasi dari fungsi survivalnya berdasarkan persamaan (2.7) sebagai berikut :

$$\hat{s}(t) = \exp\left(\frac{-\hat{\lambda}t^2}{2}\right) = \exp\left(\frac{-0.00255556t^2}{2}\right)$$

Sebagai contoh misalkan diberikan t = 28 bulan maka diperoleh estimator dari fungsi survival sebesar $\hat{s}(28) = \exp\left(\frac{-0.00255556(28)^2}{2}\right) = 0.36$. Angka tersebut menyatakan bahwa probabilitas penderita AIDS pada anak-anak usia satu sampai empat tahun untuk mampu bertahan selama 28 bulan adalah sebesar 36

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Estimator parameter distribusi Rayleigh pada data daya tahan hidup tersensor tipe II dengan metode bayes adalah

$$\hat{\lambda} = \frac{2r}{\sum t_{i:n}^2 + t_r^2(n-r)}$$

2. Bentuk selang kepercayaanya adalah sebagai berikut $\Pr(c_1 \le \lambda \le c_2|x) = (1-\alpha)100\%$.

   Bentuk batas bawah dan batas atas adalah:

$$R(c_1|\underline{t}) = \int_0^{c_1} f(\lambda|\underline{t})d\lambda = \frac{\alpha}{2}$$

$$FindRoot\left[\int_0^{c_1} g\ lamda - 0.025 == 0, \{c_1, 0.001\}\right]$$

{c1=0.00169815}

Dan

$$R(c_2|\underline{t}) = \int_0^{c_2} f(\lambda|\underline{t})d\lambda = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$FindRoot\left[\int_0^{c_2} g\ lamda - 0.975 == 0, \{c_2, 0.006\}\right]$$

{ c2=0.00358541 }

3. Pada penerapan data daya tahan hidup penderita AIDS pada anak- anak usia satu sampai empat tahun yang diadopsi dari (Chang, 2001) diperoleh : Untuk skema penyensoran r = 28 rata-rata waktu daya tahan hidup penderita AIDS pada anak- anak usia satu sampai empat tahun adalah 24,78 bulan. Fungsi survival untuk r = 28 adalah 0,36. Jadi probabilitas penderita AIDS pada anak-anak usia satu sampai empat rahun mampu bertahan selama 28 bulan adalah sebesar 36 %.

5.2 SARAN

Pembahasan untuk menentukan estimator parameter titik distribusi Rayleigh pada data daya tahan hidup tersensor tipe II dengan metode Bayes dapat dikembangkan lebih lanjut dengan menggunakan jenis distribusi lain seperti distribusi Weibull, distribusi Chi-Square, dan lain sebagainya.

DAFTAR PUSTAKA

1. Bain, L.J. dan Engelhardt, M., 1992, Introduction to Probability and Mathematical Statistics, Second Edition, Duxbury Press, Belmont-California.

2. Barlow, R. E., and Proschan, F., 1996, Mathematical Theory of Reliability, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelpia

3. Box, G.E.P dan Tiao, G.C., 1973, Bayesian Inference in Statistical Analysis, University of Wilconsin, Addison-Wesley Publishing Company, United States of America.

4. Graybill, F. A., Mood, A. M., and Bosch, D. C., 1963, Introduction to The Theory of Statistics, Third Edition, McGrawl-Hill, Inc, Japan

5. Larson, H.J., 1982, Introduction to Probability Theory and Statistical Inference. Third Edition, John Willey and Sons, New York.

6. Lawless, J.F., 1982, Statistical Models and Methods for Lifetime Data. John Willey and Sons, New York.

7. Polovko, A. M. 1968, Fundamentals of Reliability Theory, Academic Press

8. Shuo-Jye Wu, 2002, Estimation of The Parameters of The Weibull Distribution With Progressively Cencored Data, Vol. 32, No. 2, Jurnal Japan Statistics, P.155-163

9. Walpole, R.E. and Myers, R.H., 1972, Probability and Statistics For Engineers and Scientists, Fourth Edition, Macmillan Publishing Co, Inc., United State of America.

10. Widiharih, T. 2003., Inferensi Data Uji Hidup Tersensor Tipe II Berdistribusi Rayleigh dengan metode MLE. FMIPA UNDIP, Indonesia.

Lampiran 1.

Data Daya Tahan Hidup Penderita AIDS Pada Anak – Anak Usia 1 – 4 Tahun

No	Waktu Tahan Hidup (Bulan)	Usia (Tahun)	MSE
1	7	1	0,000000555
2	7	1	0,000000555
3	7	2	0,000000555
4	8	4	0,000000948
5	8	1	0,000000948
6	9	2	0,00000123
7	9	4	0,00000123
8	13	4	0,000000456
9	14	1	0,000000446
10	15	2	0,000000528
11	15	2	0,000000528
12	16	4	0,000000513
13	17	2	0,000000500
14	18	1	0,000000498
15	21	2	0,000000405
16	21	3	0,000000405
17	23	1	0,000000355
18	27	3	0,000000300
19	27	1	0,000000300
20	27	2	0,000000300
21	31	1	0,000000250
22	32	2	0,000000255
23	34	4	0,000000245
24	37	2	0,000000225
25	39	2	0,000000222
26	40	2	0,000000231
27	44	1	0,000000218
28	47	1	0,000000217
29	50	2	0,000000221
30	52	4	0,000000232

Sumber : Chang, W.M., 2001, **A Semi parametric Model for Randomly Truncated Data**, Journal of The American Statistical Association Vol 84, No. 407

Lampiran 2.
Uji Distribusi Rayleigh Pada Data Diagnosis AIDS Pada Pasien Anak – Anak Usia 1 – 4 Tahun.

Goodness of Fit - Details [hide]

Rayleigh [#54]					
Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size Statistic P-Value Rank	30 0.12738 0.66835 24				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	0.19032	0.21756	0.2417	0.27023	0.28987
Reject?	No	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Sample Size Statistic Rank	30 0.68801 25				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	1.3749	1.9286	2.5018	3.2892	3.9074
Reject?	No	No	No	No	No
Chi-Squared					
Deg. of freedom Statistic P-Value Rank	3 1.6937 0.63834 29				
α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01
Critical Value	4.6416	6.2514	7.8147	9.8374	11.345
Reject?	No	No	No	No	N

Lampiran 3.
Program Untuk menentukan Estimasi Titik , Plot Selang Kepercayaan Parameter Serta Fungsi Survival Distribusi Rayleigh Pada Data Diagnosis AIDS Pada Pasien Anak – Anak Usia 1 – 4 Tahun.

a. Program dan *output* program untuk skema penyensoran r = 28

```
x={7,7,7,8,8,9,9,13,14,15,15,16,17,18,21,21,23,27,27,27,31,32,34,37,39,40,44,47,50,52}

{7,7,7,8,8,9,9,13,14,15,15,16,17,18,21,21,23,27,27,27,31,32,34,37,39,40,44,47,50,52}
```

```
f[x_List, R_Integer] := (n = Length[x]; tr = x[[R]]; y = Select[x, # ≤ tr &]; r = Length[y];
  lamda = (2 * r) / (Sum[y[[i]]^2, {i, 1, r}] + tr^2 * (n - r)); Print["lamda = ", lamda // N];)
```

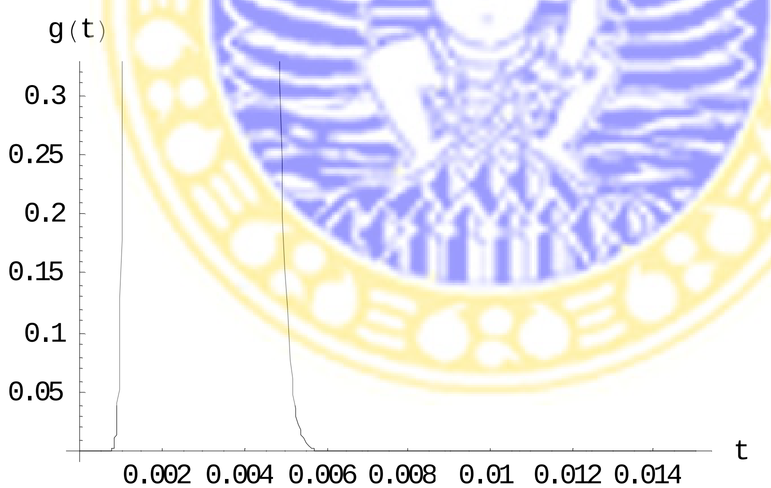
$$\text{lamda} = (2*r) \Big/ \left(\sum_{i=1}^{r} y[[i]]^2 + tr^2 * (n-r)\right)$$

```
f[x,28]
 lamda =  0.00255556
```

b. Program dan *output* program untuk memperoleh selang kepercayaan

$$g := \left(\text{lamda}^\wedge(r-1) * \text{Exp}\left[-\text{lamda} * \left(\sum_{i=1}^{r} y[[i]]^2 + tr^2 * (n-r)\right) \Big/ 2\right] * \left(\left(\sum_{i=1}^{r} y[[i]]^2 + tr^2 * (n-r)\right) \Big/ 2\right)^\wedge r\right) \Big/ \text{Gamma}[r]$$

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```




```
-Graphics-
```

$$\text{FindRoot}\left[\int_0^{c1} g \, d\text{lamda} - 0.025 == 0, \{c1, 0.001\}\right]$$

```
{c1 → 0.00169815}
```

$$\text{FindRoot}\left[\int_0^{c2} g \, d\text{lamda} - 0.975` == 0, \{c2, 0.006\}\right]$$

```
{c2 → 0.00358541}
```

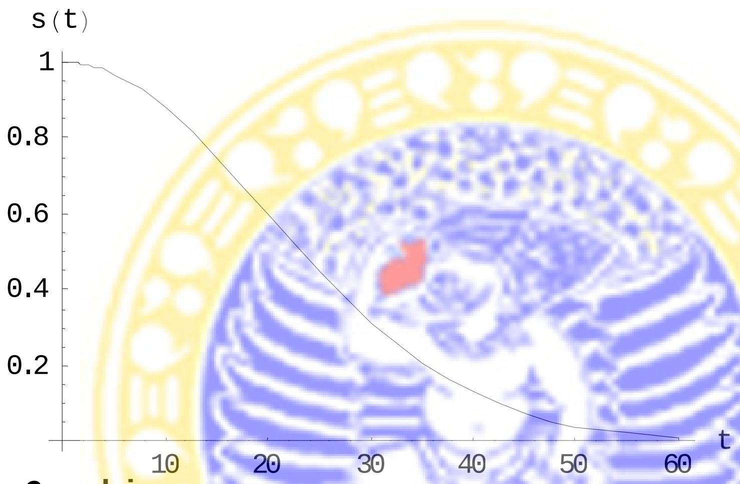
c. Program dan output untuk mendapatkan plot fungsi survival untuk r = 28

