ESTIMASI BAYESIAN PARAMETER REGRESI EKSPONENSIAL DENGAN PRIOR GAMMA

SKRIPSI

ARIEF YUDISTIRA

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA

2005

ESTIMASI BAYESIAN PARAMETER REGRESI EKSPONENSIAL DENGAN PRIOR GAMMA

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Airlangga

Oleh :

ARIEF YUDISTIRA
NIM. 080012179

Tanggal lulus = 1 April 2005

Disetujui Oleh :

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Ir.Elly Ana,M.Si	Drs.Ardi Kurniawan,M.Si
NIP. 131 837 441	NIP.132 230 977

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

Judul : **Estimasi Bayesian Parameter Regresi Eksponensial Dengan Prior Gamma**

Penyusun : **Arief Yudistira**

NIM : **080012179**

Tanggal Ujian : **1 April 2005**

Disetujui Oleh :

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Ir.Elly Ana,M.Si	**Drs. Ardi Kurniawan,M.Si**
NIP. 131 837 441	**NIP.132 230 977**

Mengetahui,

DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL UNIVERSITAS AIRLANGGA JURUSAN MATEMATIKA FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

Drs. Moh Imam Utoyo,M.Si
NIP.131 801 397

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga. Diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan seijin Penulis dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah.

Dokumen Skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT, karena hanya dengan limpahan rahmat dan hidayah- Nya penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini. Tak lupa sholawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi dengan judul "***Estimasi Bayesian Parameter Regresi Eksponensial Dengan Prior Gamma***". Terimakasih yang sebesar-besarnya kepada Ir. Elly Ana, M.Si selaku pembimbing I dan Drs. Ardi Kurniawan M.Si selaku pembimbing II yang dengan ikhlas telah memberikan bimbingan, tuntunan, serta saran pada penyelesaian skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini jauh dari sempurna, oleh karenanya saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan. Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis maupun pembaca.

Surabaya, April 2005

Penulis

TERIMA KASIH

Allah SWT, atas rahmat dan hidayah-Nya, anugerah dan keajaiban yang dilimpahkanNya, tanpaMu... tiada ada yang terjadi...
Rasulullah SAW, semoga aku dapat "mengikutimu"

Bapak dan Ibuku... yang telah membuatku hingga menjadi orang,Terima kasihku tiada akan ada habisnya
Adekku... be a good women, girl! Walau sering bertengkar tapi aq selalu sayang ...

Keluarga besar dari bapak dan ibu khususnya nenek dan kakekku disana yang sangat menyayangiku, saudara2ku... terimakasih untuk semua dukungannya, baik moril maupun materiil

Ir. Elly Ana, M.Si dan Drs Ardi Kurniawan, M.Si selaku pembimbing I dan II, terimakasih untuk kesabaran dan keikhlasannya... maaf kalau sering merepotkan dan bandel ...

Ir. Elly Ana, M.Si selaku dosen wali dan seluruh dosen jurusan matematika khususnya, serta dosen2 FMIPA... terimakasih untuk semua bimbingan dan ajaran

My best friend in math... Echo thx untuk dorongannya selalu ,teman curhat yang selalu merepotimu,Pea (atas semua bantuannya selama skripsi,nginepnya!), Abraham (kpn ke madiun lagi),gank RG:Rizky n Mita(undangane lho),Yayan (sory selalu bikin repot bantuin selesein skripsiq),Abi untuk minjemin kaset game,Emon,Cahjo (teman diskusi), Agunk(kangen maen CM nih),Kirut(Rudy),Trim's 4 the beautiful friendship, semoga selalu untuk selamanya...

The Red's Army 2000... Elok, Dennik, Dina, Inna, Indri, Dani, Henny, Nanik, Vidi, Indi, Indah, K-mel (thx 4 jd sobatq!), Dita, Lyna, Mila, Mia, Chriez, Nita(kumpul lagi kapan), Amey, Ipeh, Oliev , Mirza , Yuli "Paloe" ,Andri (ditunggu lho undangannya), Kumala, Yuli R, Laily, Wiwin 'n Naniek,Ika,Dadan,Oki n Sigit... semoga tak hanya jadi kenangan ..viva friends foreva !

Semua penghuni Lab RG ,Kakak2 Angkatan 1997,1998,1999, Temen2 Math angkatan 2001, 2002 ,2003 n 2004, always semangat!

Thanks 4 my gank (Candra,Ruslie,Toto,Prist,Munari,Iqbal undangane karo Rully ojo lali,Catur,Andes,Pratama n arek2 Counter)... Smoga persahabatan kita tidak lekang oleh waktu!

My prend at kampung Dukuh Setro thx untuk dorongannya n temen maen Karmen,Eco,Denggik,Sothok

Temen2 KKN PAKAL thanx 4 the amazing experience I miss u all..!!!

Thanks untuk temen2 MIPA,adeq2 SI sory klo selama asisten bikin salah

HIMATIKA...tempat aq belajar organisasi
Learn to success!

Mbak Wuri, Mas Edi 'n Mas Milan... matur sembah nuwun,sepurane akeh ngrepoti

Thx 4 all the girls who's gave me sweet memories!

Adekku yang tersayang(Pita) thank u!!! you're my inspiration,my soul,
my happiness,keep ceriaaaaaa selalu OK!! I always remember u

My bluesky... terimakasih untuk cahaya & keindahannya, walau kadang terlalu terik dan kadang tertutup mendung... that's my heart!!

Dan...

Terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah membantu dan mendorong terselesaikannya skripsi ini,mohon maaf jika lupa mencantumkan rasa terima kasihku!!

Arief Yudistira. 2004. *Estimasi Bayesian Parameter Regresi Eksponensial Berdasarkan Prior Berdistribusi Gamma.* Skripsi ini di bawah bimbingan Ir. Elly Ana, M.Si. dan Drs. Ardi Kurniawan, M.Si Jurusan Matematika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Penulisan skripsi ini bertujuan untuk memperoleh Estimasi Parameter Regresi Eksponensial dengan metode Bayesian. Untuk mendapatkan estimasi parameter tersebut digunakan prior Gamma.

Metode Bayes menggunakan pengetahuan subjektif tentang distribusi peluang parameter yang digunakan (prior) dan informasi yang diberikan oleh sampel, sehingga dapat diperoleh informasi posterior yang selanjutnya digunakan dalam pengambilan keputusan.

Berdasarkan analisis statistik Bayesian, dengan distribusi peluang parameter $p(\beta)=\dfrac{1}{\theta^a \Gamma(a)}\beta^{a-1}\exp(-\beta/\theta)$ $\beta>0$, $\theta>0$, $a>0$ estimasi titik parameter $(\hat{\beta})$ regresi eksponensial dengan prior Gamma adalah $\dfrac{a+n}{1/\theta+\sum x_i y_i}$, sedangkan *interval* kepercayaan $(1-\alpha)100\%$ untuk β adalah $\dfrac{\chi^2(2(a+n),\alpha/2)}{2(1/\theta+\sum x_i y_i)} \le \beta \le \dfrac{\chi^2(2(a+n),1-\alpha/2)}{2(1/\theta+\sum x_i y_i)}$. Untuk model regresi eksponensial adalah $E[\ Y_i \mid X_i\ ]= \beta x$.

Kata Kunci : Metode Bayesian, Distribusi Eksponensial, Regresi Eksponensial , Prior Distribusi Gamma

Arief Yudistira,2004.*The Bayesian Estimation of Exponential Regression Parameter with Gamma Prior.* This skripsi in under the guidance by Ir. Elly Ana, M.Si. and Drs. Ardi Kurniawan, M.Si. Mathematics major subject of Mathematics and Natural Science Faculty Airlangga University.

ABSTRACT

This skripsi aim to get the Parameter Estimation of Exponential Regression with Bayesian Method. To get this goals, used Gamma Prior

Bayes method is the fusion from subjectif knowledge about the probability distribution used (prior) and the sampel information. So it get posterior information that can be used in making decision.

By using statistical analysis with Bayes Method, with probability distribution $p(\beta)=\frac{1}{\theta^a \Gamma(a)}\beta^{a-1}\exp(-\beta/\theta)$ $\beta>0$, $\theta>0$, $a>0$ point Estimation $(\hat{\beta})$ Exponential Regression that have Gamma prior distribution is $\frac{a+n}{1/\theta+\sum x_i y_i}$,and interval estimation for confidence $(1 - \alpha)100$ % for β is $\frac{\chi^2(2(a+n),\alpha/2)}{2(1/\theta+\sum x_i y_i)} \leq \beta \leq \frac{\chi^2(2(a+n),1-\alpha/2)}{2(1/\theta+\sum x_i y_i)}$. The models of Exponential Regression is $E[Y_i \mid X_i] = \beta x$.

Key Words : Bayes Methods, Exponential Distribution, Exponential Regression, Gamma Prior

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Di era globalisasi seperti sekarang ini statistik makin diperlukan terutama untuk memberikan informasi dari data , menguji suatu produksi barang , penelitian bidang kedokteran dan lain sebagainya. Sehingga tidak dapat dipungkiri bahwa statistik ikut berperan dalam kemajuan jaman.

Analisis regresi merupakan salah satu bagian dari statistik yang sering digunakan untuk mengestimasi hubungan antara sepasang variabel atau lebih. Salah satu model dalam analisis regresi adalah model regresi eksponensial. Regresi eksponensial banyak digunakan pada penelitian data survival (**Lawless, 1982**), penelitian tentang ketahanan benda produksi (**Barlow dan Proschan , 1996**) dan penelitian bidang kedokteran (**Lee ,1992**).

