

**METODE BAIRSTOW
UNTUK MENCARI AKAR POLINOMIAL
SERTA ANALISIS KESALAHANNYA**

SKRIPSI



WINDARTO

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA
2000**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

Judul : Metode Bairstow Untuk Mencari Akar Polinomial
Serta Analisis Kesalahannya
Penyusun : Windarto
NIM : 089511390
Tanggal Ujian : 27 Januari 2000

Disetujui Oleh :

Pembimbing I,



Drs. Kartono, M.Kom.
NIP. 131 569 358

Pembimbing II,

Drs. Edi Winarto
NIP. 132 049 207

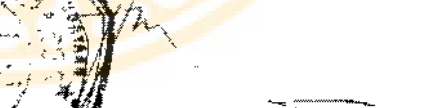
Mengetahui :

Dekan Fakultas MIPA
Universitas Airlangga,



Drs. Harjana, M.Sc.
NIP. 130 355 371

Ketua Jurusan Matematika
FMIPA Unair.



Drs. Moh. Imam Utoyo, M.Si.
NIP. 131 001 397

Windarto, 2000. Metode Bairstow untuk mencari akar polinomial serta analisis kesalahannya. Skripsi di bawah bimbingan Drs. Kartono, M.Kom dan Drs. Edi Winarko. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Pada tulisan ini dibahas pencarian akar – akar polinomial yang koefisien – koefisiennya bilangan real, menggunakan metode Bairstow. Pada pencarian akar polinomial menggunakan metode Bairstow, dicari faktor kuadratik polinomial lebih dahulu, yang selanjutnya dapat ditentukan akar – akar polinomialnya. Metode Bairstow identik dengan metode Newton 2×2 . Selain itu, juga dibahas konvergensi metode Bairstow serta analisis kesalahan akar polinomial.

Konvergensi barisan iterasi metode Bairstow ditunjukkan sebagai berikut. Misalkan $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(r, s) \\ f_2(r, s) \end{bmatrix} = \mathbf{0}$, α akar dari $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, f_1, f_2 serta turunan parsial pertama dan kedua dari f_1 dan f_2 ada, serta determinan matriks Jacobian dari f_1 dan f_2 pada $\alpha \neq 0$. Jika \mathbf{x}_0 dipilih cukup dekat ke α , maka barisan iterasi metode Bairstow $\{\mathbf{x}_n = (r_n, s_n) : n \in \mathbb{N}\}$ konvergen ke α .

Dalam penentuan akar – akar real polinomial, didefinisikan fungsi

$f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, dengan $f(r, s) = \frac{r + \sqrt{|r^2 + 4s|}}{2}$, $g(r, s) = \frac{r - \sqrt{|r^2 + 4s|}}{2}$. Sedangkan

pada penentuan akar kompleks polinomial, didefinisikan fungsi $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, dengan $h(r, s) = \begin{pmatrix} r \\ \frac{\sqrt{|r^2 + 4s|}}{2} \end{pmatrix}$. Karena fungsi f, g, h kontinu pada \mathbb{R}^2 , serta

barisan $\{(r_n, s_n)\}$ konvergen ke faktor kuadratik polinomial, maka barisan $\{f(r_n, s_n)\}$ dan $\{g(r_n, s_n)\}$ konvergen ke akar – akar real polinomial, serta barisan $\{h(r_n, s_n)\}$ konvergen ke akar kompleks polinomial. Oleh karena itu pendekatan barisan konvergen dapat digunakan untuk menganalisis kesalahan akar polinomial.

Kata Kunci : akar polinomial, metode Bairstow, konvergensi metode Bairstow.

Windarto, 2000. Bairstow's Method to Finding Root of Polynomial and It's Error Analysis. Thesis advisor Drs. Kartono, M.Kom and Drs. Edi Winarko. Departement of Mathematic, Mathematic and Natural Science Faculty, University of Airlangga.

ABSTRACT

The objectives of this paper are finding root of polynomial with real coefficients, using Bairstow's method, showing convergence of Bairstow's methods, and it's error analysis. First, we find quadratic factor of a polynomial, then we can determine it's root. Bairstow's method is identical Newton's Method 2 x 2 (2 by 2).

Convergence of Bairstow's method be given as follows. Suppose $f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(r,s) \\ f_2(r,s) \end{bmatrix} = 0$, α is root of $f(\mathbf{x})$, f_1, f_2 , first and second partial derivative of f_1 and f_2 exist. Suppose determinant of Jacobian's matrix of f_1 and f_2 on $\alpha \neq 0$. If \mathbf{x}_0 be choosen sufficiently close to α , then the sequence of iteration of Bairstow's method $\{\mathbf{x}_n = (r_n, s_n) : n \in \mathbb{N}\}$ converge to α .

On determining real roots of polynomial, we define functions $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, where $f(r,s) = \frac{r + \sqrt{|r^2 + 4s|}}{2}$, $g(r,s) = \frac{r - \sqrt{|r^2 + 4s|}}{2}$. On determining complex roots of polynomial, we define function $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, where $h(r,s) = \left(\frac{r}{2}, \frac{\sqrt{|r^2 + 4s|}}{2} \right)$. Functions f, g, h continuous on \mathbb{R}^2 , sequence $\{(r_n, s_n)\}$ converges to quadratic factor of polynomial, then sequence $\{f(r_n, s_n)\}$, $\{g(r_n, s_n)\}$ converge to real roots of polynomial, and sequence $\{h(r_n, s_n)\}$ converges to complex root of polynomial. Therefore, convergence sequence approach can be used to analyse error of roots of polynomial.

Key words : root of polynomial, Bairstow's method, convergence of Bairstow's method.