S[t_]:=Exp[(-lamda*t^2)/2]

- **S[28]**

```
f[x,28]
lamda =  0.00255556
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```




```
-Graphics-
```

Lampiran gambar

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 1 sampai r = 30

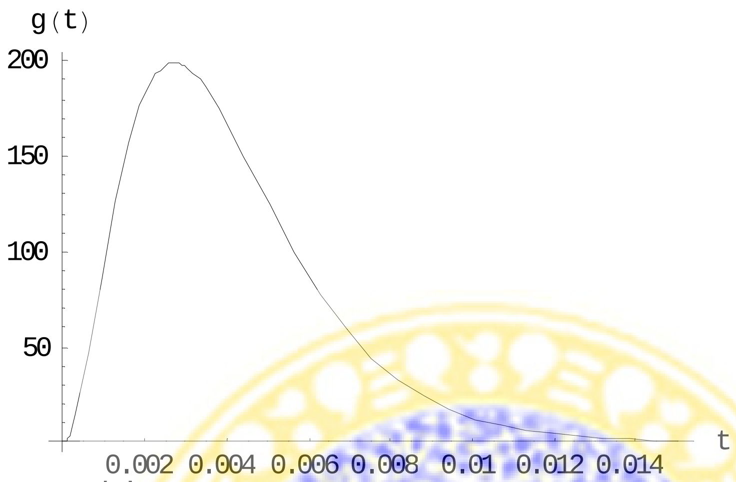
Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 1

- **Plot Penyensoran r =1**

```
f[x,1]
```

```
lamda =  0.00408163
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

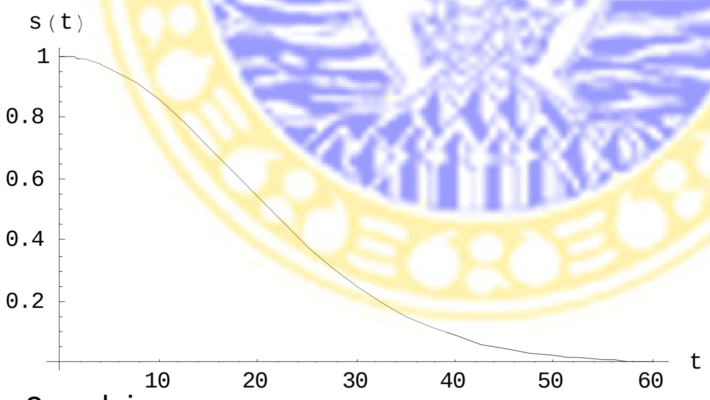



```
-Graphics-
```

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 1**

```
f[x,1]
lamda =  0.00408163
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



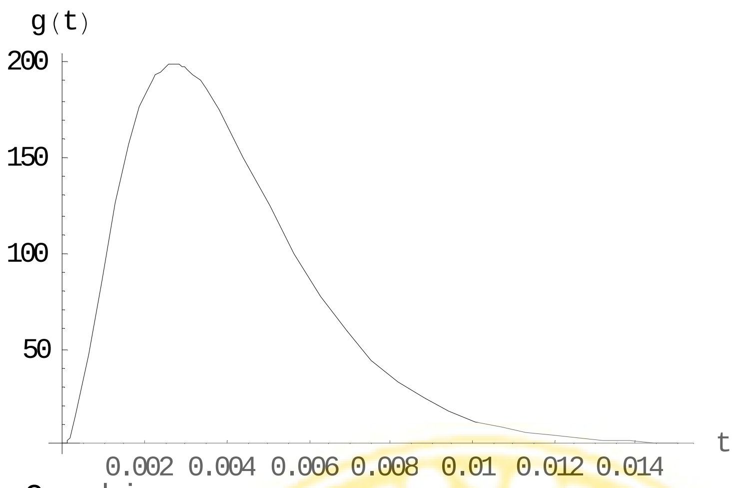

```
-Graphics-
```

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 2

- **Plot Penyensoran r =2**

```
f[x,2]
lamda =  0.00408163
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

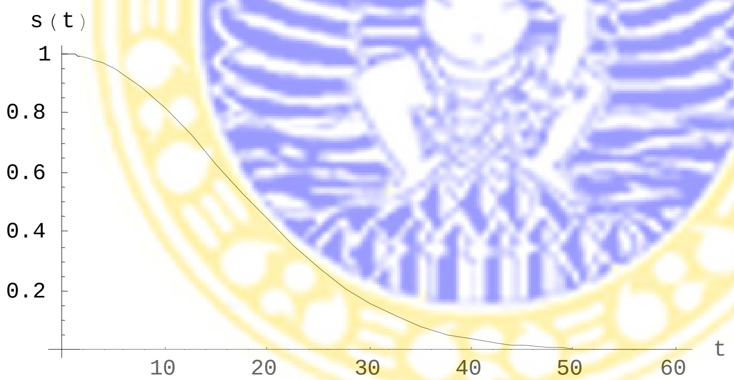


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 2**

```
f[x,2]
 lamda =  0.00408163

Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



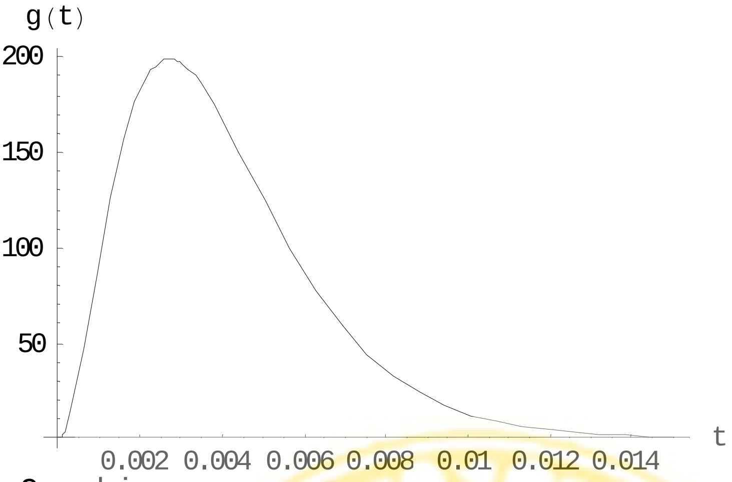
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 3

- **Plot Penyensoran r =3**

```
f[x,3]
 lamda =  0.00408163

Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

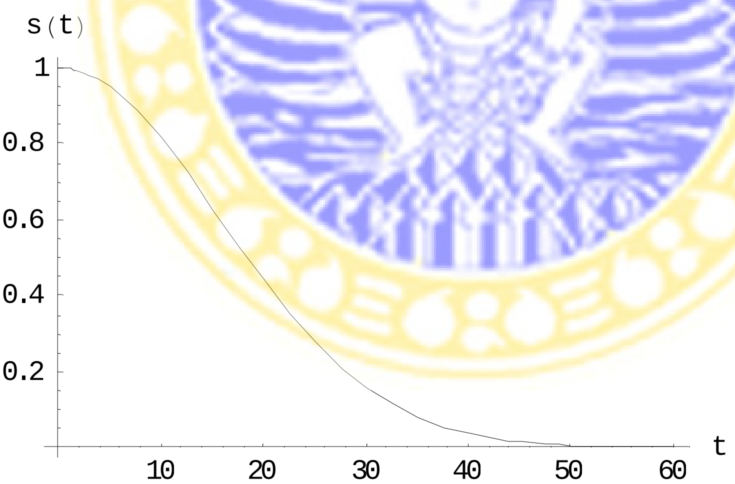



```
-Graphics-
```

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 3**

```
f[x,3]
lamda =  0.00408163

Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



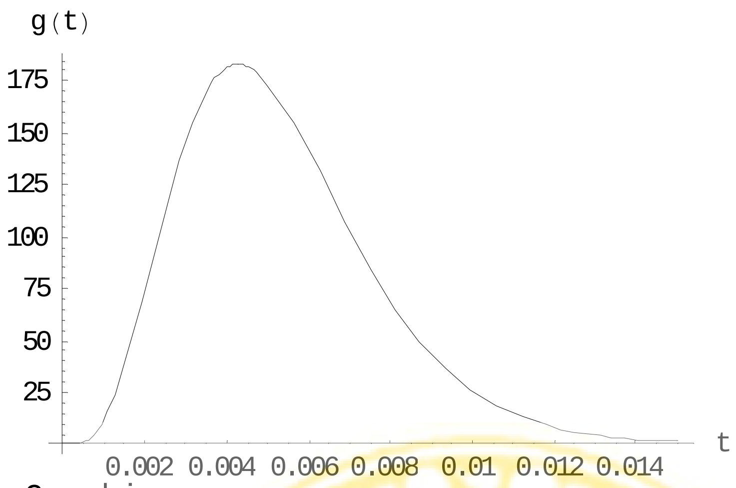

```
-Graphics-
```

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 4

- **Plot Penyensoran r =4**