Terdapat beberapa macam bentuk regresi eksponensial. Menurut **Draper dan Smith (1992)** bentuk regresi eksponensial adalah $Y = \exp(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2). \varepsilon$, sedangkan **Sembiring (1995)** mengemukakan bentuk regresi eksponensial adalah $w_i = C^{\alpha_0 + \alpha_1 x_{i1} + \alpha_2 x_{i2} + \theta}$. Menurut **Greene (1998)** , dengan mengasumsikan $Y_i \sim \text{Exp} (\beta X_i)$ maka bentuk regresi eksponensial Y_i atas X_i adalah :

$$E[Y_i \mid X_i] = \beta x_i$$

Inferensi statistik meliputi dua hal penting yaitu estimasi parameter dan uji hipotesis parameter populasi . Metode estimasi yang sering digunakan adalah Metode *Maksimum Likelihood.* Estimasi dengan metode ini hanya didasarkan pada informasi sampel acak . Sedangkan dalam tulisan ini akan dibahas metode estimasi yang didasarkan pada penggabungan informasi sampel dan pengetahuan subjektif mengenai distribusi dari parameter yang digunakan . Metode estimasi ini dikenal sebagai metode *Bayes.*

Suatu keutamaan dalam inferensi *Bayesian* adalah penggunaan informasi prior dalam analisis . Metode Bayesian pada umumnya memerlukan lebih sedikit data sampel untuk mencapai mutu kesimpulan yang mendekati dan menghadirkan keuntungan yang praktis didalam penggunaan informasi prior (**Fernandez , 2000**). Di dalam rencana penulisan akan digunakan distribusi prior , yaitu distribusi Gamma (**Elfessi , 2001**).

Berdasarkan uraian di atas akan dibahas estimasi parameter regresi eksponensial menurut model yang diberikan oleh Greene dengan metode Bayes berdasarkan jenis prior Gamma. Estimasi yang dilakukan meliputi estimasi titik dan estimasi interval.

1. 2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut :

1. Bagaimana bentuk estimator parameter regresi Eksponensial dengan metode *Bayes* berdasarkan prior berdistribusi *Gamma* ?

2. Bagaimana bentuk Interval Kepercayaan parameter regresi Eksponensial dengan metode *Bayes* berdasarkan Prior berdistribusi *Gamma* ?
3. Bagaimana mengaplikasikan hasil yang diperoleh dari (1) dan (2) pada data dengan bantuan sofware S-Plus ?

1.3 Tujuan

1. Menentukan bentuk estimator parameter regresi Eksponensial dengan metode *Bayes* berdasarkan prior berdistribusi *Gamma* .
2. Menentukan bentuk Interval Kepercayaan parameter regresi Eksponensial dengan metode *Bayes* berdasarkan prior berdistribusi *Gamma* .
3. Menerapkan hasil yang diperoleh dari (1) dan (2) pada data dengan bantuan sofware S-Plus.

1.4 Manfaat

1. Mengetahui bentuk estimator parameter dan Interval Kepercayaan regresi Eksponensial dengan metode *Bayes* berdasarkan prior berdistribusi Gamma .
2. Mengetahui penerapannya pada data .
3. Penelitian ini dapat digunakan sebagai acuan untuk mendapatkan estimator dengan jenis prior yang lain.

1.5 Batasan Masalah

Untuk lebih memfokuskan tujuan penelitian ini , batasan penelitian yang perlu diperhatikan adalah estimasi parameter regresi Eksponensial dengan peubah bebas X_i tetap dengan prior berdistribusi Gamma.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan diuraikan tinjauan pustaka yang berkaitan dengan tujuan yang diharapkan .

2.1 Nilai Harapan

Definisi 2.1

a. Jika X adalah variabel random diskrit dengan fungsi probabilitas p (x) , maka nilai harapan untuk X adalah

$$E[X] = \sum_{x} x \; p(x) \qquad (2.1)$$

b. Jika X adalah variabel random kontinu dengan fungsi probabilitas p (x), maka nilai harapan untuk Y adalah

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \; p(x) \, dx \qquad (2.2)$$

Definisi 2.2

Misalkan g (x) adalah fungsi dari variabel random x , nilai harapan untuk g(x) adalah

$$E[g(x)] = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} g(x) p(x) dx & \textit{jika x kontinu} \\ \sum_{x} g(x) p(x) & \textit{jika x diskrit} \end{cases} \qquad (2.3)$$

2.2 Distribusi yang Identik dan Independen

Misalkan X_1, X_2 , ... , X_n merupakan peubah acak yang independen .Masing-masing mempunyai fungsi kepadatan probabilitas f (x) yang sama tetapi mungkin tidak diketahui , yaitu fungsi kepadatan probabilitas dari X_1, X_2 , ... , X_n masing-masing adalah $f_1(x_1) = f(x_1)$, $f_2(x_2) = f(x_2)$,..., $f_n(x_n) = f(x_n)$, sehingga fungsi kepadatan probabilitas bersama adalah $f(x_1).\ f(x_2)...\ f(x_n)$. Peubah acak X_1, X_2 , ... , X_n disebut sampel acak dari distribusi yang mempunyai fungsi kepadatan probabilitas f (x) .Yaitu pengamatan dari sampel acak adalah *Independent and Identically Distributed* (i.i.d).

(Hogg dan Craig, 1995)

2.3 Fungsi Likelihood

Fungsi kepadatan bersama dari n variabel random X_1, X_2 , ... , X_n yang menghasilkan x_1 , x_2 , ... , x_n katakan $f(x_1 , x_2 , ... , x_n ; \beta)$ adalah fungsi *Likelihood* . Untuk nilai x_1 , x_2 , ... , x_n tertentu, fungsi *Likelihood* adalah suatu fungsi β dan sering juga dinotasikan $L(\beta)$.

Jika X_1, X_2 , ... , X_n adalah sampel acak yang memiliki fungsi kepadatan probabilitas $f(x; \beta)$ yang i.i.d, maka

$$L(\beta) = f(x_1; \beta)\, f(x_2; \beta) \ldots f(x_n; \beta) \qquad (2.4)$$

(Bain dan Engelhardt , 1992)

2.4 Distribusi Eksponensial

Dengan mengasumsikan X~ EXP (θ) , dimana θ adalah parameter , maka fungsi kepadatan probabilitas f (x | θ) adalah

$$f(x \mid \theta) = \theta \exp(-x\theta) \qquad x > 0,\ \theta > 0 \qquad (2.5)$$

(Lawless, 1982)

2.5 Regresi Kondisi Mean

Definisi 2.3

Mean bersyarat merupakan mean dari distribusi bersyarat yang dinyatakan dengan

$$E[Y \mid X] = \begin{cases} \int_y y\, f(y \mid x)\, dy & \textit{jika y kontinu} \\ \sum_y y\, f(y \mid x) & \textit{jika y diskrit} \end{cases} \qquad (2.6)$$

Fungsi mean bersyarat E [Y | X] disebut **Regresi** Y atas X.

(Greene , 2000)

2.6 Distribusi Chi Square

Definisi 2.4

Peubah acak kontinu x berdistribusi Chi Square dengan derajat bebas v apabila fungsi kepadatan probablitasnya adalah

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2^{v/2}\Gamma(v/2)}x^{\frac{v}{2}-1}e^{-x/2}, x>0 \\ 0 \qquad ,untuk\ x\ lainnya\end{cases} \qquad (2.7)$$

dengan v bilangan bulat positif.

(Walpole and Myers, 1986)

2.7 Distribusi Gamma

Definisi 2.5

Variabel random y dikatakan berdistribusi Gamma dengan parameter a dan θ jika mempunyai fungsi kepadatan probabilitas

$$\text{f (y)} = \begin{cases}\dfrac{1}{\theta^a\Gamma(a)}y^{a-1}\exp\left(-\dfrac{y}{\theta}\right) & ,0<y<\infty\ ,a>0,\theta>0 \\ 0 & ,\ untuk\ \ y\ yang\ lain\end{cases} \qquad (2.8)$$

(Lee,1997)

Definisi 2.6

Fungsi gamma didefinisikan oleh

$$\Gamma(a)=\int_0^\infty x^{a-1}e^{-x}dx \qquad untuk\ a>0 \qquad (2.9)$$

Sifat-sifat penting fungsi gamma

1. $\Gamma(a)=(a-1)!$

2. $\Gamma(a)=(a-1)\Gamma(a-1)$

3. $\Gamma(1/2)=\sqrt{\pi}$

(Walpole and Myers, 1986)

Teorema 2.1

Jika $X\sim GAM(a,\theta)$ dan $Y=\dfrac{2X}{\theta}$ maka $Y\sim\chi^2(2a)$ (2.10)

(Bain dan Engelhardt , 1992)

Bukti :

Karena $X\sim GAM(a,\theta)$, maka fungsi pembangkit momen dari X adalah

$$M_x(t)=\left(\frac{1}{1-bt}\right)^a$$

Jika $Y=\dfrac{2X}{\theta}$, maka fungsi pembangkit momen dari Y adalah

$$M_y(t)=M_{\frac{2x}{\theta}}(t)$$

$$=M_x\left(\frac{2t}{\theta}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{1-\theta\dfrac{2t}{\theta}}\right)^a$$

$$=\left(\frac{1}{1-2t}\right)^a$$

atau dapat ditulis

$$M_y(t)=(1-2t)^{-a}$$

yaitu fungsi pembangkit momen dari distribusi Chi Square dengan derajat bebas 2a.

Jadi $Y=\dfrac{2X}{b}\sim\chi^2(2a)$

2.8 Inferensi Bayesian

Inferensi statistik mencakup semua metode yang berhubungan dengan analisis sebagian data untuk kemudian sampai pada penarikan kesimpulan atau generalisasi mengenai suatu populasi. Kecenderungan saat ini dalam hal pendugaan suatu parameter populasi adalah terdapatnya perbedaan antara metode *klasik* dan metode *Bayes* .Metode *klasik* adalah metode yang mendasarkan kesimpulannya semata-mata pada informasi yang diperoleh dari suatu sampel acak yang ditarik dari populasi tersebut . Sedangkan metode *Bayes* ,adalah metode yang menggabungkan pengetahuan subjektif mengenai distribusi peluang parameter yang tidak diketahui tersebut dengan informasi yang diperoleh dari data sampel .

Inferensi statistik dengan pendekatan bayesian pada dasarnya berbeda dengan pendekatan klasik . Pendekatan klasik memandang parameter β sebagai besaran yang bernilai tetap. Akan tetapi pendekatan bayesian memandang parameter β sebagai besaran yang memiliki distribusi probabilitas (disebut distribusi probabilitas prior). Dari distribusi prior ini dapat ditentukan distribusi posterior sehingga diperoleh estimator *Bayes* yang merupakan mean distribusi posterior .

(Larson , 1982)

2.8.1 Distribusi Prior

Definisi 2.7

Distribusi prior dari parameter β , dilambangkan p(β) adalah fungsi probabilitas atau fungsi kepadatan probabilitas yang menyatakan derajat tingkat kepercayaan kita tentang nilai β .

