

**MATRIKS PROYEKSI ORTHOGONAL
PADA INVERS MOORE PENROSE**

SKRIPSI



SRI WIGANTONO

**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2016

**MATRIKS PROYEKSI ORTHOGONAL
PADA INVERS MOORE PENROSE**

SKRIPSI



**PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA
DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS AIRLANGGA**

2016

**MATRIKS PROYEKSI ORTHOGONAL
PADA INVERS MOORE PENROSE**

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
Pada Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Airlangga

Disetujui oleh:

Pembimbing I



Dr. Fatmawati, M.Si

NIP. 19730704 199802 2 001

Pembimbing II



Dra. Utami Dyah Purwati, M.Si

NIP. 19550626 198203 2 001

LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI

Judul : Matriks Proyeksi Orthogonal pada Invers Moore Penrose
Penyusun : Sri Wigantono
NIM : 081211231014
Pembimbing I : Dr. Fatmawati, M.Si
Pembimbing II : Dra. Utami Dyah Purwati, M.Si
Tanggal Seminar : 25 April 2016

Disetujui oleh:

Pembimbing I



Dr. Fatmawati, M.Si

NIP. 19730704 199802 2 001

Pembimbing II



Dra. Utami Dyah Purwati, M.Si

NIP. 19550626 198203 2 001

Mengetahui,

Ketua Departemen Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Airlangga



Badrus Zaman, S.Kom., M.Cs

NIP. 19780126 200604 1 001

Koordinator Program Studi S-1 Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Airlangga



Dr. Mohammad Imam Utoyo, M.Si

NIP. 19640103 198810 1 001

PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI

Skripsi ini tidak dipublikasikan, namun tersedia di perpustakaan dalam lingkungan Universitas Airlangga, diperkenankan untuk dipakai sebagai referensi kepustakaan, tetapi pengutipan harus seizin penulis dan harus menyebutkan sumbernya sesuai kebiasaan ilmiah. Dokumen skripsi ini merupakan hak milik Universitas Airlangga.



SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS

Yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Sri Wigantono

NIM : 081211231014

Program Studi : S-1 Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Jenjang : Sarjana (S1)

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan kegiatan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul :

Matriks Proyeksi Orthogonal pada Invers Moore Penrose

Apabila suatu saat nanti terbukti melakukan tindakan plagiat, maka saya akan menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sebenar – benarnya.

Surabaya, 27 April 2016



Sri Wigantono

NIM. 081211231014

KATA PENGANTAR

Dengan menyebut nama Allah SWT yang Maha Pengasih dan Maha Penyayang. Segala puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT karena dengan rahmat, nikmat dan karunia-Nya, skripsi yang berjudul “Matriks Proyeksi Orthogonal pada Invers Moore Penrose” ini dapat diselesaikan dengan baik. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita, Nabi Besar Muhammad SAW, pemimpin sekaligus sebaik-baiknya suri tauladan bagi kehidupan umat manusia.

Ucapan terima kasih disampaikan kepada :

1. Universitas Airlangga yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk menuntut ilmu.
2. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Kementerian Ristek dan Pendidikan Tinggi yang telah memberikan Beasiswa Peningkatan Prestasi Akademik (PPA) dan Bantuan Belajar Mahasiswa (BBM).
3. Badrus Zaman, S.Kom., M.Cs selaku Ketua Departemen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
4. Dr. Mohammad Imam Utoyo, M.Si selaku Koordinator Program Studi S-1 Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
5. Dra. Utami Dyah Purwati, M.Si selaku dosen wali sekaligus dosen pembimbing II yang selalu memberikan masukan dan inspirasi dalam perkuliahan serta

senantiasa penuh kesabaran, ketelitian dan keramahan dalam memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan, waktu, dukungan dan semangat.