```
f[x,4]
lamda =  0.00533333

Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

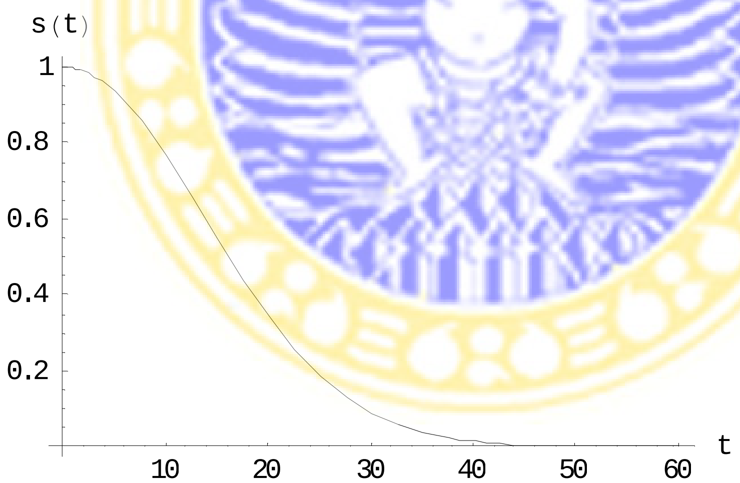


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 4**

```
f[x,4]
lamda =  0.00533333
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



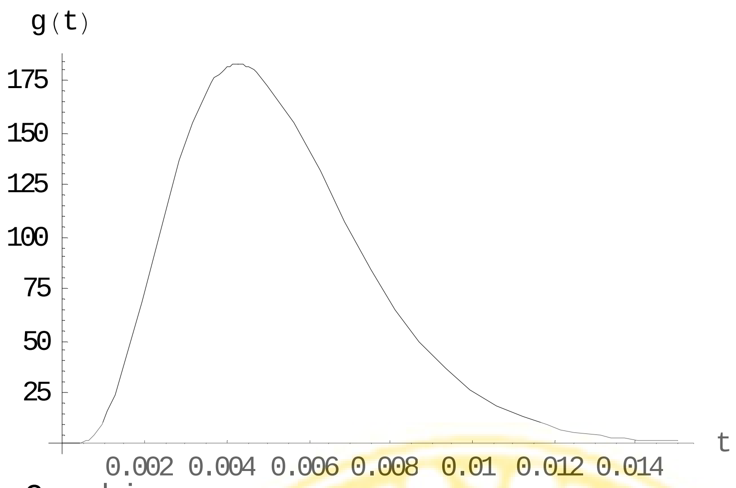
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 5

- **Plot Penyensoran r =5**

```
f[x,5]
lamda =  0.00533333
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

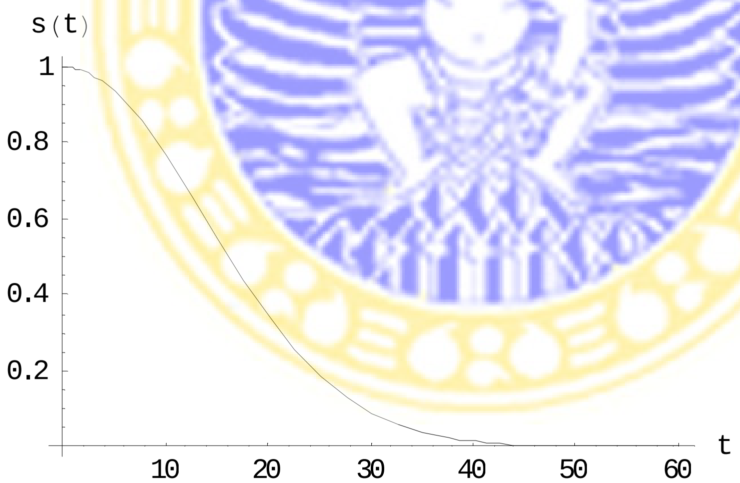


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 5**

```
f[x,5]
lamda =  0.00533333
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



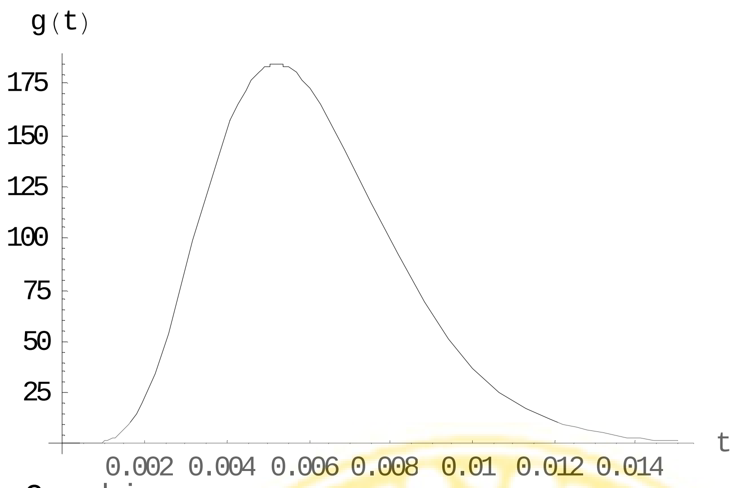
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 6

- **Plot Penyensoran r =6**

```
f[x,6]
lamda =  0.00608696
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

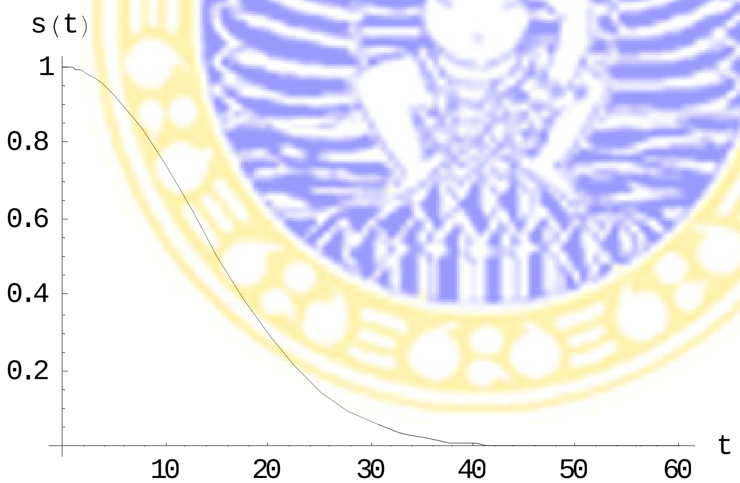


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 6**

```
f[x,6]
lamda =  0.00608696
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



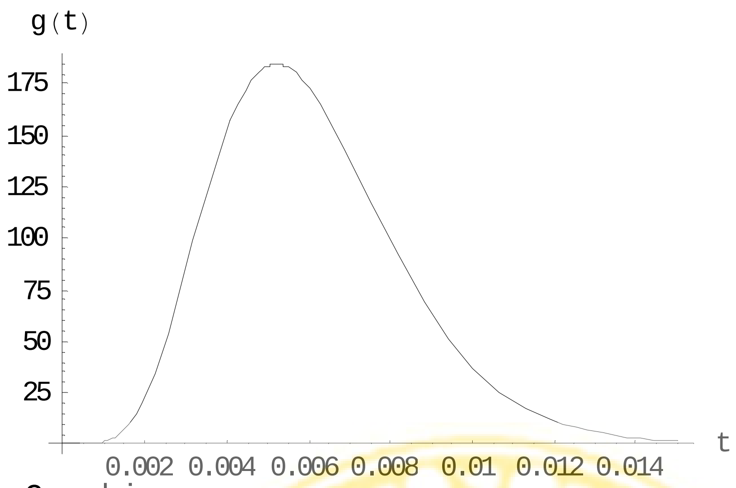
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 7

- **Plot Penyensoran r =7**

```
f[x,7]
lamda =  0.00608696
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

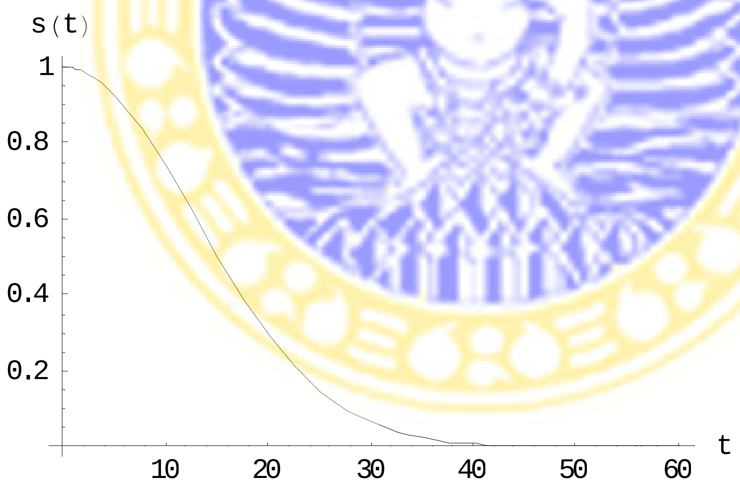


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 7**

```
f[x,7]
lamda =  0.00608696
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



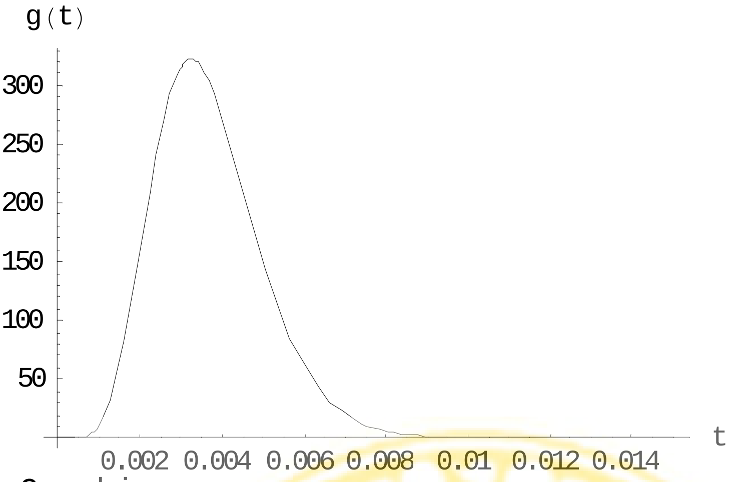
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 8

- **Plot Penyensoran r =8**

```
f[x,8]
lamda =  0.00370028
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```



-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 8**

```
f[x,8]
lamda =  0.00370028
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```

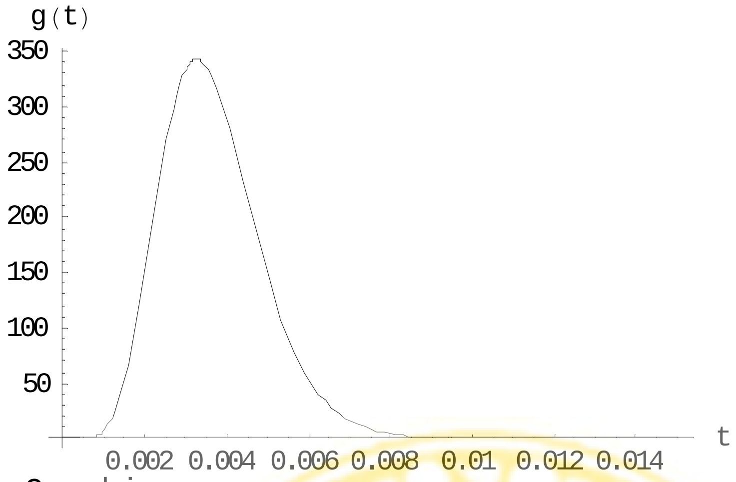
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 9

- **Plot Penyensoran r =9**

```
f[x,9]
lamda =  0.00366002
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