(Larson , 1982)

Elfessi (2001) mempertimbangkan bentuk distribusi prior sebagai berikut :

$$p(\beta) \propto \frac{1}{\theta^a \Gamma(a)} \beta^{a-1} \exp\left(-\frac{\beta}{\theta}\right), \qquad \beta > 0 \qquad (2.11)$$

Untuk menjadi fungsi kepadatan yang sesuai dengan distribusi gamma haruslah θ > 0 dan a >0 .

2.8.2 Distribusi Prior Sekawan

Definisi 2.8

Misalkan *F* menyatakan kelas dari fungsi kepadatan peluang f(x | β).Kelas *P* dari distribusi prior adalah *Conjugate Familiy* untuk *F* jika p(x | β) berada dalam kelas *P* untuk semua *f* Є *F* dan p Є *P*.

Untuk memudahkan dalam pemilihan *Conjugate Familiy* , dipilih distribusi yang mempunyai bentuk yang sama dengan fungsi Likelihood-nya yang biasanya disebut *Conjugate Prior* (Prior Sekawan).

(Berger, 1985)

2.8.3 Distribusi Posterior

Definisi 2.9

Kondisi kepadatan probabilitas dari β dengan pengamatan sampel x = (x_1, … , x_n) disebut densitas posterior atau pdf posterior yang ditulis sebagai berikut :

$$h(\beta \mid x) = \frac{f(x_1,\dots,x_n \mid \beta)\, p(\beta)}{\int f(x_1,\dots,x_n \mid \beta)\, p(\beta)\, d\beta} \qquad (2.12)$$

(Bain dan Engelhardt , 1992)

2.9 Estimasi Bayes

Definisi 2.10

Estimasi Bayes parameter β yang tidak diketahui adalah nilai g yang meminimumkan nilai harapan posterior dari fungsi kerugian L atau E [L(β,g) | x].

Teorema 2.2

Jika $L(\beta,g) = (\beta - g)^2$ merupakan fungsi kerugian kuadratik , dengan g suatu fungsi keputusan maka estimasi *Bayes* $\hat{\beta}$ atas parameter β adalah *mean* distribusi posterior.

Bukti :

Jika $L(\beta,g) = (\beta - g)^2$ maka nilai harapan fungsi kerugian menjadi

$$E[\,L(\beta,g) \mid x\,] = E[\,(\beta-g)^2 \mid x\,] \qquad (2.13)$$

Persamaan (2.13) akan diminimumkan sebagai berikut :

$$E[(\beta-g)^2 \mid x] = \int_{\beta} (\beta-g)^2 f(\beta \mid x) d\beta$$

$$= \int_{\beta} (\beta^2 - 2g\beta + g^2)\ f(\beta \mid x) d\beta$$

$$= \int_{\beta} \beta^2 f(\beta \mid x) d\beta - \int_{\beta} 2g\beta\ f(\beta \mid x) d\beta + \int_{\beta} g^2 f(\beta \mid x) d\beta$$

$$= \int_{\beta} \beta^2 f(\beta \mid x) d\beta - 2g \int_{\beta} \beta\ f(\beta \mid x) d\beta + g^2 \int_{\beta} f(\beta \mid x) d\beta$$

$$= \int_{\beta} \beta^2 f(\beta \mid x) d\beta - \int_{\beta} 2g\beta\ f(\beta \mid x) d\beta + g^2 \qquad (2.14)$$

untuk mendapatkan nilai yang meminimumkan nilai harapan fungsi kerugian , akan dilakukan :

(i). Persamaan (2.14) akan dideferensialkan terhadap g

$$\frac{d}{dg}\left[\int_{\beta} \beta^2 f(\beta \mid x) d\beta - 2g \int_{\beta} \beta f(\beta \mid x) d\beta + g^2 \right] = 0$$

$$-2\int_{\beta} \beta\ f(\beta \mid x) d\beta + 2g = 0$$

sehingga $2g = 2\int_{\beta} \beta\ f(\beta \mid x) d\beta$

$$g = \int_{\beta} \beta\ f(\beta \mid x) d\beta$$

$$g = E(\beta \mid x) \qquad (2.15)$$

(ii). Akan dibuktikan bahwa turunan kedua dari persamaan (2.14) terhadap g mempunyai nilai lebih besar dari nol.

$$= \frac{d}{dg}\left[\frac{d}{dg}\left[\int_{\beta}\beta^2 f(\beta \mid x)d\beta - 2g\int_{\beta}\beta\, f(\beta \mid x)d\beta + g^2\right]\right]$$

$$= \frac{d}{dg}\quad [\, -2\int_{\beta}\beta\ f(\beta \mid x)d\beta + 2g\ \,]$$

$$= 2 > 0$$

Terbukti bahwa nilai turunan kedua dari persamaan (2.14) lebih besar dari nol. Sehingga $\hat{\beta} = g$

$$\hat{\beta} = E(\beta \mid x) \qquad (2.16)$$

$E(\beta \mid x)$ adalah *mean* dari distribusi posterior.

2.10 Interval Bayes

Jika $c_1 < c_2$ adalah dua konstanta yang memenuhi

$$P(c_1 \le \beta \le c_2 \mid x) = 1-\alpha \qquad (2.17)$$

maka 100 (1-α)% Interval Bayes untuk β akan memberikan nilai sampel pada interval (c_1, c_2).

(Larson , 1982)

BAB III

METODE PENELITIAN

Langkah – langkah penyelesaian yang sesuai dengan tujuan penelitian adalah sebagai berikut :

1. Mengestimasi parameter regresi Eksponensial berdasarkan distribusi Prior Gamma dengan langkah – langkah sebagai berikut :
   1. Menentukan n sampel pasangan (x_1,y_1), (x_2,y_2) , ... (x_n,y_n) dengan Y_i ~Exp(βX_i) , dengan X_i = tetap.
   2. Menentukan fungsi kepadatan bersama distribusi Eksponensial berdasarkan rumus

$$f(y_1,\ldots,y_n \mid \beta x_i) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i \mid \beta x_i)$$

   3. Menentukan distribusi posterior berdasarkan persamaan (2.12)

$$h\left(\beta \mid \underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y}\right) = \frac{f(y_1,\ldots,y_n \mid \beta x)\, p(\beta)}{\int f(y_1,\ldots,y_n \mid \beta x)\, p(\beta)\, d\beta}$$

   dengan distribusi prior

$$p(\beta) \propto \frac{1}{\theta^{\alpha}\,\Gamma(\alpha)} \beta^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\beta}{\theta}\right), \qquad \beta > 0 \quad , \theta > 0 , \alpha > 0$$

   4. Dengan memakai fungsi kerugian kuadratik , estimator Bayes dihitung berdasarkan rumus :

$$\hat{\beta} = \mathrm{E}\,[\,\beta \mid \mathrm{x}, \mathrm{y}\,] = \int_0^{\infty} \beta \; h\left(\beta \mid \underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y}\right) d\beta$$

2. Menentukan interval estimator parameter regresi Eksponensial dengan metode *Bayes* berdasarkan distribusi Prior Gamma dengan langkah – langkah sebagai berikut :

   1. Menentukan batas bawah (c_1) dan batas atas (c_2) yang semuanya memenuhi persamaan S(c_1 | y) = $\alpha/2$ dan S(c_2 | y) =1- $\alpha/2$ dengan α adalah taraf signifikansi , S(c | y) = $\int_0^\infty \beta \; h\left(\beta \mid \underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{y}\right) d\beta$ dan $h\left(\beta \mid \underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{y}\right)$ = distribusi posterior.

   2. Menentukan interval kepercayaan sesuai dengan persamaan (2.17)

$$P\,(c_1 \leq \beta \leq c_2 \mid y) = 1\text{-}\alpha$$

3. Menerapkan hasil yang diperoleh pada data sekunder dan bangkitan dengan langkah- langkah sebagai berikut:

   1. Mengecek data penelitian apakah Y_i berdistribusi eksponensial.
   2. Membuat algoritma sesuai tujuan penelitian.
   3. Membuat program dengan software S-Plus sesuai dengan algoritma.
   4. Menerapkan program untuk mengestimasi parameter dan menentukan interval kepercayaan pada data.

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1. Distribusi Posterior

Misalkan $(X_1,Y_1), (X_2,Y_2)$, ... (X_n,Y_n) adalah n sampel acak berpasangan dengan Y_i berdistribusi Exponensial(βX_i) maka bentuk regresi eksponensial dari Y_i atas X_i menurut ***Green (2000)*** didefinisikan sebagai:

$$E[\,Yi \mid X_i\,] = \int_0^\infty y \frac{1}{\beta x} \exp\left(-\frac{y}{\beta x}\right) dy$$

$$= \frac{1}{\beta x} \int_0^\infty y \exp\left(-\frac{y}{\beta x}\right) dy$$

$$= \frac{1}{\beta x} \int_0^\infty \frac{\Gamma(2)(\beta x)^2}{\Gamma(2)(\beta x)^2}\, y^{2-1} \exp\left(-\frac{y}{\beta x}\right) dy$$

$$= \frac{1}{\beta x} (\beta x)^2\, \Gamma(2) \int_0^\infty \frac{1}{\Gamma(2)(\beta x)^2}\, y^{2-1} \exp\left(-\frac{y}{\beta x}\right) dy$$

karena $\int_0^\infty \frac{1}{\Gamma(2)(\beta x)^2}\, y^{2-1} \exp\left(-\frac{y}{\beta x}\right) dy = 1$

maka $E[\,Yi \mid X_i\,] = \frac{1}{\beta x} (\beta x)^2\, \Gamma(2)$

$$E[\,Yi \mid X_i\,] = \beta x (2-1)!$$

$$E[\,Yi \mid X_i\,] = \beta x \qquad (4.1)$$

dengan β adalah parameter positif yang tidak diketahui.

