

**ANALISIS DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN
PENYAKIT PADA TANAMAN**

SKRIPSI



RIFKA DESTYARINI

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2015

**Analisis dan Kontrol Optimal
Model Matematika Penyebaran Penyakit pada Tanaman**

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga**

Disetujui oleh :

Pembimbing I



Dr. Fatmawati, M.Si
NIP. 19730704199802 2 001

Pembimbing II



Dr. Windarto, M.Si
NIP. 19771104 2003121001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Analisis dan Kontrol Optimal Model Matematika
Penyebaran Penyakit pada Tanaman

Penyusun : Rifka Destyarini

NIM : 081012031

Pembimbing I : Dr. Fatmawati, M.Si

Pembimbing II : Dr. Windarto, M.Si

Tanggal Seminar : 28 Januari 2015

Disetujui Oleh :

Pembimbing I



Dr. Fatmawati, M.Si
NIP. 19730704 199802 2 001

Pembimbing II



Dr. Windarto, M.Si
NIP. 19771104 2003121001

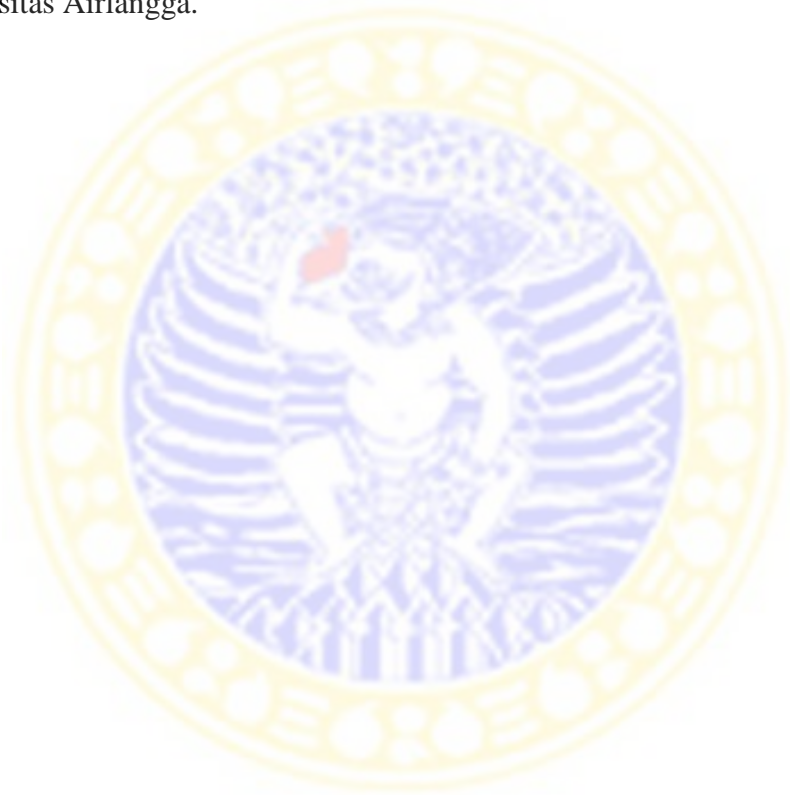
Mengetahui,
Ketua Program Studi S-1 Matematika
Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga



Dr. Miswanto, M.Si
NIP. 19680204 199303 1 002

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penulis dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.



KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirobbil'alamin, segala puji syukur kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya sehingga dapat terselesaikannya penulisan skripsi yang berjudul “Analisis dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Penyakit pada Tanaman”. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Besar Muhammad SAW, pemimpin sekaligus sebaik-baiknya suri tauladan bagi kehidupan umat manusia.

Dalam menyelesaikan penulisan skripsi, Penulis mendapatkan banyak bantuan dari berbagai pihak, pada kesempatan ini Penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi yang telah memberikan kesempatan kepada Penulis untuk melanjutkan pendidikan di Universitas Airlangga.
2. Dr. Miswanto, M.Si selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga yang telah memberikan arahan dan nasihat.
3. Dr. Fatmawati, M.Si selaku pembimbing I dan Dr. Windarto, M.Si selaku pembimbing II yang memberikan bimbingan, arahan serta masukan dalam penyelesaian skripsi.
4. Ir. Elly Anna, M.Si selaku dosen wali selama menjadi mahasiswa Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
5. Ahmadin, S.Si, M.Si dan Dra. Utami Dyah P, M.Si selaku dosen penguji yang memberikan arahan serta masukan dalam menyelesaikan skripsi ini.

