

1. Berdasarkan model matematika penyebaran HIV dalam tubuh manusia didapatkan dua buah titik setimbang yaitu titik setimbang non endemik $E_1 = \left(\frac{s_1}{\mu}, 0\right)$ dan titik setimbang endemik $E_2 = (T_2, V_2)$, dengan

$$T_2 = \frac{g}{(b_2 + V_2)c},$$

Sedangkan V_2 adalah akar-akar dari persamaan kuadrat berikut ini,

$$a_1 V_2^2 + a_2 V_2 + a_3 = 0, \text{ dengan}$$

$$a_1 = (s_1 - s_2)c - gk$$

$$a_2 = s_1 b_1 c + s_1 b_2 c - s_2 b_2 c - g(\mu + b_1 k)$$

$$a_3 = s_1 b_1 b_2 c - g b_1 \mu.$$

Selain itu diperoleh syarat untuk keeksisian dari nilai V_2 di titik setimbang endemik E_2 adalah sebagai berikut:

i. $a_2^2 - 4a_1 a_3 > 0$

ii. $a_1 a_3 < 0$

Titik setimbang E_1 selalu stabil asimtotis sedangkan titik setimbang E_2 cenderung tidak stabil asimtotis

2. Bentuk control yang optimal dari model matematika penyebaran HIV dalam tubuh manusia adalah

$$u_1^* = \min\left(\max\left(0, \frac{a_1 T}{2A_1}\right), 1\right)$$

$$u_2^* = \min\left(\max\left(0, -\frac{gV}{2A_2(b_2+V)}\right), 1\right).$$

Pemberian pengontrol u_1 hanya dapat meminimalkan biaya dan pemberian pengontrol u_2 dapat meminimalkan jumlah populasi HIV. Namun, untuk mendapatkan jumlah populasi yang maksimal lebih efektif adalah dengan memberikan kontrol u_1 dan u_2 secara bersamaan.

6. DAFTAR PUSTAKA

- [1]. UNAIDS, 2006, *Report on the Global AIDS Epidemic*, <http://www.unaids.org>, diakses pada tanggal 12 April 2015.
- [2]. <http://www.ilmudokter.com/2012/07/hitung-sel-cd4.html>, diakses pada 6 april 2014.
- [3]. Olsder, G.J., 1992, *Mathematical System Theory*, Delft, The Natherland.
- [4]. Sontag E.D., Thoma M., 2001, *Control Theory For Linier Systems*, Springer, London.
- [5]. Zhou, K. Doyle, J.C., dan Glover, K., 1996, *Robust and Optimal Control*, Prentince-Hall, New Jersey Zill, D. and Cullen, M., 2009, *Differential Equations With Boundary Value Problem*, Cengage Learning, Canada.
- [6]. Naidu, D.S., (2002), *Optimal Control Systems*, CRC PRESS, New York.