Fungsi kepadatan probabilitas dari Y_i yang berdistribusi Exponensial (βX_i) adalah

$$f(y_i \mid \beta x_i) = \beta x_i \exp(-y_i \beta x_i) \qquad y>0, x>0, \beta>0 \qquad (4.2)$$

Untuk mendapatkan estimator Bayes terlebih dahulu ditentukan distribusi posterior didasarkan pada pemilihan distribusi prior yang digunakan . Salah satu jenis distribusi prior adalah distribusi prior *Conjugate*. Untuk mendapatkan prior *Conjugate* akan dipilih *Conjugate Family* yang berdistribusi sama dengan fungsi *likelihood*-nya. Salah satu jenis distribusi prior konjugate untuk distribusi exponensial adalah prior berdistribusi Gamma.

Menurut *Lee (1997)* fungsi kepadatan probabilitas prior Gamma untuk β yang diambil berbentuk

$$p(\beta) = \frac{1}{\theta^a \Gamma(a)} \beta^{a-1} \exp(-\beta / \theta) \qquad \beta>0, \theta>0, a>0 \qquad (4.3)$$

atau dapat ditulis $\beta \sim GAM(\theta, a)$

Distribusi posterior dari β dapat diperoleh dari prior *Conjugate* di atas, karena $Y_i \sim \exp(\beta X_i)$ maka fungsi kepadatan bersamanya adalah

$$f(y_1,\ldots,y_n \mid \beta x_i) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i \mid \beta x_i)$$

$$= \beta^n \prod_{i=1}^{n} x_i \exp(-\beta \Sigma x_i y_i)$$

sedangkan fungsi priornya adalah

$$p(\beta) \propto \frac{1}{\theta^{a}\,\Gamma(a)}\beta^{a-1}\, exp\left(-\frac{\beta}{\theta}\right), \quad \beta > 0\,,\, \theta > 0\,,\, a > 0$$

sehingga bentuk distribusi posteriornya adalah

$$h\left(\beta\,|\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y}\right) = \frac{f(x_1,\ldots,x_n|\beta)\,p(\beta)}{\int f(x_1,\ldots,x_n|\beta)\,p(\beta)\,d\beta}$$

$$h\left(\beta\,|\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y}\right) = \frac{\beta^{n}\prod_{i=1}^{n} x_i \exp\left(-\beta\sum x_i y_i\right)\frac{1}{\theta^{a}\Gamma(a)}\beta^{a-1}\exp\left(-\frac{\beta}{\theta}\right)}{\int_0^\infty \beta^{n}\prod_{i=1}^{n} x_i \exp\left(-\beta\sum x_i y_i\right)\frac{1}{\theta^{a}\Gamma(a)}\beta^{a-1}\exp\left(-\frac{\beta}{\theta}\right)d\beta} \tag{4.4}$$

persamaan (4.4) dapat disederhanakan menjadi

$$h\left(\beta\,|\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y}\right) = \frac{\beta^{(a+n)-1}\exp\left(-\beta(1/\theta+\sum x_i y_i)\right)}{\int_0^\infty \beta^{(a+n)-1}\exp\left(-\beta(1/\theta+\sum x_i y_i)\right)d\beta} \tag{4.5}$$

nilai dari $\int_0^\infty \beta^{(a+n)-1}\exp\left(-\beta(1/\theta+\sum x_i y_i)\right)d\beta$ dapat diuraikan menjadi

$$\left(\frac{1}{1/\theta+\sum x_i y_i}\right)^{(a+n)}\Gamma(a+n)\,.\int_0^\infty \frac{\beta^{(a+n)-1}\exp\left(-\beta(1/\theta+\sum x_i y_i)\right)}{(\frac{1}{1/\theta+\sum x_i y_i})^{(a+n)}\Gamma(a+n)}d\beta$$

oleh karena $\int_0^\infty \frac{\beta^{(a+n)-1}\exp\left(-\beta(1/\theta+\sum x_i y_i)\right)}{\left(\frac{1}{1/\theta+\sum x_i y_i}\right)^{(a+n)}\Gamma(a+n)}d\beta = 1$

sehingga nilai $\int_0^\infty \beta^{(a+n)-1}\exp\left(-\beta(1/\theta+\sum x_i y_i)\right)d\beta = \left(\frac{1}{1/\theta+\sum x_i y_i}\right)^{(a+n)}\Gamma(a+n)$

bentuk distribusi posteriornya menjadi

$$h\left(\beta \mid \underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{y}\right) = \frac{\beta^{(a+n)-1}\exp\left(-\beta(1/\theta + \sum x_i y_i)\right)}{\left(\frac{1}{1/\theta + \sum x_1 y_i}\right)^{(a+n)}\Gamma(a+n)} \tag{4.6}$$

atau dapat dituliskan $\beta \sim \text{GAM}\left(a + n\,,\ \frac{1}{1/\theta + \sum x_i y_i}\right)$

4.2 Estimator Bayes

Dari distribusi posterior yang diperoleh di atas dan dengan menggunakan fungsi kerugian kuadaratik , estimator Bayes untuk β adalah

$$\hat{\beta} = E[\beta \mid x, y] = \int_0^\infty \beta\, h(\beta \mid \underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{y})\, d\beta$$

dimana $h\left(\beta \mid \underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{y}\right)$ adalah distribusi posterior, sehingga

$$\hat{\beta} = \int_0^\infty \beta\, \frac{\beta^{(a+n)-1}\exp\left(-\beta(1/\theta + \sum x_i y_i)\right)}{\left(\frac{1}{1/\theta + \sum x_i y_i}\right)^{(a+n)}\Gamma(a+n)}\, d\beta \tag{4.7}$$

atau dapat dituliskan

$$\hat{\beta} = \int_0^\infty \frac{\beta^{(a+n)}\exp\left(-\beta(1/\theta + \sum x_i y_i)\right)}{\left(\frac{1}{1/\theta + \sum x_i y_i}\right)^{(a+n)}\Gamma(a+n)}\, d\beta \tag{4.8}$$

sebab $\frac{(1/\theta + \sum x_i y_i)^{(a+n)}}{\Gamma(a+n)}$ merupakan konstanta sehingga

$$\hat{\beta} = \frac{(1/\theta + \sum x_i y_i)^{(a+n)}}{\Gamma(a+n)} \int_0^\infty \beta^{(a+n)}\exp\left(-\beta(1/\theta + \sum x_i y_i)\right) d\beta \tag{4.9}$$

nilai dari $\int_0^\infty \beta^{(a+n)} \exp\left(-\beta(1/\theta + \sum x_i y_i)\right) d\beta$ dapat diuraikan menjadi

$$\frac{\Gamma(a+n+1)}{\left(1/\theta + \sum x_i y_i\right)^{(a+n+1)}} \int_0^\infty \frac{\beta^{(a+n+1)-1} \exp\left(-\beta(1/\theta + \sum x_i y_i)\right)}{\left(\frac{1}{1/\theta + \sum x_i y_i}\right)^{(a+n+1)} \Gamma(a+n+1)} d\beta$$

oleh karena $\int_0^\infty \frac{\beta^{(a+n+1)-1} \exp\left(-\beta(1/\theta + \sum x_i y_i)\right)}{\left(\frac{1}{1/\theta + \sum x_i y_i}\right)^{(a+n+1)} \Gamma(a+n+1)} d\beta = 1$

sehingga nilai $\int_0^\infty \beta^{(a+n)} \exp\left(-\beta(1/\theta + \sum x_i y_i)\right) d\beta = \frac{\Gamma(a+n+1)}{\left(1/\theta + \sum x_i y_i\right)^{(a+n+1)}}$

oleh karena itu $\hat{\beta} = \frac{(1/\theta + \sum x_i y_i)^{(a+n)}}{\Gamma(a+n)} \frac{\Gamma(a+n+1)}{\left(1/\theta + \sum x_i y_i\right)^{(a+n+1)}}$

atau

$$\hat{\beta} = \frac{\Gamma(a+n+1)}{\Gamma(a+n)} \frac{1}{1/\theta + \sum x_i y_i} \tag{4.10}$$

karena nilai $\Gamma(a+n+1) = (a+n)\Gamma(a+n)$, dengan demikian persamaan (4.10) menjadi

$$\hat{\beta} = \frac{(a+n)\Gamma(a+n)}{\Gamma(a+n)} \frac{1}{1/\theta + \sum x_i y_i}$$

atau

$$\hat{\beta} = \frac{a+n}{1/\theta + \sum x_i y_i} \tag{4.11}$$

Jadi estimator Bayes untuk β adalah $\hat{\beta} = \frac{a+n}{1/\theta + \sum x_i y_i}$

3. Tentukan nilai $\hat{\beta}$ sesuai dengan persamaan (4.11)
4. Tentukan batas bawah dan batas atas dari β sesuai dengan persamaan (4.12)

4.5 Penerapan Data

Data yang digunakan bersumber dari buku *Statistik Dasar untuk Ilmu Kedokteran dan Kesehatan Gigi* halaman 15 dan data bangkitkan dengan menggunakan program Minitab .

4.5.1 Algoritma Pembangkitan Data

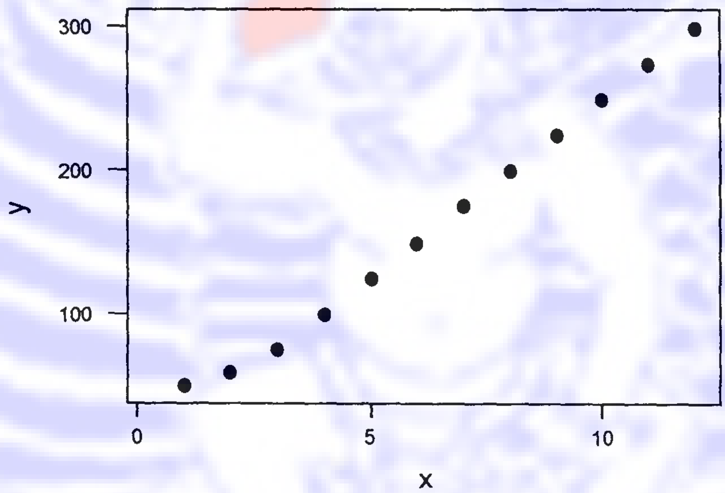
Untuk membangkitkan data dengan bantuan software Minitab, dibentuk algoritma sebagai berikut :

1. Menetapkan variabel x_i dengan i=1,2,3,...,10
2. Memisalkan β dengan nilai tertentu,misal β=2
3. Menetapkan variabel y, dengan mengasumsikan $y_i \sim Exp(\beta x_i)$ dan n=50 adalah jumlah data untuk masing-masing nilai x_i
4. Membangkitkan data dengan variabel y_i berdistribusi eksponensial βx_i .

