

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Penyakit demam berdarah *dengue* (DBD) dianggap sebagai penyakit menular yang serius dan mengancam sekitar 2,5 miliar orang di seluruh dunia, terutama di negara-negara tropis. Pada tahun 2014, *World Health Organization* (WHO) memperkirakan 50 sampai 100 juta kasus dilaporkan di seluruh dunia setiap tahun (WHO, 2014). DBD telah menjadi penyakit epidemi yang meluas di seluruh dunia beberapa dekade terakhir terutama di Asia Tenggara dan Amerika Latin yang telah menjadi penyebab terbesar rawat inap dan kematian yang sebagian besar terjadi pada anak-anak. Penyakit ini sering muncul karena perubahan iklim dan diperparah karena kurangnya pengetahuan dan kesadaran penduduk tentang penyakit ini, sehingga DBD dapat dikatakan sebagai epidemi. Salah satu model matematika yang digunakan untuk memodelkan penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD) adalah model epidemi SIR (*Susceptible Infected Removed*) seperti yang dilakukan oleh M. Derouich dan A. Boutayeb pada tahun 2006.

Sejak dikenalkannya model SIR oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927 untuk memodelkan penyebaran penyakit, persamaan diferensial secara luas digunakan dalam matematika epidemiologi. Banyak model matematika yang digunakan untuk mempelajari penularan suatu penyakit, mengevaluasi atau menilai penularan dari suatu epidemi. Untuk memahami mekanisme dari epidemi

untuk mencegah atau meminimumkan penularan suatu penyakit, diantaranya dengan karantina dan perlakuan lainnya (**Kermack dan McKendrick, 1927**). Secara umum, model epidemi SIR disajikan dalam bentuk sistem persamaan differensial orde satu. Sampai saat ini, model epidemi SIR telah banyak dikembangkan oleh para peneliti untuk mempelajari penyebaran penyakit dalam kasus-kasus tertentu.

Dewasa ini, penggunaan operasi turunan dan integral orde-fraksional pada model matematika semakin tersebar luas (**Podlubny, 1999**). Beberapa bentuk dari sistem persamaan differensial fraksional telah diusulkan pada model standar. Sistem persamaan differensial fraksional telah digunakan pada studi yang berkaitan dengan bidang ekonomi, elastisitas, biologi, fisika dan mesin. Sejumlah besar literatur telah mengembangkan aplikasi yang berkenaan dengan penerapan sistem persamaan differensial fraksional pada ilmu dinamika nonlinear (**Podlubny, 1999**).

Cara yang digunakan untuk mendapatkan model sistem persamaan differensial fraksional adalah dengan memodifikasi sistem persamaan differensial nonlinear dengan mengganti turunan pertama dari sistem tersebut dengan turunan fraksional seperti pada (**El-Saka, 2013**).

Berdasarkan uraian di atas, Penulis tertarik untuk memodifikasi model epidemi SIR pada penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD) menjadi model dengan sistem persamaan differensial fraksional. Penulis juga akan menuliskannya dalam bentuk skripsi dengan judul “Model Epidemi SIR pada

Penyebaran Penyakit Demam Berdarah *Dengue* (DBD) Menggunakan Orde-Fraksional”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas maka didapatkan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk sistem persamaan differensial orde-fraksional dari model epidemi SIR pada penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD)?
2. Bagaimana selesaian dari sistem persamaan differensial orde-fraksional yang dihasilkan dari rumusan masalah (1) dengan menggunakan Metode Pertubasi Homotopi (HPM)?
3. Bagaimana interpretasi simulasi numerik dari sistem persamaan differensial orde-fraksional yang dihasilkan dari rumusan masalah (2)?

## 1.3 Tujuan

Tujuan dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan bentuk sistem persamaan differensial orde-fraksional dari model epidemi SIR pada penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD).
2. Menentukan selesaian dari sistem persamaan differensial orde-fraksional yang dihasilkan dari tujuan (1) dengan menggunakan Metode Pertubasi Homotopi (HPM).