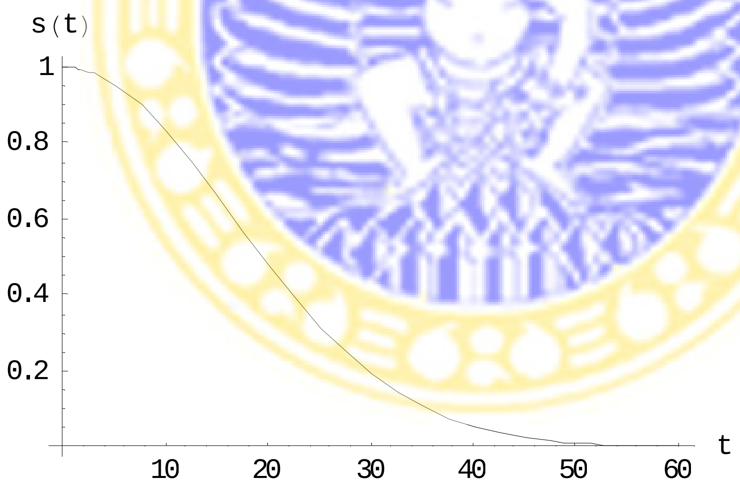


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 9**

```
f[x,9]
lamda =  0.00366002
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



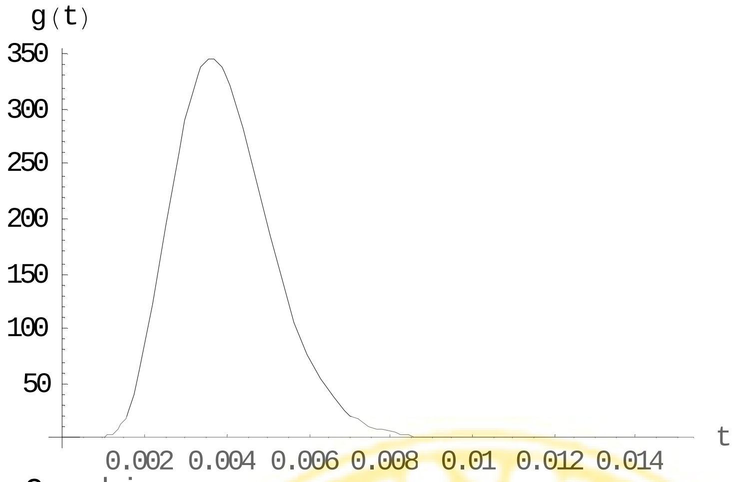
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 10

- **Plot Penyensoran r =10**

```
f[x,10]
lamda =  0.00398046
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

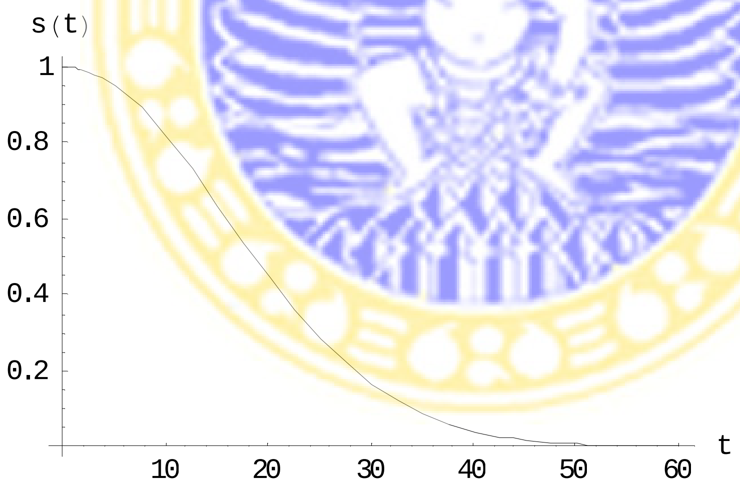


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 10**

```
f[x,10]
lamda =  0.00398046
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



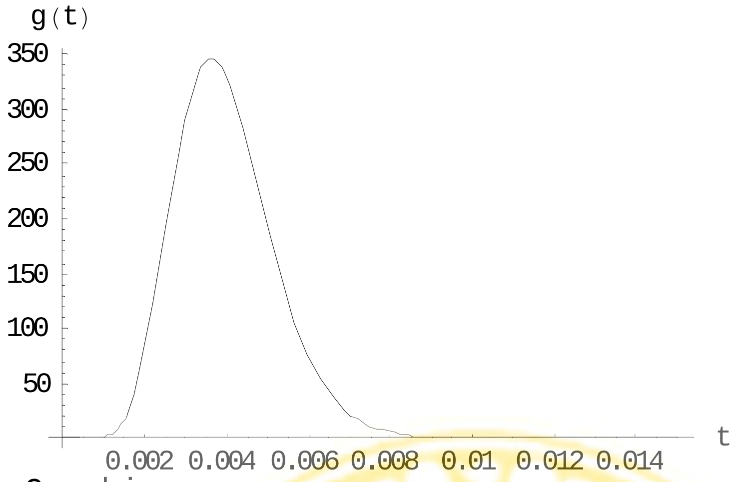
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 11

- **Plot Penyensoran r =11**

```
f[x,11]
lamda =  0.00398046
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

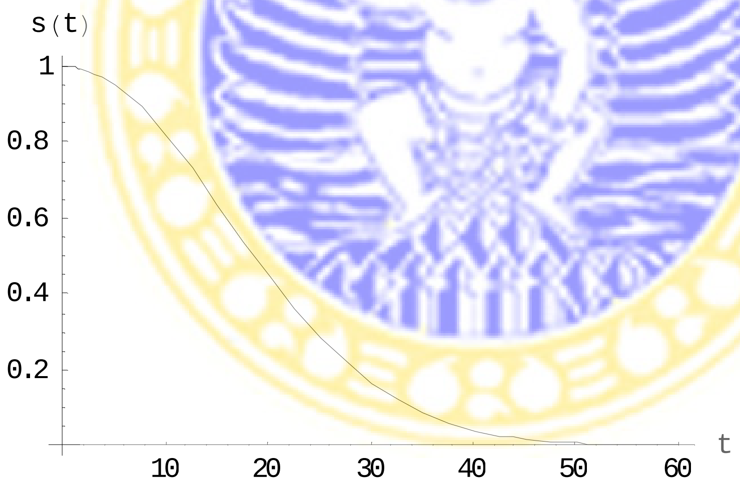



```
-Graphics-
```

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 11**

```
f[x,11]
lamda =  0.00398046
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



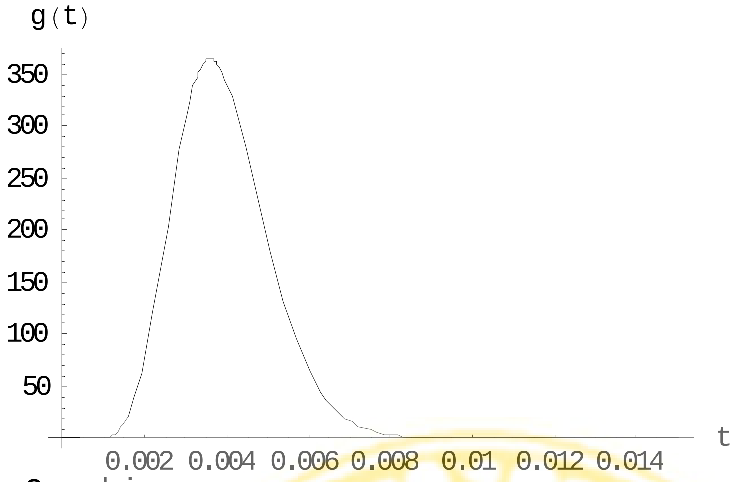

```
-Graphics-
```

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 12

- **Plot Penyensoran r =12**

```
f[x,12]
lamda =  0.00392413
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

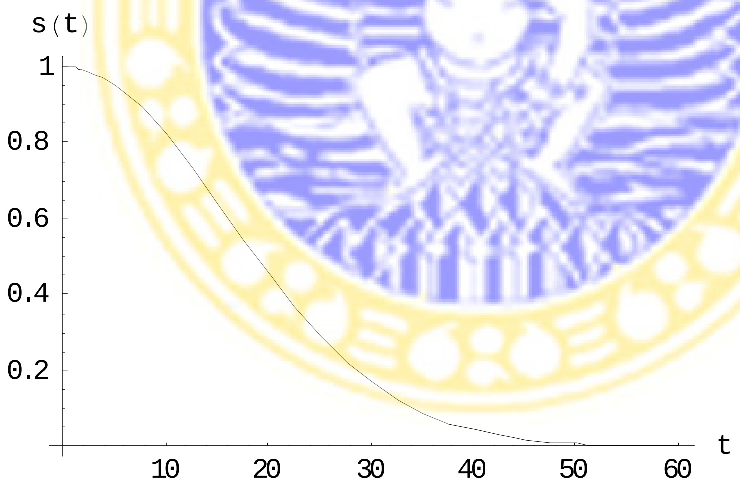


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 12**

```
f[x,12]
lamda =  0.00392413
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



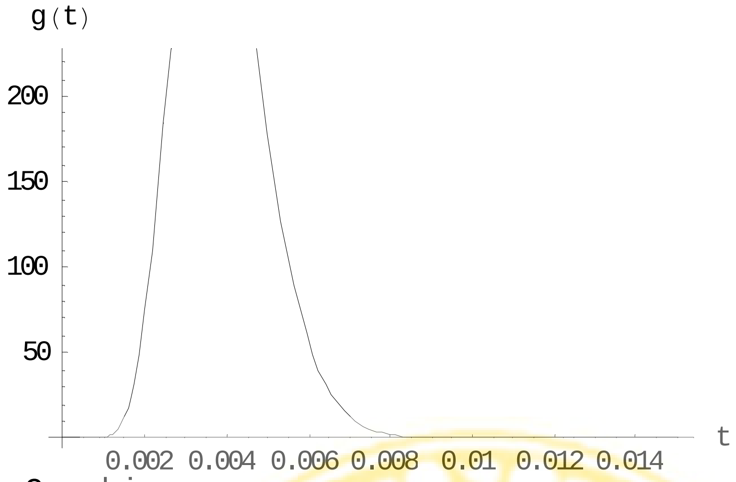
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 13

- **Plot Penyensoran r =13**

```
f[x,13]
lamda =  0.00387481
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