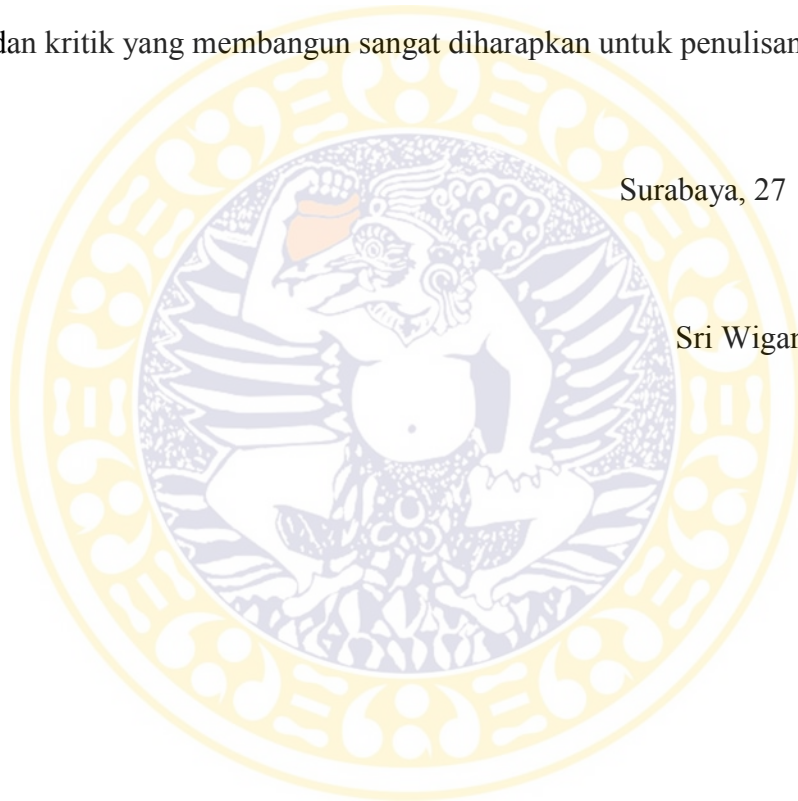
6. Dr. Fatmawati, M.Si selaku dosen pembimbing I yang senantiasa penuh kesabaran, ketelitian, dan keramahan dalam memberikan bimbingan berupa ilmu, arahan, waktu, dukungan dan semangat.
7. Dra. Suzyanna, M.Si selaku dosen penguji I dan Dr. Eridani, M.Si selaku dosen penguji II yang telah memberi saran yang membangun.
8. Dr. Windarto, M.Si selaku inspirator penulis selama kuliah di Prodi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Airlangga.
9. Seluruh dosen di Universitas Airlangga, khususnya Departemen Matematika yang telah menyampaikan ilmu kepada penulis.
10. Kedua orang tua yang tercinta Sri Ardiwinarsih dan Sunaryoto, dan Kakak Sri Argo Pradanto yang selalu memberikan dukungan, semangat, do'a, dan kasih sayangnya.
11. Fandi Ansori, Mustakim, Novi, Dewi Ika, dan Raden Tri yang membantu memahami materi dan memberi dukungan dalam perkuliahan.
12. Dani, Ibnu Adzan, Rizki Azizia, Fani, Irvan, Tuhfa, Faul, Mas Zainun, Mbak Naila, Bachtiyar Arif, Adi Pur, Darma, Adi Mul, Andri, Resa, Robert, Selva, Gandha, Anik, Endra, Tiya, Taufik, Icha, Anissa, Nisa, Ubaid, Erika, Artha, Bila, Rona, Ana, Sukar, Via dan Cakra yang selalu memberikan dukungan, semangat, dan keceriaan dalam perkuliahan maupun di luar perkuliahan.
13. Teman-teman seperjuangan mahasiswa prodi matematika angkatan 2012 yang selalu memberikan keceriaan dan semangat.

14. Teman-teman satu kos dan KKN-BBM atas dukungan dan kebersamaannya.
15. Semua pihak yang tidak dapat Penulis sebutkan seluruhnya yang telah membantu dalam penyusunan skripsi

Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat sebagai bahan pustaka dan penambah informasi khususnya bagi mahasiswa Universitas Airlangga. Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini, masih terdapat kekurangan sehingga saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan untuk penulisan berikutnya.

Surabaya, 27 April 2016

Sri Wigantono



Sri Wigantono, 2016, **Matriks Proyeksi Orthogonal pada Invers Moore Penrose**. Skripsi ini dibawah bimbingan Dr. Fatmawati, M.Si dan Dra. Utami Dyah Purwati, M.Si, Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga, Surabaya.