3. Menginterpretasi simulasi numerik dari sistem persamaan differensial orde-fraksional yang dihasilkan dari tujuan (2).

#### 1.4 Manfaat

Manfaat dari skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah wawasan keilmuan mahasiswa khususnya tentang model epidemi SIR pada penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD) menggunakan orde-fraksional.
2. Dapat memberikan alternatif lain untuk memodelkan matematika pada sistem persamaan differensial nonlinear yaitu dengan menggunakan sistem persamaan differensial fraksional.
3. Sebagai bahan kajian dan tinjauan bagi yang sedang melakukan pembahasan dan pemahaman tentang materi dalam skripsi ini.

#### 1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dari skripsi ini adalah model epidemi SIR pada penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD) yang diambil dari model pada jurnal ilmiah yang berjudul “*A SIR Model for Spread of Dengue Fever Disease (Simulation for South Sulawesi, Indonesia and Selangor, Malaysia)*” yang ditulis oleh Side dan Noorani (**Side dan Noorani, 2013**). Selanjutnya model tersebut akan dikaji dalam bentuk sistem persamaan differensial fraksional.

**MODEL EPIDEMI SIR PADA PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM  
BERDARAH *DENGUE* (DBD) MENGGUNAKAN ORDE-FRAKSIONAL**

**SKRIPSI**



**HAFFILA PUTRI RAHAYU**

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS AIRLANGGA  
2015**

**MODEL EPIDEMI SIR PADA PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM  
BERDARAH *DENGUE* (DBD) MENGGUNAKAN ORDE-FRAKSIONAL**

**SKRIPSI**

**Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains**

**Bidang Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi**

**Universitas Airlangga**

**Disetujui Oleh:**

**Pembimbing I**

**Pembimbing II**

**Dr. Moh. Imam Utoyo, M.Si**

**Dr. Windarto, M.Si**

**NIP. 19640103 198810 1 001**

**NIP. 19771104 200312 1 001**

**LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI**

**Judul** : Model Epidemii SIR Pada Penyebaran Penyakit Demam Berdarah *Dengue* (DBD) Menggunakan Orde-Fraksional  
**Penyusun** : Haffila Putri Rahayu  
**NIM** : 081112050  
**Pembimbing I** : Dr. Moh Imam Utoyo, M.Si  
**Pembimbing II** : Dr. Windarto, M.Si  
**Tanggal Seminar** : 10 Juni 2015

**Disetujui oleh :**

**Pembimbing I,**

**Pembimbing II,**

**Dr. Moh Imam Utoyo, M.Si**

**Dr. Windarto, M. Si**

**NIP. 19640103 198810 1 001**

**NIP. 19771104 200312 1 001**

**Mengetahui,**

**Ketua Departemen Program Studi S-1 Matematika**

**Departemen Matematika**

**Fakultas Sains dan Teknologi**

**Universitas Airlangga**

**Dr. Miswanto, M.Si**

**NIP. 19680204 199303 1 002**

## **PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI**

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penulis dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.



## KATA PENGANTAR



Segala puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT karena hanya dengan rahmat dan kasih sayang-Nya, skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik. Skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana sains bidang matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga. Selain itu juga bermanfaat untuk menambah wawasan keilmuan dan sebagai penambah referensi untuk bahan kajian.

Penulis memilih judul “MODEL EPIDEMI SIR PADA PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH *DENGUE* (DBD) MENGGUNAKAN ORDE-FRAKSIONAL” ini karena penulis ingin memberikan alternatif lain untuk memodelkan matematika yaitu dengan menggunakan sistem persamaan differensial fraksional (SPDF).

Dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini, tidak sedikit hambatan yang dihadapi, untuk itu Penulis ucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu. Ucapan terima kasih juga Penulis sampaikan kepada:

1. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi yang telah memberi kesempatan kepada Penulis untuk melanjutkan pendidikan di Universitas Airlangga.
2. Dr. Miswanto, M.Si selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga sekaligus dosen wali yang telah memberikan nasehat dan saran demi kesuksesan menjadi mahasiswa.