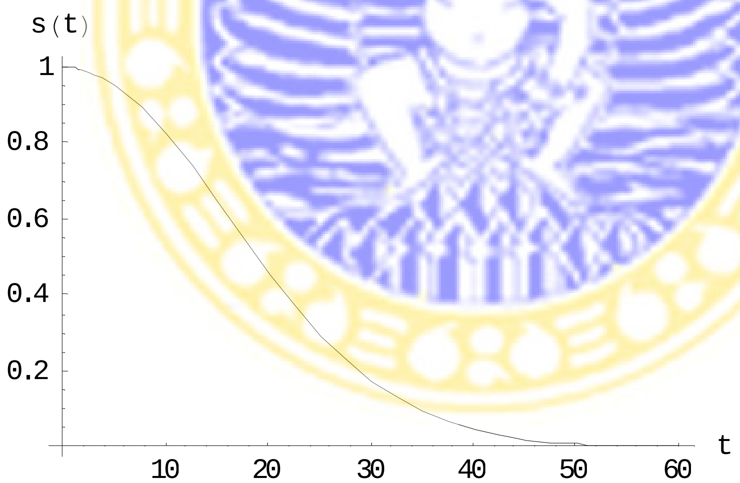


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 13**

```
f[x,13]
lamda =  0.00387481
```

`Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]`



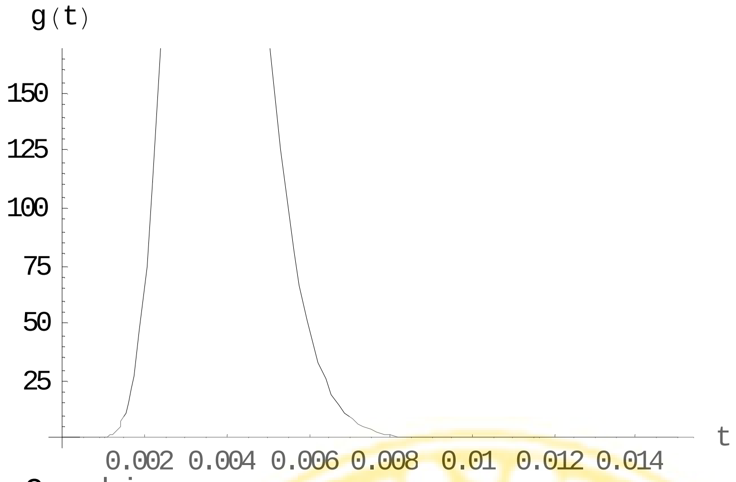
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 14

- **Plot Penyensoran r =14**

```
f[x,14]
lamda =  0.00383299
```

`Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]`

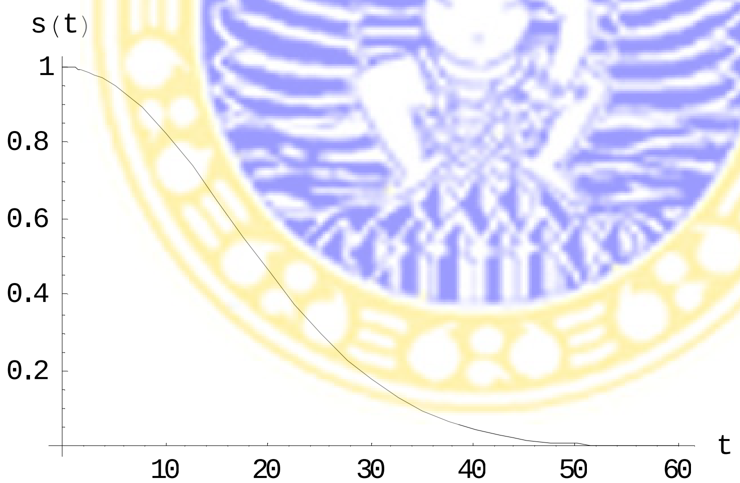


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 14**

```
f[x,14]
lamda =  0.00383299
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



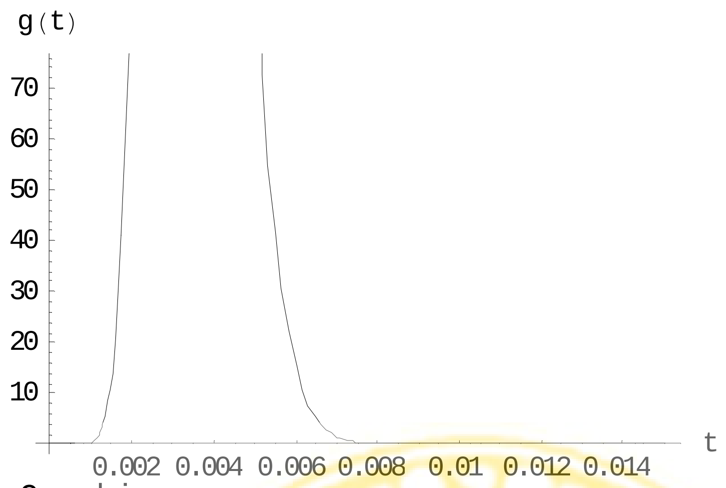
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 15

- **Plot Penyensoran r =15**

```
f[x,15]
lamda =  0.00348698
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

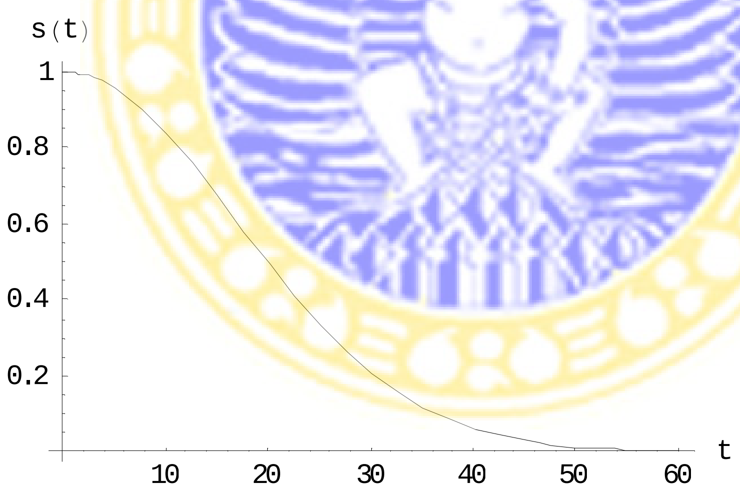



```
-Graphics-
```

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 15**

```
f[x,15]
lamda =  0.00348698

Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



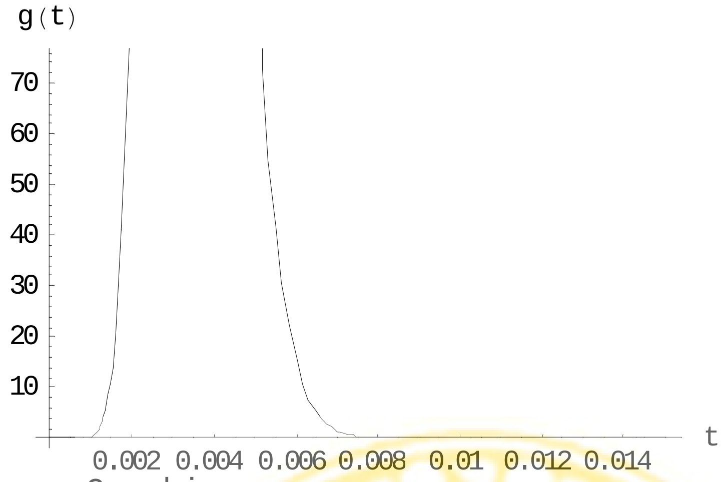

```
-Graphics-
```

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 16

- **Plot Penyensoran r =16**

```
f[x,16]
lamda =  0.00348698

Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```




```
-Graphics-
```

- **Plot Fungsi Survival untuk r = 16**

```
f[x,16]
lamda =  0.00348698

Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```

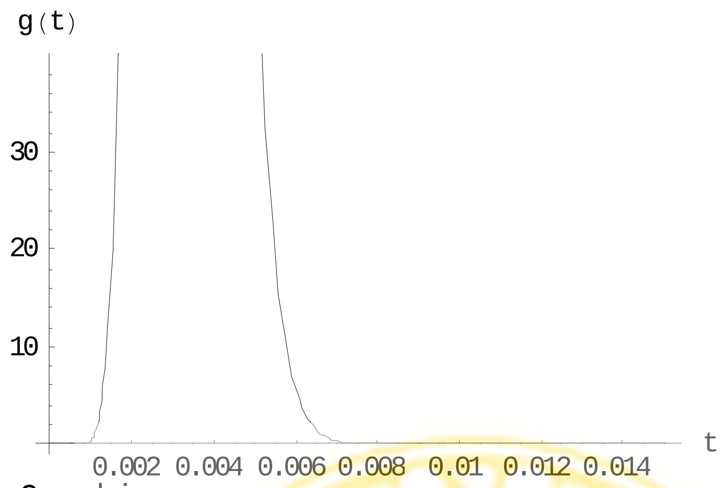

```
-Graphics-
```

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 17

- **Plot Penyensoran r =17**

```
f[x,17]
lamda =  0.0032664

Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```



-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 17**

f[x,17]
lamda = 0.0032664

Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]

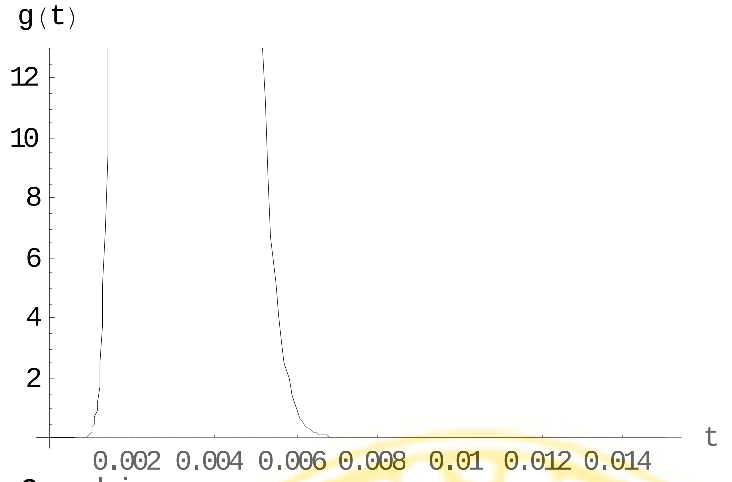
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 18

- **Plot Penyensoran r =18**

f[x,18]
lamda = 0.00307479

Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]