6. Kedua orang tua tercinta yang selalu mendoakan, memberikan motivasi serta dukungan penuh kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini dengan lancar.
7. Kakak dan adik tersayang Ratri Puspitasari dan Ristya Amalia yang memberikan semangat sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
8. Nelli D. Astuti, Catherine Febriyanti, Intan Nirmala K, Novia Putri P, Lovianti R Lakshitasari, Ajeng S.P, Yeni, Yekti dan Faraniena Y.R yang telah berkenan menjadi teman baik selama kuliah dan selalu memberikan dukungan serta hiburan kepada Penulis.
9. Distriana S. A. dan Dina Ayu W. yang menjadi teman seperjuangan dalam menyelesaikan skripsi ini.
10. Semua teman-teman S1-Matematika angkatan 2010 yang tidak dapat saya sebutkan satu per satu, terimakasih untuk segala bantuan, semangat dan dukungannya selama ini.
11. Ferly M. H. yang telah memberikan motivasi, semangat serta dukungan kepada Penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
12. Semua pihak yang secara langsung atau tidak langsung telah memberikan bantuan dan saran yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat sebagai bahan pustaka dan penambah informasi khususnya bagi mahasiswa Universitas Airlangga.

Surabaya, Januari 2015

Penulis,

Rifka Destyarini

Rifka Destyarini, 2015, **Analisis dan Kontrol Optimal Model Matematika Penyebaran Penyakit pada Tanaman**. Skripsi ini dibimbing oleh Dr. Fatmawati, M.Si dan Dr. Windarto, M.Si, Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Virus tanaman merupakan penyebab penyakit tanaman yang dapat mengganggu pertumbuhan tanaman dan menurunkan kualitas hasil tanaman yang dibudidayakan. Penyakit ini ditularkan dari satu tanaman ke tanaman lain dengan bantuan vektor (organisme pembawa virus). Virus tanaman tidak hanya menyerap nutrisi tetapi juga memasuki sel-sel inang dan berkembangbiak didalamnya sehingga menyebabkan ketidaknormalan pada tanaman. Dalam upaya pengendalian tanaman, model matematika penyakit pada tanaman dikembangkan sebagai langkah untuk mencegah penyebaran penyakit virus pada tanaman.

Pada skripsi ini, akan dianalisis model matematika penyebaran virus pada tanaman dan akan ditentukan bentuk kontrol yang optimal dengan variabel kontrol berupa pencabutan u . Dari model tanpa kontrol diperoleh dua titik setimbang yaitu titik setimbang bebas penyakit E_1 dan titik setimbang endemik E_2 . Selain itu diperoleh R_0 (bilangan reproduksi dasar) yaitu rata-rata banyaknya tanaman terinfeksi baru yang muncul akibat tertularnya tanaman sehat oleh virus tanaman. Titik setimbang E_1 stabil asimtotis jika $R_0 < 1$ dan titik setimbang E_2 stabil asimtotis jika $R_0 > 1$. Selanjutnya, Prinsip Maksimum Pontryagin diaplikasikan pada model dengan variabel kontrol untuk mendapatkan bentuk kontrol u (pencabutan) yang optimal. Berdasarkan hasil simulasi numerik, pemberian pengontrol u (pencabutan) cukup efektif untuk mengurangi jumlah tanaman terinfeksi dengan biaya yang minimal.

Kata kunci: *virus tanaman, model matematika, kestabilan, kontrol optimal.*

Rifka Destyarini, 2015, **Analysis and Optimal Control of Mathematical Model on the spread of disease in plants**. This final project is under advised by Dr. Fatmawati, M.Si and Dr. Windarto, M.Si, Mathematics Department, Faculty of Technology and Science, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Plant virus is one of the causes of disease in plants that can impair the growth and degrade the quality of the crops cultivated. The disease is transmitted from one plant to another with the help of vector (organism carrying the virus). Plant viruses not only absorb nutrients, but also enter host cells and proliferate inside, causing abnormalities in plants. As an attempt to prevent the spread of viral diseases in plants, a mathematical model is developed.

This final project will be analyzed the mathematical model of virus spreading in plants in order to determine the optimal revocation control u . Through the model without control variable, we obtain two equilibrium points, i.e disease-free equilibrium point E_1 and endemic equilibrium point E_2 . Moreover, we found the basic reproduction number R_0 that shows the average number of new infected plants emerging as a result of virus infection on healthy plants. The equilibrium point E_1 is asymptotically stable if $R_0 < 1$ and the equilibrium point E_2 is asymptotically stable if $R_0 > 1$. Further, Pontryagin maximum principle is applied to the model with control variable in order to obtain the optimal revocation control u . Based on the numerical simulation result, the application of revocation control u is considered effective to reduce the number of infected crops with minimal cost.

Keywords : Plant virus, mathematical model, stability, optimal control.