3. Dr. Moh. Imam Utoyo, M.Si dan Dr. Windarto, M.Si selaku dosen pembimbing I dan II yang senantiasa penuh kesabaran dalam memberikan bimbingan berupa arahan dan masukan kepada Penulis.
4. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmu kepada Penulis.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih terdapat kekurangan, sehingga saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Surabaya, April 2015

Penyusun,

Haffila Putri Rahayu

Haffila Putri Rahayu, 2015, **Model Epidemii SIR Pada Penyebaran Penyakit Demam Berdarah *Dengue* (DBD) Menggunakan Orde-Fraksional**, Skripsi ini dibimbing oleh Dr. Moh. Imam Utoyo, M.Si dan Dr. Windarto, M.Si, Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

---

### ABSTRAK

Demam Berdarah *Dengue* (DBD) merupakan infeksi yang disebabkan oleh virus *dengue*. Nyamuk yang menjadi vektor utama penyebaran virus *dengue* adalah *Aedes aegypti*. Belum ada vaksin yang dapat mencegah manusia terinfeksi DBD. Oleh karena itu, pencegahan terhadap DBD dapat dilakukan dengan cara memperkecil habitat nyamuk dan meminimalkan jumlah gigitan nyamuk. Pada skripsi ini, akan dibahas model epidemii penyebaran DBD orde fraksional berbentuk model *Susceptible, Infected, dan Removed* (SIR). Model tersebut merupakan modifikasi model Sistem Persamaan Differensial Biasa (SPDB) nonlinear yang ditulis oleh Side dan Noorani (2013) menjadi model Sistem Persamaan Differensial Fraksional (SPDF). Model SPDF yang diperoleh selanjutnya diselesaikan dengan Metode Perturbasi Homotopi (HPM). Semakin besar nilai dari orde turunan fraksional yang diberikan maka semakin cepat perubahan grafik pada proporsi populasi manusia yang rentan terinfeksi DBD, dan proporsi populasi manusia dan nyamuk yang terinfeksi DBD.

**Kata kunci:** Model Epidemii, SIR, Demam Berdarah *Dengue*, Orde Fraksional, Metode Perturbasi Homotopi.

Haffila Putri Rahayu, 2015, **A SIR Epidemic Model In The Spread of Dengue Haemorrhagic Fever (DHF) Using Fractional Order**, This final project is under advised by Dr. Moh. Imam Utoyo, M.Si and Dr. Windarto, M.Si, Mathematics Departement, Science and Technology Faculty, Airlangga University, Surabaya.

---

### ABSTRACT

Dengue Hemorrhagic Fever (DHF) is an infection caused by the dengue virus. The main vector spreads of dengue virus is *Aedes aegypti*. There is no vaccine to prevent human infection from DHF. Therefore, epidemic might be minimized by reducing mosquitos habitat and reducing the number of mosquito bites. In this paper, we discuss a fractional-order of Susceptible, Infected, and Removed (SIR) model in the spread of DHF. The model a modification of Side and Noorani model (2013). Here we modified an Ordinary Differential Equations System (ODES) nonlinear model from Side and Noorani (2013) into a Fractional Differential Equation System (FDES). Then we solve the model by Homotopy Pertubation Method (HPM). The greater the value of the fractional-order derivative given the faster change of state variables will be.

**Keywords: Epidemic Model, SIR, Dengue Hemorrhagic Fever, Fractional Order, Homotopy Perturbation method.**

## DAFTAR ISI

	<b>Halaman</b>
HALAMAN JUDUL .....	i
LEMBAR PERSETUJUAN.....	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI.....	iii
PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI.....	iv
KATA PENGANTAR .....	v
ABSTRAK.....	vii
ABSTRACT.....	viii
DAFTAR ISI .....	ix
DAFTAR TABEL.....	xi
DAFTAR GAMBAR .....	xii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xiii
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Tujuan Penelitian .....	3
1.4 Manfaat Penelitian .....	4
1.5 Batasan Masalah .....	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA .....	5
2.1 Demam Berdarah <i>Dengue</i> (DBD) .....	5
2.2 Model SIR untuk Penyebaran Penyakit Demam Berdarah	