-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 18**

```
f[x,18]
lamda =  0.00307479
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```

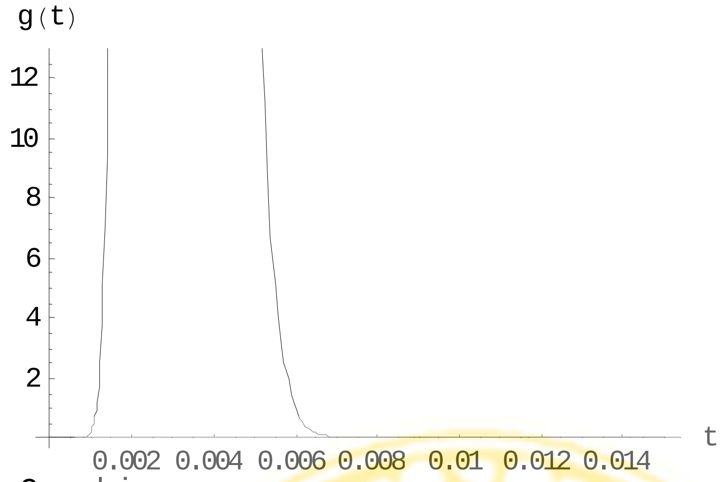
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 19

- **Plot Penyensoran r =19**

```
f[x,19]
lamda =  0.00307479
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

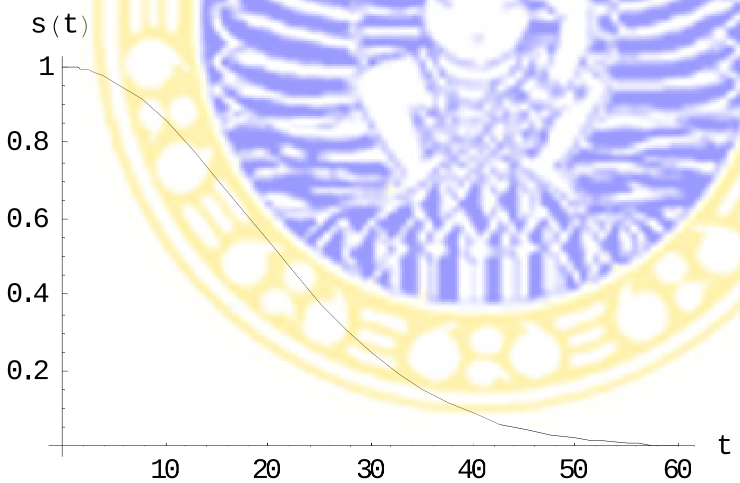



```
-Graphics-
```

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 19**

```
f[x,19]
 lamda =  0.00307479

 Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



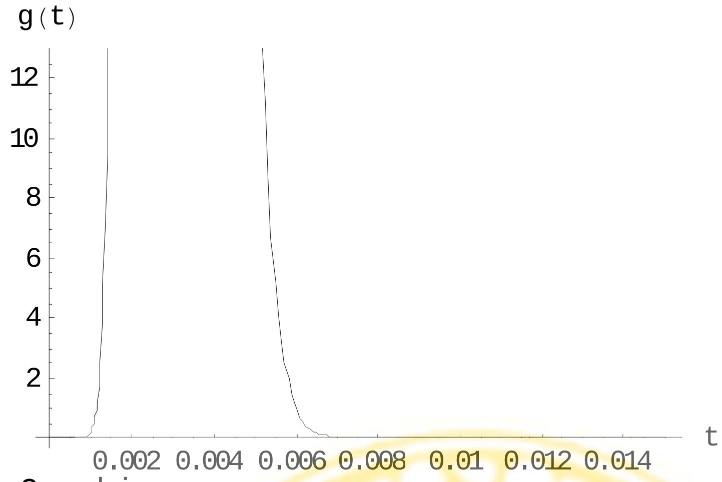

```
-Graphics-
```

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 20

- **Plot Penyensoran r =1**

```
f[x,20]
lamda =  0.00307479

Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

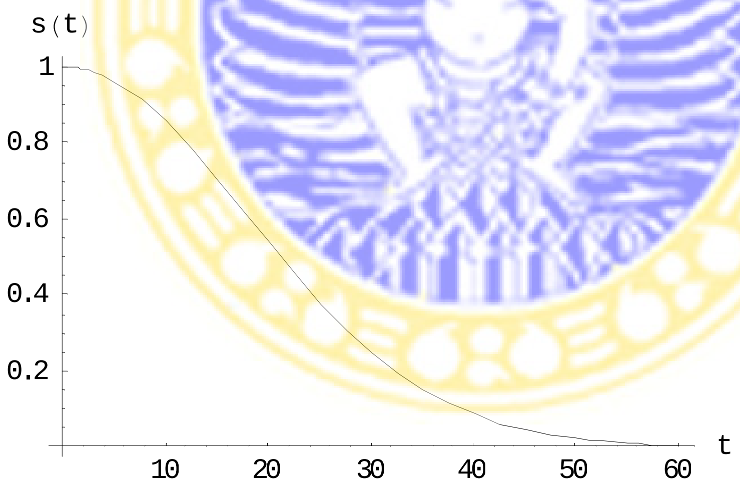


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 20**

```
f[x,20]
lamda =  0.00307479
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



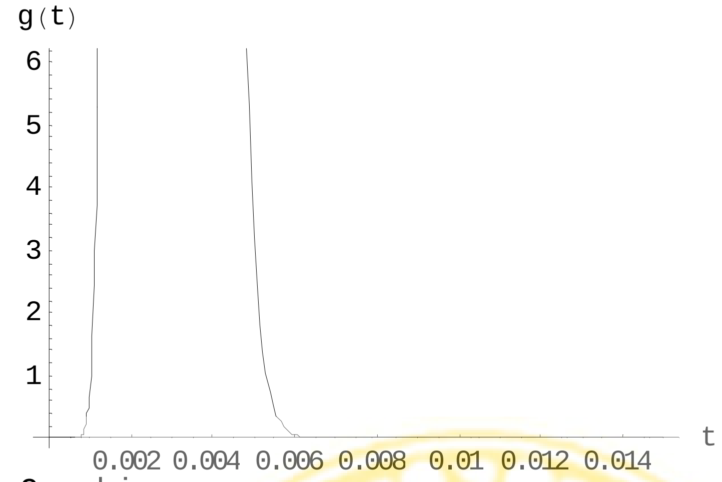
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r =21

- **Plot Penyensoran r =21**

```
f[x,21]
lamda =  0.0027399
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

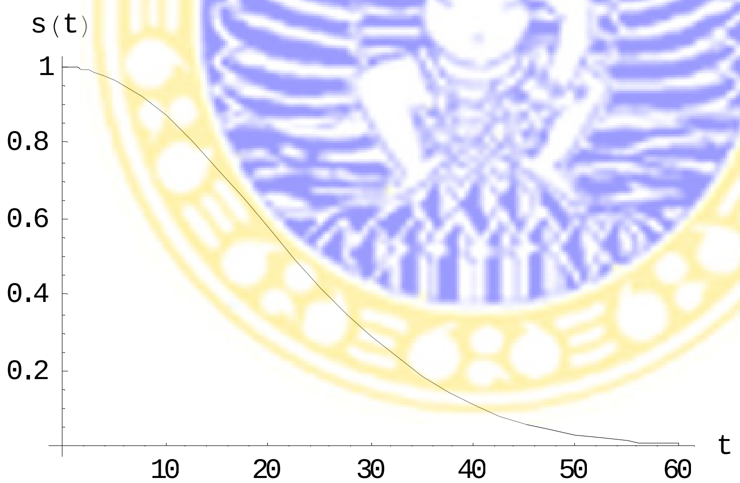



```
-Graphics-
```

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 21**

```
f[x,21]
lamda =  0.0027399
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



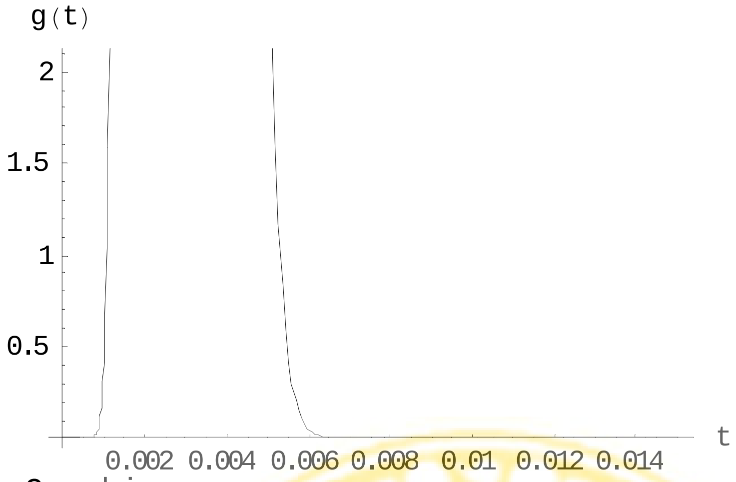

```
-Graphics-
```

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 22

- **Plot Penyensoran r =22**

```
f[x,22]
lamda =  0.00276799
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

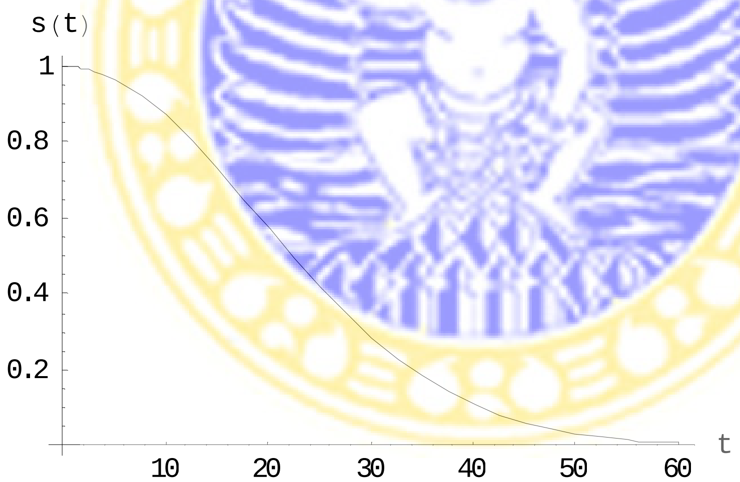


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 22**

```
f[x,22]
lamda =  0.00276799

Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



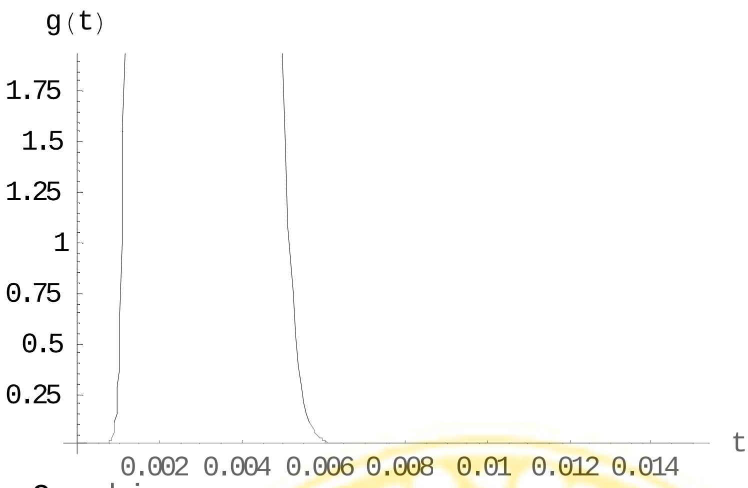
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 23

- **Plot Penyensoran r =23**