4.5.2 Data

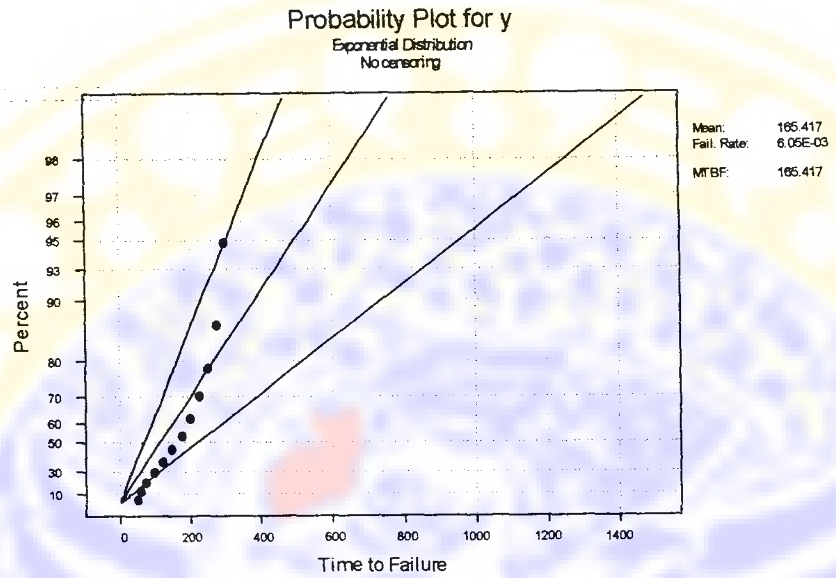
Data yang pertama adalah data harga karcis puskesmas daerah A selama tahun 1977 dengan menganggap bulan adalah variabel x yang tetap sedangkan harga karcis sebagai variabel y yang nantinya akan dicari bentuk persamaan regresi eksponensialnya.

Dari data yang diberikan di lampiran 1 , didapatkan gambar plot di bawah ini



Gambar 1. Scatter Plot Data x dan y untuk Data 1

Sedangkan plot probabilitas untuk y adalah

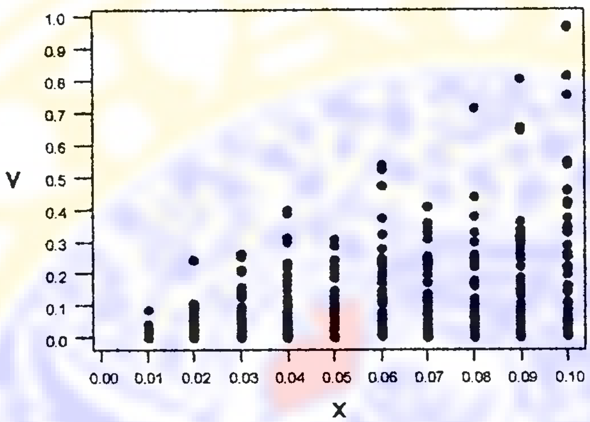


Gambar 2. Plot Probabilitas Data y untuk Data 1

Sedangkan data yang kedua adalah data bangkitan berdasarkan algoritma pembangkitan data .Dengan memisalkan β=2 , maka :

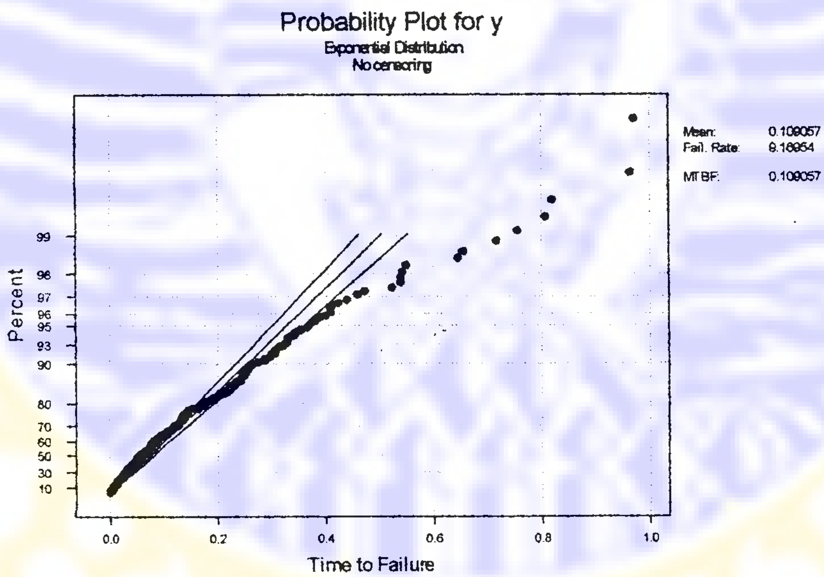
- Untuk x_1 = 0.01 dibangkitkan y_1 ~Exp (0.02) dengan n=50
- Untuk x_2 = 0.02 dibangkitkan y_2 ~Exp (0.04) dengan n=50
- Untuk x_3 = 0.03 dibangkitkan y_3 ~Exp (0.06) dengan n=50
- Untuk x_4 = 0.04 dibangkitkan y_i ~Exp (0.08) dengan n=50
- Untuk x_5 = 0.05 dibangkitkan y_i ~Exp (0.10) dengan n=50
- Untuk x_6 = 0.06 dibangkitkan y_i ~Exp (0.12) dengan n=50
- Untuk x_7 = 0.07 dibangkitkan y_i ~Exp (0.14) dengan n=50
- Untuk x_8 = 0.08 dibangkitkan y_i ~Exp (0.16) dengan n=50
- Untuk x_9 = 0.09 dibangkitkan y_i ~Exp (0.18) dengan n=50
- Untuk x_1 = 0.10 dibangkitkan y_i ~Exp (0.20) dengan n=50

Dari data yang diberikan di lampiran 2 , didapatkan gambar plot di bawah ini



Gambar 3. Scatter Plot Data x dan y untuk Data 2

Sedangkan plot probabilitas untuk y adalah



Gambar 4. Plot Probabilitas Data y untuk Data 2

Dengan adanya data-data ini diharapkan dapat memperjelas pembahasan penulisan dalam skripsi ini.

4.5.3 Pembahasan Data

Berdasarkan tujuan dari skripsi ini, telah disusun program yang berisi posterior, estimasi parameter, dan interval kepercayaan menggunakan metode Bayes dengan bahasa pemrograman S-Plus.

Dari hasil plot probabilitas data y diketahui $y_i \sim Exp(\beta x_i)$,dengan menggunakan bantuan program bahasa S-Plus (Lampiran 3) diperoleh Estimator Bayes dari parameter β dan Interval Kepercayaan dari estimator β sebagai berikut :

1. Pada lampiran 4 berdasarkan data lampiran 1 dengan mengambil sebarang nilai $\theta = 1$ dan gama = 400000 diperoleh estimator bayes sebesar 24.54664 dan interval kepercayaan parameter β adalah $24.47063 < \beta < 24.62276$ dengan taraf nyata (α) 5%.
2. Pada lampiran 5 berdasarkan data lampiran 2 dengan mengambil sebarang nilai $\theta = 0.004$ dan gama =1 diperoleh estimator bayes sebesar 1.97389 dan interval kepercayaan parameter β adalah $1.804808 < \beta < 2.150434$ dengan taraf nyata (α) 5%.

Berdasarkan Greene (1998) , dari data yang diberikan dan hasil estimator yang diperoleh , maka didapatkan persamaan regresi eksponensial sebagai berikut:

1. Dari data lampiran 1 didapatkan $\hat{\beta}$=24.54664, sehingga bentuk persamaan regresinya adalah E[Yi | X_i]= 24.54664 X atau $\hat{y}$=24.54664 X
2. Dari data lampiran 2 didapatkan $\hat{\beta}$=1.97389, sehingga bentuk persamaan regresinya adalah E[Yi | X_i] = 1.97389X atau $\hat{y}$ = 1.97389X

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Estimasi titik parameter regresi eksponensial berdasarkan prior berdistribusi gamma adalah

$$\hat{\beta} = \frac{a+n}{1/\theta + \sum x_i y_i}$$

2. Interval kepercayaan parameter regresi eksponensial berdasarkan prior berdistribusi gamma adalah

$$\frac{\chi^2(2(a+n),\alpha/2)}{2(1/\theta + \sum x_i y_i)} \leq \beta \leq \frac{\chi^2(2(a+n),1-\alpha/2)}{2(1/\theta + \sum x_i y_i)}$$

3. Hasil dari penerapan data pada program adalah sebagai berikut

DATA	n	Estimator ($\hat{\beta}$)	Interval Kepercayaan β
DATA 1	12	24.54664	$24.47063 < \beta < 24.62276$
DATA 2	500	1.97389	$1.804808 < \beta < 2.150434$

5.2 Saran

Hasil dari estimasi dan interval kepercayaan dari parameter regresi eksponensial di tulisan ini dapat dijadikan sebagai pembanding dengan yang lain dengan menggunakan prior yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

Barlow , R.E. , and Proschan , F. , 1996, **Mathematical Theory of Reliability Society for Industrial and Applied Mathematics**, Philadelpia.

Draper and Smith, 1992, **Analisis Regresi Terapan**, Edisi Kedua, P.T Gramedia, Jakarta.

Elfessi , A. , and David , 2001, **A Bayesian Look at Classical Estimation : The Exponensial Distribution** . Journal of Statistics Education Vol 9 , Number 1.

Engelhardt and Bain , L. J. , 1992 , **Introduction to Probability and Mathematical Statistic** , second edition , Duxbury Press , Belmant , p.288-327.

Fernandez , Arturo J. , 2000, **Estimation and Hypothesis Testing for Exponential Lifetime Models with Double Censoring and Prior Information** , Journal of Economic and Social Research 2:1-17.

Greene,W.H., 2000, **Econometric Analysis** , Fourth Edition, New York University, Prentice Hall, New Jersey.

Larson, Harold. J. , 1982, **Introduction to Probability Theory and Statistical Inference**, John Wiley and Sons, New York.

Lee,E.T., 1992 , **Statistical Models and Methods for Lifetime Data**, John Wiley and Sons, New York.