<i>Dengue</i> (DBD) .....	6
2.3 Sistem Persamaan Differensial Fraksional .....	9
2.4 Metode Pertubasi Homotopi (HPM) .....	11
BAB III METODELOGI PENELITIAN .....	13
BAB IV PEMBAHASAN .....	15
4.1 Sistem Persamaan Differensial Fraksional pada Model Epidemi SIR pada Penyebaran Penyakit Demam Berdarah <i>Dengue</i> (DBD).....	15
4.2 Metode Pertubasi Homotopi (HPM) pada Model Epidemii SIR pada Penyebaran Penyakit Demam Berdarah <i>Dengue</i> (DBD).....	17
4.3 Simulasi Numerik dari Sistem Persamaan Differensial Fraksional pada Model Epidemii SIR pada Penyebaran Penyakit Demam Berdarah <i>Dengue</i> (DBD).....	28
BAB V PENUTUP.....	35
5.1 Kesimpulan.....	35
5.2 Saran .....	39
DAFTAR PUSTAKA .....	40
LAMPIRAN	

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel</b>	<b>Judul</b>	<b>Halaman</b>
Tabel 4.1	Nilai Parameter dari Model Penyebaran Penyakit DBD	29



**DAFTAR GAMBAR**

<b>Gambar</b>	<b>Judul</b>	<b>Halaman</b>
Gambar 2.1	Diagram Transmisi Penyebaran Penyakit DBD	7
Gambar 4.1	Perbandingan Simulasi Numerik SPDB Nonlinear dengan SPDF dengan $\alpha = \beta = \gamma = 1$	30
Gambar 4.2	Pengaruh $\alpha$ Terhadap Dinamika Proporsi Populasi Manusia dan Nyamuk	32
Gambar 4.3	Pengaruh $\beta$ Terhadap Dinamika Proporsi Populasi Manusia dan Nyamuk	33
Gambar 4.4	Pengaruh $\gamma$ Terhadap Dinamika Proporsi Populasi Manusia dan Nyamuk	34

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Judul Lampiran
1	Persamaan Differensial Fraksional $y_0, z_0, y_1, z_1, y_2, z_2, \dots$
2	Perhitungan Nilai $y_2(t), z_2(t), y_3(t), z_3(t), y_4(t),$ dan $z_4(t)$
3	Kode Program Perbandingan Simulasi Numerik SPDB Nonlinear dengan SPDF dengan $\alpha = \beta = \gamma = 1$
4	Kode Program Pengaruh $\alpha, \beta, \gamma$ Terhadap Dinamika Proporsi Populasi Manusia dan Nyamuk

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Penyakit demam berdarah *dengue* (DBD) dianggap sebagai penyakit menular yang serius dan mengancam sekitar 2,5 miliar orang di seluruh dunia, terutama di negara-negara tropis. Pada tahun 2014, *World Health Organization* (WHO) memperkirakan 50 sampai 100 juta kasus dilaporkan di seluruh dunia setiap tahun (WHO, 2014). DBD telah menjadi penyakit epidemi yang meluas di seluruh dunia beberapa dekade terakhir terutama di Asia Tenggara dan Amerika Latin yang telah menjadi penyebab terbesar rawat inap dan kematian yang sebagian besar terjadi pada anak-anak. Penyakit ini sering muncul karena perubahan iklim dan diperparah karena kurangnya pengetahuan dan kesadaran penduduk tentang penyakit ini, sehingga DBD dapat dikatakan sebagai epidemi. Salah satu model matematika yang digunakan untuk memodelkan penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD) adalah model epidemi SIR (*Susceptible Infected Removed*) seperti yang dilakukan oleh M. Derouich dan A. Boutayeb pada tahun 2006.