```
f[x,23]
lamda =  0.00271354

Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

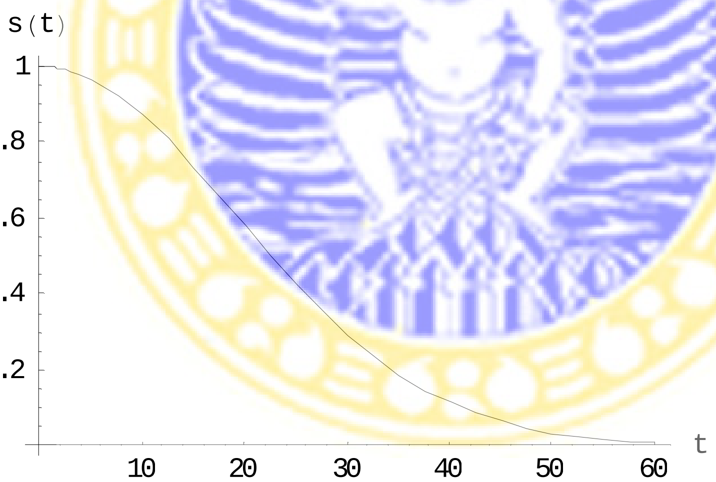


-Graphics-

- **Plot Fungsi Survival untuk r = 23**

```
f[x,23]
lamda =  0.00271354
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



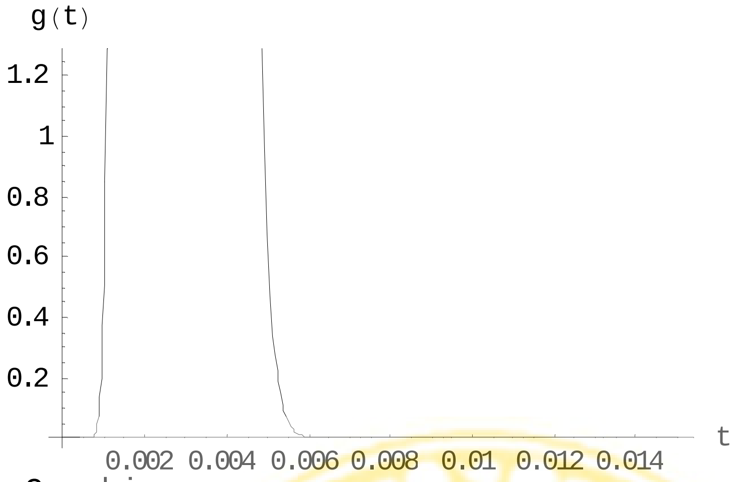
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 24

- **Plot Penyensoran r =24**

```
f[x,24]
lamda =  0.00260261
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

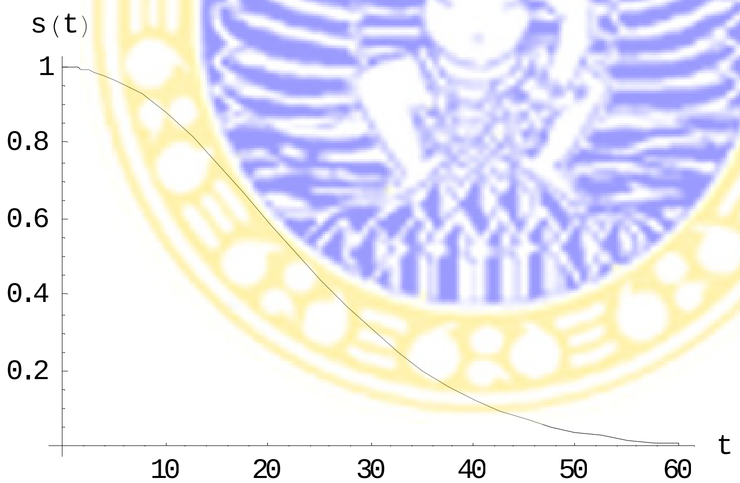


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 24**

```
f[x,24]
lamda =  0.00260261
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



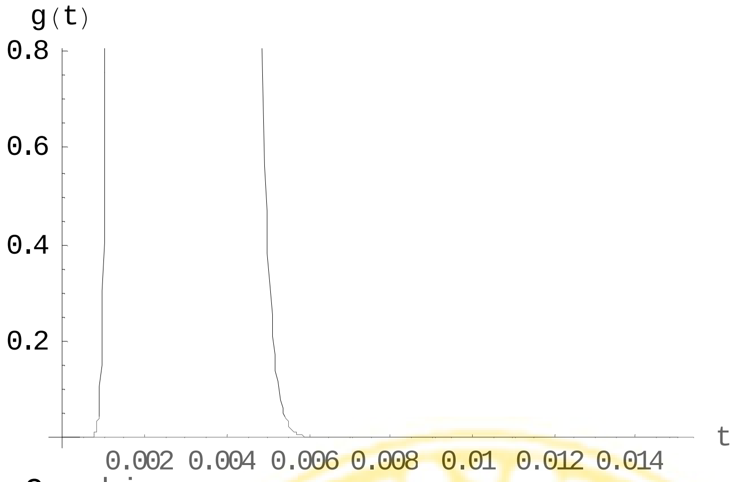
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 25

- **Plot Penyensoran r =25**

```
f[x,25]
lamda =  0.00258331
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

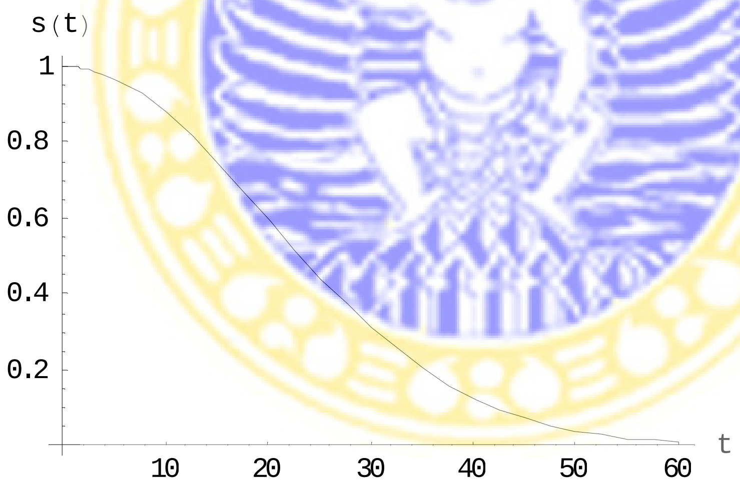


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 25**

```
f[x,25]
lamda =  0.00258331
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



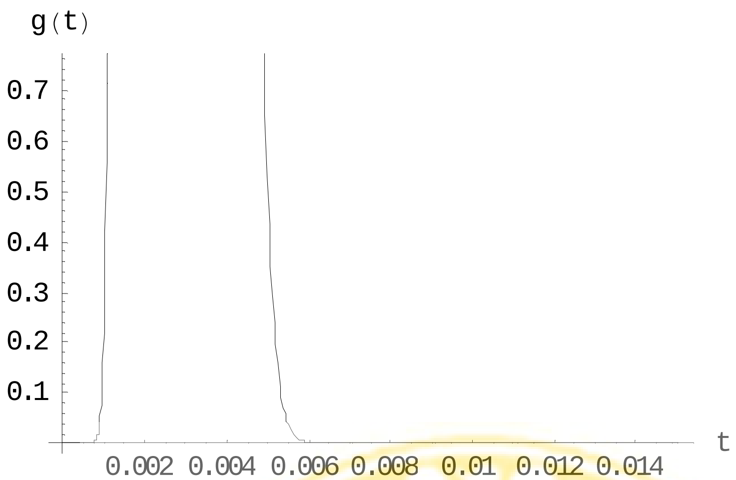
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 26

- **Plot Penyensoran r =26**

```
f[x,26]
lamda =  0.00263291
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

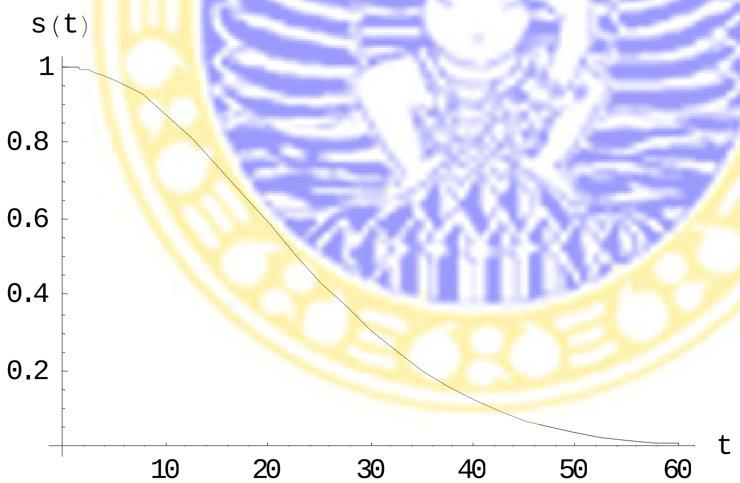


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 26**

```
f[x,26]
lamda =  0.00263291
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



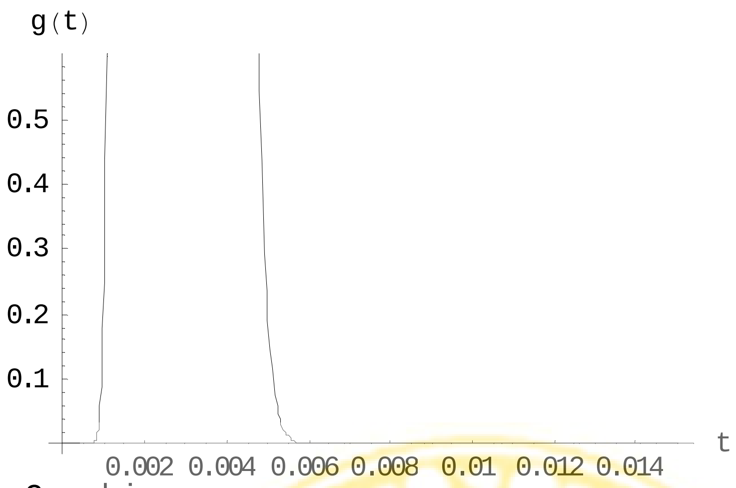
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 27

- **Plot Penyensoran r =27**