Lee,P.M., 1997 , **Bayesian Statistics : An introduction Second Edition**, John Wiley and Sons, New York.

Lawless, J.F., 1982, **Statistical Models and Methods for Lifetime Data**, Joh Wiley and Sons inc. , New York.

Oetojo Imam, 1983, **Statistik Dasar untuk Ilmu Kedokteran dan Kesehatan Gigi**, Airlangga University Press, Surabaya.

Sembiring R.K. , 1995 , **Analisis Regresi** , ITB Bandung.

Walpole and Myers , 1986, **Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan,** Terbitan kedua , ITB Bandung.

Lampiran 1. Data harga karcis Puskesmas daerah.A tahun 1977 (Januari-Desember)

No	Bulan	Harga karcis
1	Januari	50
2	Februari	60
3	Maret	75
4	April	100
5	Mei	125
6	Juni	150
7	Juli	175
8	Agustus	200
9	September	225
10	Oktober	250
11	November	275
12	Desember	300

Lampiran 2. Data bangkitan dengan x tetap dan y berdistribusi Exp(βx_i)dengan nilai β=2 dengan bantuan software Minitab.

No	x	y	No	x	y
1	0.01	0.019378	251	0.06	0.038658
2	0.01	0.032451	252	0.06	0.030135
3	0.01	0.037715	253	0.06	0.019099
4	0.01	0.002787	254	0.06	0.520884
5	0.01	0.005601	255	0.06	0.114813
6	0.01	0.024496	256	0.06	0.054962
7	0.01	0.000895	257	0.06	0.235030
8	0.01	0.001482	258	0.06	0.224439
9	0.01	0.000171	259	0.06	0.041757
10	0.01	0.009760	260	0.06	0.073898
11	0.01	0.041052	261	0.06	0.185849
12	0.01	0.000504	262	0.06	0.148558
13	0.01	0.005597	263	0.06	0.026973
14	0.01	0.005431	264	0.06	0.081748
15	0.01	0.004689	265	0.06	0.070057
16	0.01	0.087817	266	0.06	0.056081
17	0.01	0.002247	267	0.06	0.047258
18	0.01	0.009895	268	0.06	0.077762
19	0.01	0.001906	269	0.06	0.243242
20	0.01	0.009049	270	0.06	0.008013
21	0.01	0.031367	271	0.06	0.536425
22	0.01	0.014020	272	0.06	0.113082
23	0.01	0.023766	273	0.06	0.240276
24	0.01	0.005035	274	0.06	0.104792
25	0.01	0.018147	275	0.06	0.040658
26	0.01	0.004420	276	0.06	0.038837
27	0.01	0.012585	277	0.06	0.009698
28	0.01	0.015710	278	0.06	0.075621
29	0.01	0.006729	279	0.06	0.369955
30	0.01	0.004587	280	0.06	0.133304
31	0.01	0.018285	281	0.06	0.320800
32	0.01	0.007202	282	0.06	0.196624
33	0.01	0.027066	283	0.06	0.052655
34	0.01	0.036462	284	0.06	0.066087
35	0.01	0.017861	285	0.06	0.247754
36	0.01	0.025717	286	0.06	0.169223
37	0.01	0.008914	287	0.06	0.225331
38	0.01	0.042342	288	0.06	0.007025
39	0.01	0.002067	289	0.06	0.275108
40	0.01	0.016740	290	0.06	0.060453
41	0.01	0.003531	291	0.06	0.028195

42	0.01	0.012488	292	0.06	0.115766
43	0.01	0.032507	293	0.06	0.206815
44	0.01	0.029459	294	0.06	0.470597
45	0.01	0.002011	295	0.06	0.055837
46	0.01	0.001511	296	0.06	0.049695
47	0.01	0.014241	297	0.06	0.036145
48	0.01	0.007330	298	0.06	0.027574
49	0.01	0.013338	299	0.06	0.020403
50	0.01	0.004728	300	0.06	0.125708
51	0.02	0.008583	301	0.07	0.235325
52	0.02	0.035525	302	0.07	0.118805
53	0.02	0.004887	303	0.07	0.039997
54	0.02	0.084331	304	0.07	0.074661
55	0.02	0.010080	305	0.07	0.069183
56	0.02	0.012848	306	0.07	0.081932
57	0.02	0.085747	307	0.07	0.018589
58	0.02	0.021971	308	0.07	0.173446
59	0.02	0.025165	309	0.07	0.023527
60	0.02	0.067234	310	0.07	0.305386
61	0.02	0.031302	311	0.07	0.021750
62	0.02	0.078131	312	0.07	0.001809
63	0.02	0.028556	313	0.07	0.011099
64	0.02	0.033979	314	0.07	0.327921
65	0.02	0.024352	315	0.07	0.107102
66	0.02	0.012216	316	0.07	0.015824
67	0.02	0.047532	317	0.07	0.105069
68	0.02	0.088691	318	0.07	0.018460
69	0.02	0.075233	319	0.07	0.092195
70	0.02	0.016204	320	0.07	0.126481
71	0.02	0.009381	321	0.07	0.355320
72	0.02	0.097330	322	0.07	0.119677
73	0.02	0.030112	323	0.07	0.006858
74	0.02	0.047098	324	0.07	0.055363
75	0.02	0.108671	325	0.07	0.252736
76	0.02	0.029561	326	0.07	0.133403
77	0.02	0.032519	327	0.07	0.019259
78	0.02	0.002167	328	0.07	0.129066
79	0.02	0.013148	329	0.07	0.134688
80	0.02	0.011737	330	0.07	0.133364
81	0.02	0.063054	331	0.07	0.028543
82	0.02	0.068902	332	0.07	0.094111
83	0.02	0.050928	333	0.07	0.342692
84	0.02	0.027021	334	0.07	0.095879
85	0.02	0.074573	335	0.07	0.407768
86	0.02	0.010856	336	0.07	0.014822
87	0.02	0.011088	337	0.07	0.015481
88	0.02	0.068056	338	0.07	0.173026

89	0.02	0.016435	339	0.07	0.241297
90	0.02	0.041672	340	0.07	0.026355
91	0.02	0.023429	341	0.07	0.018016
92	0.02	0.078965	342	0.07	0.194195
93	0.02	0.000069	343	0.07	0.036542
94	0.02	0.240798	344	0.07	0.217838
95	0.02	0.026123	345	0.07	0.124963
96	0.02	0.025170	346	0.07	0.228869
97	0.02	0.031639	347	0.07	0.116097
98	0.02	0.006671	348	0.07	0.130064
99	0.02	0.035831	349	0.07	0.228474
100	0.02	0.032056	350	0.07	0.136868
101	0.03	0.087731	351	0.08	0.002856
102	0.03	0.007941	352	0.08	0.078650
103	0.03	0.033395	353	0.08	0.097954
104	0.03	0.038679	354	0.08	0.037616
105	0.03	0.129780	355	0.08	0.715283
106	0.03	0.094813	356	0.08	0.046380
107	0.03	0.123816	357	0.08	0.163391
108	0.03	0.020091	358	0.08	0.087141
109	0.03	0.048455	359	0.08	0.050622
110	0.03	0.017942	360	0.08	0.082105
111	0.03	0.059099	361	0.08	0.006671
112	0.03	0.064524	362	0.08	0.012573
113	0.03	0.047027	363	0.08	0.234383
114	0.03	0.025532	364	0.08	0.223229
115	0.03	0.014186	365	0.08	0.298225
116	0.03	0.145888	366	0.08	0.175909
117	0.03	0.044825	367	0.08	0.437981
118	0.03	0.034318	368	0.08	0.046142
119	0.03	0.065290	369	0.08	0.051806
120	0.03	0.132953	370	0.08	0.047187
121	0.03	0.207235	371	0.08	0.176366
122	0.03	0.009341	372	0.08	0.046231
123	0.03	0.057207	373	0.08	0.050460
124	0.03	0.007170	374	0.08	0.173097
125	0.03	0.051271	375	0.08	0.328439
126	0.03	0.000047	376	0.08	0.248996
127	0.03	0.213699	377	0.08	0.042459
128	0.03	0.260981	378	0.08	0.121242
129	0.03	0.018483	379	0.08	0.084574
130	0.03	0.068446	380	0.08	0.015890
131	0.03	0.157993	381	0.08	0.072601
132	0.03	0.037714	382	0.08	0.077621
133	0.03	0.009814	383	0.08	0.176213
134	0.03	0.140214	384	0.08	0.033343
135	0.03	0.044147	385	0.08	0.114569

136	0.03	0.205355	386	0.08	0.039958
137	0.03	0.038539	387	0.08	0.089894
138	0.03	0.053482	388	0.08	0.379026
139	0.03	0.035686	389	0.08	0.002159
140	0.03	0.141567	390	0.08	0.255942
141	0.03	0.250675	391	0.08	0.061579
142	0.03	0.027203	392	0.08	0.035348
143	0.03	0.027969	393	0.08	0.118371
144	0.03	0.070868	394	0.08	0.027576
145	0.03	0.077012	395	0.08	0.106990
146	0.03	0.000218	396	0.08	0.005858
147	0.03	0.032910	397	0.08	0.046946
148	0.03	0.046054	398	0.08	0.114092
149	0.03	0.066919	399	0.08	0.250667
150	0.03	0.151718	400	0.08	0.246794
151	0.04	0.009742	401	0.09	0.184771
152	0.04	0.168537	402	0.09	0.008948
153	0.04	0.023594	403	0.09	0.033728
154	0.04	0.026231	404	0.09	0.086830
155	0.04	0.043312	405	0.09	0.363591
156	0.04	0.145912	406	0.09	0.306276
157	0.04	0.012224	407	0.09	0.107026
158	0.04	0.146244	408	0.09	0.028520
159	0.04	0.014886	409	0.09	0.047629
160	0.04	0.051864	410	0.09	0.039874
161	0.04	0.032282	411	0.09	0.054864
162	0.04	0.009146	412	0.09	0.162953
163	0.04	0.067801	413	0.09	0.329196
164	0.04	0.022308	414	0.09	0.024391
165	0.04	0.399177	415	0.09	0.081850
166	0.04	0.198333	416	0.09	0.016711
167	0.04	0.309688	417	0.09	0.144475
168	0.04	0.047005	418	0.09	0.175834
169	0.04	0.000670	419	0.09	0.805332
170	0.04	0.389111	420	0.09	0.187509
171	0.04	0.098058	421	0.09	0.219181
172	0.04	0.006452	422	0.09	0.244917
173	0.04	0.099940	423	0.09	0.128867
174	0.04	0.081562	424	0.09	0.288036
175	0.04	0.005031	425	0.09	0.134542
176	0.04	0.165304	426	0.09	0.134128
177	0.04	0.123701	427	0.09	0.026570
178	0.04	0.008771	428	0.09	0.274839
179	0.04	0.032185	429	0.09	0.254320
180	0.04	0.176931	430	0.09	0.007896
181	0.04	0.115852	431	0.09	0.295547
182	0.04	0.105752	432	0.09	0.654677