Sejak dikenalkannya model SIR oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927 untuk memodelkan penyebaran penyakit, persamaan diferensial secara luas digunakan dalam matematika epidemiologi. Banyak model matematika yang digunakan untuk mempelajari penularan suatu penyakit, mengevaluasi atau menilai penularan dari suatu epidemi. Untuk memahami mekanisme dari epidemi

untuk mencegah atau meminimumkan penularan suatu penyakit, diantaranya dengan karantina dan perlakuan lainnya (**Kermack dan McKendrick, 1927**). Secara umum, model epidemi SIR disajikan dalam bentuk sistem persamaan differensial orde satu. Sampai saat ini, model epidemi SIR telah banyak dikembangkan oleh para peneliti untuk mempelajari penyebaran penyakit dalam kasus-kasus tertentu.

Dewasa ini, penggunaan operasi turunan dan integral orde-fraksional pada model matematika semakin tersebar luas (**Podlubny, 1999**). Beberapa bentuk dari sistem persamaan differensial fraksional telah diusulkan pada model standar. Sistem persamaan differensial fraksional telah digunakan pada studi yang berkaitan dengan bidang ekonomi, elastisitas, biologi, fisika dan mesin. Sejumlah besar literatur telah mengembangkan aplikasi yang berkenaan dengan penerapan sistem persamaan differensial fraksional pada ilmu dinamika nonlinear (**Podlubny, 1999**).

Cara yang digunakan untuk mendapatkan model sistem persamaan differensial fraksional adalah dengan memodifikasi sistem persamaan differensial nonlinear dengan mengganti turunan pertama dari sistem tersebut dengan turunan fraksional seperti pada (**El-Saka, 2013**).

Berdasarkan uraian di atas, Penulis tertarik untuk memodifikasi model epidemi SIR pada penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD) menjadi model dengan sistem persamaan differensial fraksional. Penulis juga akan menuliskannya dalam bentuk skripsi dengan judul “Model Epidemi SIR pada

Penyebaran Penyakit Demam Berdarah *Dengue* (DBD) Menggunakan Orde-Fraksional”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas maka didapatkan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk sistem persamaan differensial orde-fraksional dari model epidemi SIR pada penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD)?
2. Bagaimana selesaian dari sistem persamaan differensial orde-fraksional yang dihasilkan dari rumusan masalah (1) dengan menggunakan Metode Pertubasi Homotopi (HPM)?
3. Bagaimana interpretasi simulasi numerik dari sistem persamaan differensial orde-fraksional yang dihasilkan dari rumusan masalah (2)?

## 1.3 Tujuan

Tujuan dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan bentuk sistem persamaan differensial orde-fraksional dari model epidemi SIR pada penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD).
2. Menentukan selesaian dari sistem persamaan differensial orde-fraksional yang dihasilkan dari tujuan (1) dengan menggunakan Metode Pertubasi Homotopi (HPM).

3. Menginterpretasi simulasi numerik dari sistem persamaan differensial orde-fraksional yang dihasilkan dari tujuan (2).

#### 1.4 Manfaat

Manfaat dari skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah wawasan keilmuan mahasiswa khususnya tentang model epidemi SIR pada penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD) menggunakan orde-fraksional.
2. Dapat memberikan alternatif lain untuk memodelkan matematika pada sistem persamaan differensial nonlinear yaitu dengan menggunakan sistem persamaan differensial fraksional.
3. Sebagai bahan kajian dan tinjauan bagi yang sedang melakukan pembahasan dan pemahaman tentang materi dalam skripsi ini.

#### 1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dari skripsi ini adalah model epidemi SIR pada penyebaran penyakit demam berdarah *dengue* (DBD) yang diambil dari model pada jurnal ilmiah yang berjudul “*A SIR Model for Spread of Dengue Fever Disease (Simulation for South Sulawesi, Indonesia and Selangor, Malaysia)*” yang ditulis oleh Side dan Noorani (**Side dan Noorani, 2013**). Selanjutnya model tersebut akan dikaji dalam bentuk sistem persamaan differensial fraksional.