```
f[x,27]
lamda =  0.00255997
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

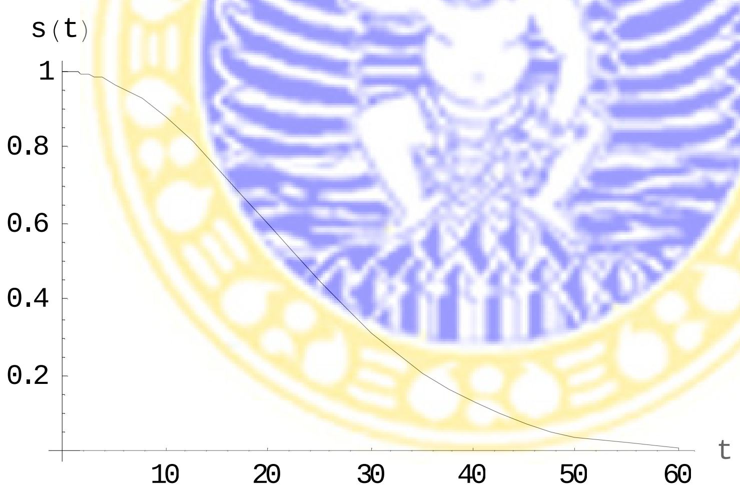



```
-Graphics-
```

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 27**

```
f[x,27]
lamda =  0.00255997
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



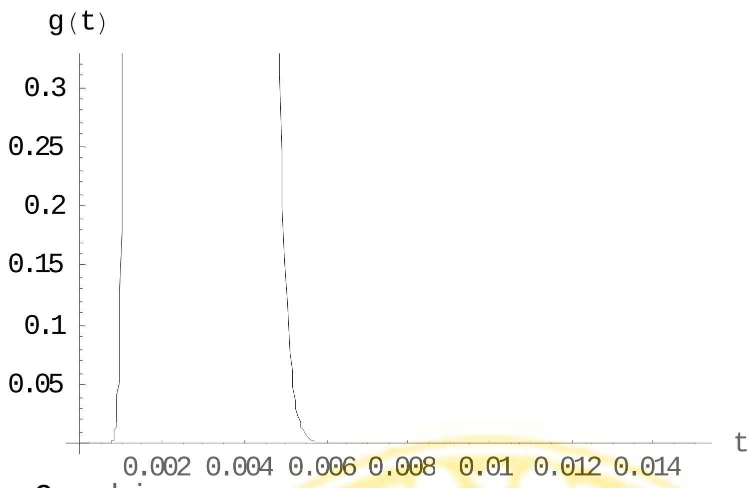

```
-Graphics-
```

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 28

- **Plot Penyensoran r =28**

```
f[x,28]
lamda =  0.00255556
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

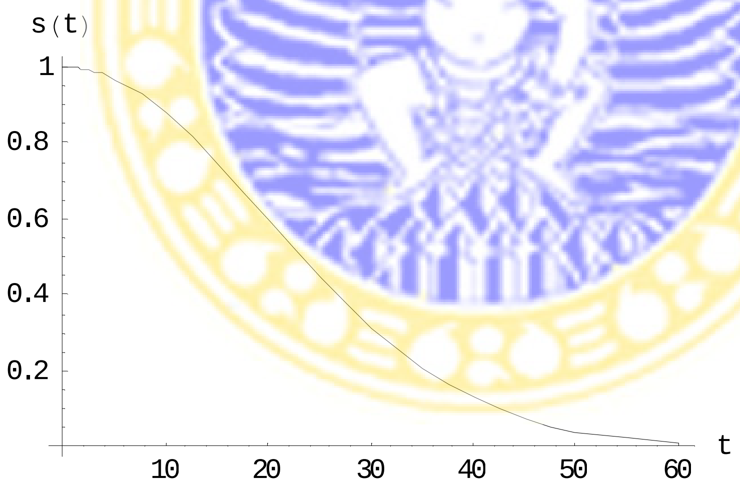


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 28**

```
f[x,28]
lamda =  0.00255556
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



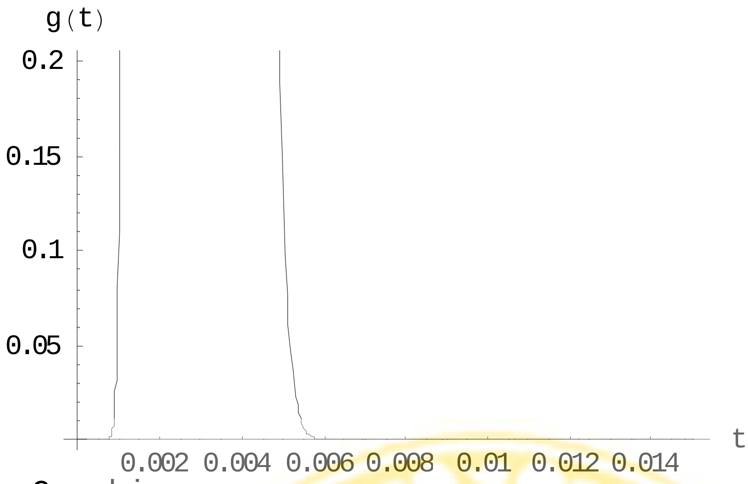
-Graphics-

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 29

- **Plot Penyensoran r =29**

```
f[x,29]
lamda =  0.00257835
```

```
Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

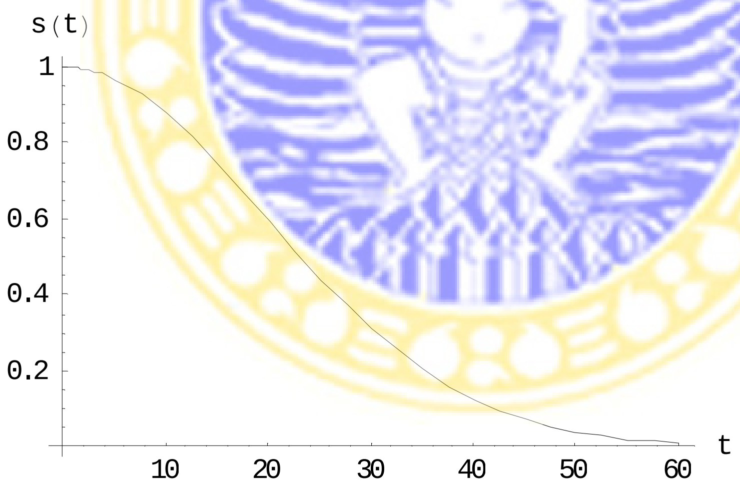



```
-Graphics-
```

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 29**

```
f[x,29]
lamda =  0.00257835

Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



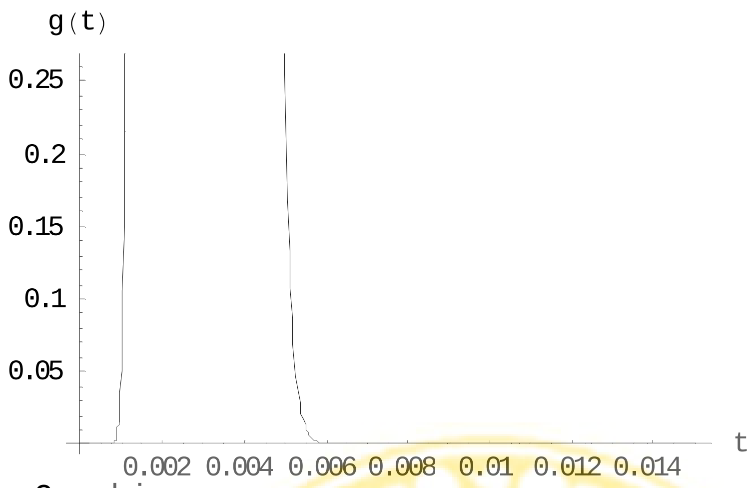

```
-Graphics-
```

Plot Penyensoran dan Plot Fungsi Survival untuk r = 30

- **Plot Penyensoran r =30**

```
f[x,30]
lamda =  0.00264329

Plot[g,{lamda,0,0.015},AxesLabel→{t,"g(t)"}]
```

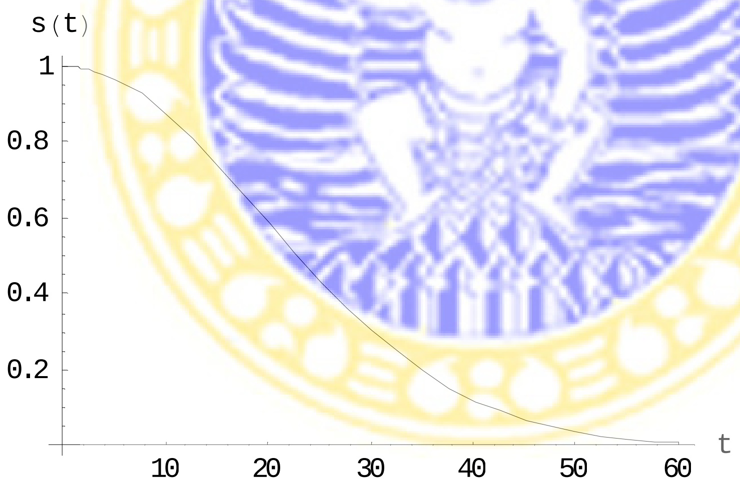


-Graphics-

❖ **Plot Fungsi Survival untuk r = 30**

```
f[x,30]
lamda =  0.00264329
```

```
Plot[S[t],{t,0,60},AxesLabel→{t,"s(t)"}]
```



-Graphics-