183	0.04	0.230535	433	0.09	0.093443
184	0.04	0.056601	434	0.09	0.029247
185	0.04	0.012536	435	0.09	0.010531
186	0.04	0.057571	436	0.09	0.335469
187	0.04	0.057024	437	0.09	0.027877
188	0.04	0.013287	438	0.09	0.002108
189	0.04	0.064355	439	0.09	0.010549
190	0.04	0.006516	440	0.09	0.074439
191	0.04	0.299070	441	0.09	0.060557
192	0.04	0.078503	442	0.09	0.003082
193	0.04	0.220598	443	0.09	0.134429
194	0.04	0.126622	444	0.09	0.644794
195	0.04	0.074820	445	0.09	0.316583
196	0.04	0.032199	446	0.09	0.032676
197	0.04	0.024276	447	0.09	0.259302
198	0.04	0.000082	448	0.09	0.135213
199	0.04	0.000685	449	0.09	0.131611
200	0.04	0.029127	450	0.09	0.134075
201	0.05	0.110755	451	0.10	0.138840
202	0.05	0.000782	452	0.10	0.224047
203	0.05	0.243987	453	0.10	0.111869
204	0.05	0.040996	454	0.10	0.372858
205	0.05	0.085245	455	0.10	0.325337
206	0.05	0.289406	456	0.10	0.086256
207	0.05	0.306031	457	0.10	0.816315
208	0.05	0.006164	458	0.10	0.541299
209	0.05	0.107574	459	0.10	0.264188
210	0.05	0.005364	460	0.10	0.065314
211	0.05	0.014245	461	0.10	0.548221
212	0.05	0.042738	462	0.10	0.421019
213	0.05	0.029517	463	0.10	0.968995
214	0.05	0.071438	464	0.10	0.110056
215	0.05	0.024494	465	0.10	0.054843
216	0.05	0.188582	466	0.10	0.250956
217	0.05	0.005449	467	0.10	0.063171
218	0.05	0.050777	468	0.10	0.284930
219	0.05	0.144539	469	0.10	0.071288
220	0.05	0.001378	470	0.10	0.198130
221	0.05	0.098222	471	0.10	0.144273
222	0.05	0.209197	472	0.10	0.041312
223	0.05	0.001177	473	0.10	0.163475
224	0.05	0.062249	474	0.10	0.068377
225	0.05	0.133413	475	0.10	0.349201
226	0.05	0.021320	476	0.10	0.538021
227	0.05	0.041637	477	0.10	0.456373
228	0.05	0.002465	478	0.10	0.105924
229	0.05	0.222389	479	0.10	0.052770

230	0.05	0.089225	480	0.10	0.068133
231	0.05	0.076458	481	0.10	0.342605
232	0.05	0.034650	482	0.10	0.027389
233	0.05	0.011425	483	0.10	0.004054
234	0.05	0.133475	484	0.10	0.006102
235	0.05	0.080197	485	0.10	0.410698
236	0.05	0.006365	486	0.10	0.067057
237	0.05	0.045921	487	0.10	0.410318
238	0.05	0.133401	488	0.10	0.085446
239	0.05	0.002978	489	0.10	0.069350
240	0.05	0.060922	490	0.10	0.052879
241	0.05	0.131403	491	0.10	0.142426
242	0.05	0.042706	492	0.10	0.211714
243	0.05	0.027527	493	0.10	0.084196
244	0.05	0.013164	494	0.10	0.050055
245	0.05	0.082935	495	0.10	0.016394
246	0.05	0.065563	496	0.10	0.018560
247	0.05	0.127095	497	0.10	0.068129
248	0.05	0.038074	498	0.10	0.964294
249	0.05	0.199456	499	0.10	0.751901
250	0.05	0.087243	500	0.10	0.019253

Lampiran 3: Program S-Plus untuk Estimator dan Interval Parameter Regresi Eksponensial menggunakan Metode Bayes berdasarkan prior Berdistribusi Gamma.

```
>fix (program)
>program
function(x, y, teta, alpha, gama)
{
     x <- as.vector(x)
     y <- as.vector(y)
     n <- length(y)
     cat("\n data pengamatan x ")
     for(a in 1:length(x)) {
          cat("\n[", format(a), ",]", format(x[a]
               ), "\n")
     }
     cat("\n data pengamatan y ")
     for(b in 1:length(y)) {
          cat("\n[", format(b), ",]", format(y[b]
               ), "\n")
     }
     bb <- 0
     for(i in 1:n) {
          bb <- bb + sum(y[i] * x[i])
     }
     kk <- 1/(bb + 1/teta)
     cat("\n ESTIMATOR")
     cat("\n betta=(n+gama)*kk")
     betta <- (n + gama) * kk
     cat("\n betta=", format(betta), "\n")
     cat("\n INTERVAL")
     tabel2 <- qchisq(1 - (alpha/2), 2*(n + gama))
     cat("\n tabel2=", format(tabel2))
     atas <- (tabel2/(2 %*% (bb + 1/teta)))
     cat("\n batas atas=", format(atas), "\n")
     tabel1 <- qchisq(alpha/2, 2*(n + gama))
     cat("\n tabel1=", format(tabel1))
     bawah <- (tabel1/(2 %*% (bb + 1/teta)));
     cat("\n batas bawah=", format(bawah), "\n")
}
```

Lampiran 4. Output program data lampiran 1.

> program(x,y,1,0.05,400000)

No	Data pengamatan x	Data pengamatan y
1	1	50
2	2	60
3	3	75
4	4	100
5	5	125
6	6	150
7	7	175
8	8	200
9	9	225
10	10	250
11	11	275
12	12	300

```
ESTIMATOR
betta=(n+gama)*kk
betta= 24.54664

INTERVAL
tabel2= 802505.1
batas atas= 24.62276

tabel1= 797546.7
batas bawah= 24.47063
```

Lampiran 5. Output program data lampiran 2.

> program(x,y,0.004,0.05,1)

No	Pengamatan x	Pengamatan y	No	Pengamatan x	Pengamatan y
1	0.01	0.019378	251	0.06	0.038658
2	0.01	0.032451	252	0.06	0.030135
3	0.01	0.037715	253	0.06	0.019099
4	0.01	0.002787	254	0.06	0.520884
5	0.01	0.005601	255	0.06	0.114813
6	0.01	0.024496	256	0.06	0.054962
7	0.01	0.000895	257	0.06	0.235030
8	0.01	0.001482	258	0.06	0.224439
9	0.01	0.000171	259	0.06	0.041757
10	0.01	0.009760	260	0.06	0.073898
11	0.01	0.041052	261	0.06	0.185849
12	0.01	0.000504	262	0.06	0.148558
13	0.01	0.005597	263	0.06	0.026973
14	0.01	0.005431	264	0.06	0.081748
15	0.01	0.004689	265	0.06	0.070057
16	0.01	0.087817	266	0.06	0.056081
17	0.01	0.002247	267	0.06	0.047258
18	0.01	0.009895	268	0.06	0.077762
19	0.01	0.001906	269	0.06	0.243242
20	0.01	0.009049	270	0.06	0.008013
21	0.01	0.031367	271	0.06	0.536425
22	0.01	0.014020	272	0.06	0.113082
23	0.01	0.023766	273	0.06	0.240276
24	0.01	0.005035	274	0.06	0.104792
25	0.01	0.018147	275	0.06	0.040658
26	0.01	0.004420	276	0.06	0.038837
27	0.01	0.012585	277	0.06	0.009698
28	0.01	0.015710	278	0.06	0.075621
29	0.01	0.006729	279	0.06	0.369955
30	0.01	0.004587	280	0.06	0.133304
31	0.01	0.018285	281	0.06	0.320800
32	0.01	0.007202	282	0.06	0.196624
33	0.01	0.027066	283	0.06	0.052655
34	0.01	0.036462	284	0.06	0.066087
35	0.01	0.017861	285	0.06	0.247754
36	0.01	0.025717	286	0.06	0.169223
37	0.01	0.008914	287	0.06	0.225331
38	0.01	0.042342	288	0.06	0.007025
39	0.01	0.002067	289	0.06	0.275108
40	0.01	0.016740	290	0.06	0.060453
41	0.01	0.003531	291	0.06	0.028195

42	0.01	0.012488	292	0.06	0.115766
43	0.01	0.032507	293	0.06	0.206815
44	0.01	0.029459	294	0.06	0.470597
45	0.01	0.002011	295	0.06	0.055837
46	0.01	0.001511	296	0.06	0.049695
47	0.01	0.014241	297	0.06	0.036145
48	0.01	0.007330	298	0.06	0.027574
49	0.01	0.013338	299	0.06	0.020403
50	0.01	0.004728	300	0.06	0.125708
51	0.02	0.008583	301	0.07	0.235325
52	0.02	0.035525	302	0.07	0.118805
53	0.02	0.004887	303	0.07	0.039997
54	0.02	0.084331	304	0.07	0.074661
55	0.02	0.010080	305	0.07	0.069183
56	0.02	0.012848	306	0.07	0.081932
57	0.02	0.085747	307	0.07	0.018589
58	0.02	0.021971	308	0.07	0.173446
59	0.02	0.025165	309	0.07	0.023527
60	0.02	0.067234	310	0.07	0.305386
61	0.02	0.031302	311	0.07	0.021750
62	0.02	0.078131	312	0.07	0.001809
63	0.02	0.028556	313	0.07	0.011099
64	0.02	0.033979	314	0.07	0.327921
65	0.02	0.024352	315	0.07	0.107102
66	0.02	0.012216	316	0.07	0.015824
67	0.02	0.047532	317	0.07	0.105069
68	0.02	0.088691	318	0.07	0.018460
69	0.02	0.075233	319	0.07	0.092195
70	0.02	0.016204	320	0.07	0.126481
71	0.02	0.009381	321	0.07	0.355320
72	0.02	0.097330	322	0.07	0.119677
73	0.02	0.030112	323	0.07	0.006858
74	0.02	0.047098	324	0.07	0.055363
75	0.02	0.108671	325	0.07	0.252736
76	0.02	0.029561	326	0.07	0.133403
77	0.02	0.032519	327	0.07	0.019259
78	0.02	0.002167	328	0.07	0.129066
79	0.02	0.013148	329	0.07	0.134688
80	0.02	0.011737	330	0.07	0.133364
81	0.02	0.063054	331	0.07	0.028543
82	0.02	0.068902	332	0.07	0.094111
83	0.02	0.050928	333	0.07	0.342692
84	0.02	0.027021	334	0.07	0.095879
85	0.02	0.074573	335	0.07	0.407768
86	0.02	0.010856	336	0.07	0.014822
87	0.02	0.011088	337	0.07	0.015481
88	0.02	0.068056	338	0.07	0.173026