ABSTRAK

Invers matriks adalah salah satu sifat penting dari matriks. Bahasan invers matriks untuk matriks singular telah dikembangkan oleh Moore dan dilanjutkan oleh Penrose yaitu invers untuk sebarang matriks yang disebut invers Moore Penrose. Kriteria invers Moore Penrose dapat merepresentasikan sebuah proyeksi pada ruang vektor V sepanjang W dengan V dan W saling orthogonal atau ditulis $W = V^\perp$ yang disebut matriks proyeksi orthogonal pada V .

Dalam skripsi ini disajikan teorema mengenai matriks proyeksi, matriks proyeksi orthogonal, dan teorema tentang kontruksi invers Moore Penrose dari perkalian matriks. Suatu matriks persegi merupakan matriks proyeksi pada ruang vektor V sepanjang W jika dan hanya jika merupakan matriks idempoten. Selanjutnya suatu matriks persegi merupakan matriks proyeksi orthogonal pada ruang vektor V jika dan hanya jika memenuhi dua kondisi yaitu idempoten dan simetris. Dua kondisi yang demikian tersebut dipenuhi oleh matriks $I - A^+A$ dan $I - AA^+$ yang berturut-turut merupakan matriks proyeksi orthogonal pada kernel dari matriks A dan A' . Akhirnya dapat dikonstruksi invers Moore Penrose A^+ dari matriks persegi A yang merupakan suatu perkalian matriks dengan syarat tertentu yang diberikan.

Kata Kunci : *Proyeksi, matriks proyeksi, orthogonal, invers Moore Penrose.*

Sri Wigantono, 2016, **Orthogonal Projection Matrix on Moore Penrose Inverse**. This undergraduate thesis is supervised by Dr. Fatmawati, M.Si and Dra. Utami Dyah Purwati, M.Si, Departement of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Airlangga University, Surabaya.

ABSTRACT

Inverse of matrix is one of the important characteristic of matrix. Inverse of matrix for singular matrix has developed by Moore and continued by Penrose that is for any matrix called Moore Penrose inverse. The criteria of Moore Penrose inverse can represent a projection onto vector space of V along W with V and W are mutually orthogonal or denoted $W=V^\perp$ and called orthogonal projection matrix onto V .

In this undergraduate thesis, we present the theorem about projection matrix, orthogonal projection matrix, and theorem about construction of Moore Penrose inverse from matrix multiplication. The square matrix is an projection matrix onto vector space V along W if only if it is idempoten matrix. Furthermore a square matrix is an orthogonal projection matrix onto V if only if it is satisfy two conditions, those are idempotent and symmetric. These conditions are satisfied by $I - A^+A$ and $I - AA^+$ which are orthogonal projection matrix onto null space of A and A' , respectively. Then we show the construction of Moore Penrose inverse A^+ of a square matrix A which is a matrix multiplication with specific conditions that has given.

Keyword : *Projection, projection matrix, orthogonal, Moore Penrose inverse.*

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR JUDUL	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
LEMBAR PENGESAHAN NASKAH SKRIPSI.....	iii
LEMBAR PEDOMAN PENGGUNAAN SKRIPSI.....	iv
SURAT PERNYATAAN TENTANG ORISINALITAS.....	v
KATA PENGANTAR	vi
ABSTRAK.....	ix
ABSTRACT.....	x
DAFTAR ISI	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Manfaat	3
1.4 Batasan Masalah	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Ruang Vektor.....	4
2.2 Matriks.....	6
2.3 Transformasi Linier	9
2.4 Hasil Kali Dalam.....	10

2.5 Invers Moore Penrose.....	11
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	18
BAB IV PEMBAHASAN.....	20
4.1 Matriks Proyeksi Orthogonal.....	20
4.2 Kontruksi Invers Moore Penrose dari Perkalian Matriks.....	26
BAB V PENUTUP.....	33
5.1 Kesimpulan.....	33
5.2 Saran.....	33
DAFTAR PUSTAKA.....	34