89	0.02	0.016435	339	0.07	0.241297
90	0.02	0.041672	340	0.07	0.026355
91	0.02	0.023429	341	0.07	0.018016
92	0.02	0.078965	342	0.07	0.194195
93	0.02	0.000069	343	0.07	0.036542
94	0.02	0.240798	344	0.07	0.217838
95	0.02	0.026123	345	0.07	0.124963
96	0.02	0.025170	346	0.07	0.228869
97	0.02	0.031639	347	0.07	0.116097
98	0.02	0.006671	348	0.07	0.130064
99	0.02	0.035831	349	0.07	0.228474
100	0.02	0.032056	350	0.07	0.136868
101	0.03	0.087731	351	0.08	0.002856
102	0.03	0.007941	352	0.08	0.078650
103	0.03	0.033395	353	0.08	0.097954
104	0.03	0.038679	354	0.08	0.037616
105	0.03	0.129780	355	0.08	0.715283
106	0.03	0.094813	356	0.08	0.046380
107	0.03	0.123816	357	0.08	0.163391
108	0.03	0.020091	358	0.08	0.087141
109	0.03	0.048455	359	0.08	0.050622
110	0.03	0.017942	360	0.08	0.082105
111	0.03	0.059099	361	0.08	0.006671
112	0.03	0.064524	362	0.08	0.012573
113	0.03	0.047027	363	0.08	0.234383
114	0.03	0.025532	364	0.08	0.223229
115	0.03	0.014186	365	0.08	0.298225
116	0.03	0.145888	366	0.08	0.175909
117	0.03	0.044825	367	0.08	0.437981
118	0.03	0.034318	368	0.08	0.046142
119	0.03	0.065290	369	0.08	0.051806
120	0.03	0.132953	370	0.08	0.047187
121	0.03	0.207235	371	0.08	0.176366
122	0.03	0.009341	372	0.08	0.046231
123	0.03	0.057207	373	0.08	0.050460
124	0.03	0.007170	374	0.08	0.173097
125	0.03	0.051271	375	0.08	0.328439
126	0.03	0.000047	376	0.08	0.248996
127	0.03	0.213699	377	0.08	0.042459
128	0.03	0.260981	378	0.08	0.121242
129	0.03	0.018483	379	0.08	0.084574
130	0.03	0.068446	380	0.08	0.015890
131	0.03	0.157993	381	0.08	0.072601
132	0.03	0.037714	382	0.08	0.077621
133	0.03	0.009814	383	0.08	0.176213
134	0.03	0.140214	384	0.08	0.033343
135	0.03	0.044147	385	0.08	0.114569

136	0.03	0.205355	386	0.08	0.039958
137	0.03	0.038539	387	0.08	0.089894
138	0.03	0.053482	388	0.08	0.379026
139	0.03	0.035686	389	0.08	0.002159
140	0.03	0.141567	390	0.08	0.255942
141	0.03	0.250675	391	0.08	0.061579
142	0.03	0.027203	392	0.08	0.035348
143	0.03	0.027969	393	0.08	0.118371
144	0.03	0.070868	394	0.08	0.027576
145	0.03	0.077012	395	0.08	0.106990
146	0.03	0.000218	396	0.08	0.005858
147	0.03	0.032910	397	0.08	0.046946
148	0.03	0.046054	398	0.08	0.114092
149	0.03	0.066919	399	0.08	0.250667
150	0.03	0.151718	400	0.08	0.246794
151	0.04	0.009742	401	0.09	0.184771
152	0.04	0.168537	402	0.09	0.008948
153	0.04	0.023594	403	0.09	0.033728
154	0.04	0.026231	404	0.09	0.086830
155	0.04	0.043312	405	0.09	0.363591
156	0.04	0.145912	406	0.09	0.306276
157	0.04	0.012224	407	0.09	0.107026
158	0.04	0.146244	408	0.09	0.028520
159	0.04	0.014886	409	0.09	0.047629
160	0.04	0.051864	410	0.09	0.039874
161	0.04	0.032282	411	0.09	0.054864
162	0.04	0.009146	412	0.09	0.162953
163	0.04	0.067801	413	0.09	0.329196
164	0.04	0.022308	414	0.09	0.024391
165	0.04	0.399177	415	0.09	0.081850
166	0.04	0.198333	416	0.09	0.016711
167	0.04	0.309688	417	0.09	0.144475
168	0.04	0.047005	418	0.09	0.175834
169	0.04	0.000670	419	0.09	0.805332
170	0.04	0.389111	420	0.09	0.187509
171	0.04	0.098058	421	0.09	0.219181
172	0.04	0.006452	422	0.09	0.244917
173	0.04	0.099940	423	0.09	0.128867
174	0.04	0.081562	424	0.09	0.288036
175	0.04	0.005031	425	0.09	0.134542
176	0.04	0.165304	426	0.09	0.134128
177	0.04	0.123701	427	0.09	0.026570
178	0.04	0.008771	428	0.09	0.274839
179	0.04	0.032185	429	0.09	0.254320
180	0.04	0.176931	430	0.09	0.007896
181	0.04	0.115852	431	0.09	0.295547
182	0.04	0.105752	432	0.09	0.654677

183	0.04	0.230535	433	0.09	0.093443
184	0.04	0.056601	434	0.09	0.029247
185	0.04	0.012536	435	0.09	0.010531
186	0.04	0.057571	436	0.09	0.335469
187	0.04	0.057024	437	0.09	0.027877
188	0.04	0.013287	438	0.09	0.002108
189	0.04	0.064355	439	0.09	0.010549
190	0.04	0.006516	440	0.09	0.074439
191	0.04	0.299070	441	0.09	0.060557
192	0.04	0.078503	442	0.09	0.003082
193	0.04	0.220598	443	0.09	0.134429
194	0.04	0.126622	444	0.09	0.644794
195	0.04	0.074820	445	0.09	0.316583
196	0.04	0.032199	446	0.09	0.032676
197	0.04	0.024276	447	0.09	0.259302
198	0.04	0.000082	448	0.09	0.135213
199	0.04	0.000685	449	0.09	0.131611
200	0.04	0.029127	450	0.09	0.134075
201	0.05	0.110755	451	0.10	0.138840
202	0.05	0.000782	452	0.10	0.224047
203	0.05	0.243987	453	0.10	0.111869
204	0.05	0.040996	454	0.10	0.372858
205	0.05	0.085245	455	0.10	0.325337
206	0.05	0.289406	456	0.10	0.086256
207	0.05	0.306031	457	0.10	0.816315
208	0.05	0.006164	458	0.10	0.541299
209	0.05	0.107574	459	0.10	0.264188
210	0.05	0.005364	460	0.10	0.065314
211	0.05	0.014245	461	0.10	0.548221
212	0.05	0.042738	462	0.10	0.421019
213	0.05	0.029517	463	0.10	0.968995
214	0.05	0.071438	464	0.10	0.110056
215	0.05	0.024494	465	0.10	0.054843
216	0.05	0.188582	466	0.10	0.250956
217	0.05	0.005449	467	0.10	0.063171
218	0.05	0.050777	468	0.10	0.284930
219	0.05	0.144539	469	0.10	0.071288
220	0.05	0.001378	470	0.10	0.198130
221	0.05	0.098222	471	0.10	0.144273
222	0.05	0.209197	472	0.10	0.041312
223	0.05	0.001177	473	0.10	0.163475
224	0.05	0.062249	474	0.10	0.068377
225	0.05	0.133413	475	0.10	0.349201
226	0.05	0.021320	476	0.10	0.538021
227	0.05	0.041637	477	0.10	0.456373
228	0.05	0.002465	478	0.10	0.105924
229	0.05	0.222389	479	0.10	0.052770

230	0.05	0.089225	480	0.10	0.068133
231	0.05	0.076458	481	0.10	0.342605
232	0.05	0.034650	482	0.10	0.027389
233	0.05	0.011425	483	0.10	0.004054
234	0.05	0.133475	484	0.10	0.006102
235	0.05	0.080197	485	0.10	0.410698
236	0.05	0.006365	486	0.10	0.067057
237	0.05	0.045921	487	0.10	0.410318
238	0.05	0.133401	488	0.10	0.085446
239	0.05	0.002978	489	0.10	0.069350
240	0.05	0.060922	490	0.10	0.052879
241	0.05	0.131403	491	0.10	0.142426
242	0.05	0.042706	492	0.10	0.211714
243	0.05	0.027527	493	0.10	0.084196
244	0.05	0.013164	494	0.10	0.050055
245	0.05	0.082935	495	0.10	0.016394
246	0.05	0.065563	496	0.10	0.018560
247	0.05	0.127095	497	0.10	0.068129
248	0.05	0.038074	498	0.10	0.964294
249	0.05	0.199456	499	0.10	0.751901
250	0.05	0.087243	500	0.10	0.019253

ESTIMATOR
betta=(n+gama)*kk
betta= 1.97389

INTERVAL
tabel2= 1091.619
batas atas= 2.150434

tabel1= 916.1695
batas bawah= 1.804808