

KALKULUS INTEGRAL

**INTEGRAL HENSTOCK PADA RUANG  
BERDIMENSI TIGA**

**SKRIPSI**

KIK  
NPM 36/98  
Har  
i



MILIK  
PERPUSTAKAAN  
"UNIVERSITAS AIRLANGGA"  
SURABAYA

**TUTIK SURI HARTINI**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS AIRLANGGA  
SURABAYA  
1998**

---

# INTEGRAL HENSTOCK PADA RUANG BERDIMENSI TIGA

## SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh  
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika pada Fakultas  
Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Airlangga

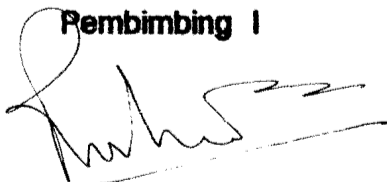
Oleh :

**TUTIK SURI HARTINI**  
NIM : 089311091

Tanggal Lulus : 14 Agustus 1998

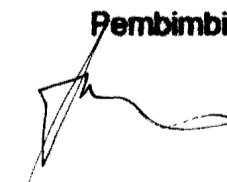
Disetujui Oleh :

Pembimbing I



Drs. ISWORO SUWONDO  
NIP. 130 517 179

Pembimbing II



Drs. MOH. IMAM UTOYO, M.Si.  
NIP. 131 801 397

## LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

Judul : INTEGRAL HENSTOCK PADA RUANG BERDIMENSI TIGA  
Penyusun : TUTIK SURI HARTINI  
Nomor Induk : 089311091  
Tanggal Ujian : 03 Agustus 1998

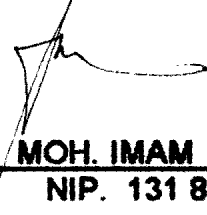
Disetujui oleh :

Pembimbing I



Drs. ISWORO SUWONDO  
NIP. 130 517 179

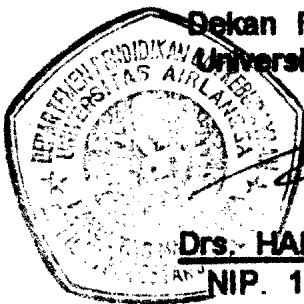
Pembimbing II



Drs. MOH. IMAM UTOYO, M.Si  
NIP. 131 801 397

Mengetahui :

Dekan Fakultas MIPA  
Universitas Airlangga



Drs. HARJANA, M.Sc.  
NIP. 130 355 371

Ketua Jurusan Matematika  
FMIPA Unair,



Drs. EKO TJAHJONO  
NIP. 131 573 900

Tutik Suri Hartini, 1998. Integral Henstock Pada Ruang Berdimensi Tiga. Skripsi dibawah bimbingan Drs. Isworo Suwondo dan Drs. Moh. Imam Utoyo, M.Si. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Airlangga.

### ABSTRAK

Permasalahan skripsi ini adalah bagaimana mengkonstruksi integral Henstock pada ruang berdimensi tiga beserta sifat-sifat dasarnya.

Melalui fungsi positif  $\delta(\zeta, \eta, \gamma)$  pada balok  $E=[a,b] \times [c,d] \times [e,f]$  dan koleksi sel terbuka  $\{C_\omega : \omega \in E\}$  dengan  $\omega = (\zeta, \eta, \gamma) \in E$  dan  $C_\omega = (\zeta - \delta(\zeta, \eta, \gamma), \zeta + \delta(\zeta, \eta, \gamma)) \times (\eta - \delta(\zeta, \eta, \gamma), \eta + \delta(\zeta, \eta, \gamma)) \times (\gamma - \delta(\zeta, \eta, \gamma), \gamma + \delta(\zeta, \eta, \gamma))$  didefinisikan integral Henstock pada ruang berdimensi tiga. Dari koleksi sel terbuka tersebut dibangun suatu partisi  $D = \{[r,s] \times [t,u] \times [v,w]; (\zeta, \eta, \gamma)\}$  dengan  $(\zeta, \eta, \gamma) \in [r,s] \times [t,u] \times [v,w] \subset (\zeta - \delta(\zeta, \eta, \gamma), \zeta + \delta(\zeta, \eta, \gamma)) \times (\eta - \delta(\zeta, \eta, \gamma), \eta + \delta(\zeta, \eta, \gamma)) \times (\gamma - \delta(\zeta, \eta, \gamma), \gamma + \delta(\zeta, \eta, \gamma))$ . Partisi  $D$  disebut partisi  $\delta$ -fine, dan dari partisi  $\delta$ -fine ini didefinisikan integral Henstock pada ruang berdimensi tiga, yaitu:

Fungsi  $f: E \rightarrow \mathbb{R}$  dikatakan terintegral Henstock pada  $E$  jika ada bilangan real  $A$  sehingga untuk setiap  $\varepsilon > 0$  terdapat fungsi  $\delta(\zeta, \eta, \gamma) > 0$  sehingga untuk partisi  $\delta$ -fine  $D$  pada  $E$  berlaku

$$|(D) \Sigma f(\zeta, \eta, \gamma) c(I) - A| < \varepsilon$$

dengan  $I$  suatu balok yang memuat  $(\zeta, \eta, \gamma)$  dan  $c(I) = (s-r)(u-t)(w-v)$ .

Integral Henstock pada ruang berdimensi tiga ini selanjutnya memenuhi sifat-sifat dasar integral yaitu: nilai integralnya tunggal, merupakan ruang linier, jika fungsi  $f$  terintegral pada  $E_1$  dan pada  $E_2$  yang tidak saling memotong maka  $f$  terintegral pada  $E = E_1 \cup E_2$ , jika  $f$  terintegral pada  $E$  maka  $f$  terintegral pada  $E_1 \subset E$ , dan jika  $f \leq g$  maka  $\int_E f \leq \int_E g$ .

**Kata Kunci:** fungsi positif  $\delta(\zeta, \eta, \gamma)$ , partisi  $\delta$ -fine, integral Henstock.

Tutik Suri Hartini. 1998. The Henstock Integral in  $\mathbb{R}^3$ . This thesis is under Isworo Suwondo's and Moh. Imam Utoyo's supervision. Department of Mathematics. Faculty of Mathematics and Natural Science. Airlangga University.

### ABSTRACT

This problem is how to construct the Henstock integral in  $\mathbb{R}^3$  and the basic properties ones.

Through the positive function  $\delta(\xi, \eta, \gamma)$  on block  $E=[a,b] \times [c,d] \times [e,f]$  and collection of open cells  $\{C_\omega : \omega \in E\}$  with  $\omega = (\xi, \eta, \gamma) \in E$  and  $C_\omega = (\xi - \delta(\xi, \eta, \gamma), \xi + \delta(\xi, \eta, \gamma)) \times (\eta - \delta(\xi, \eta, \gamma), \eta + \delta(\xi, \eta, \gamma)) \times (\gamma - \delta(\xi, \eta, \gamma), \gamma + \delta(\xi, \eta, \gamma))$ , the Henstock integral in  $\mathbb{R}^3$  defined. From that open cells collection will be generated a division  $D = \{[r,s] \times [t,u] \times [v,w]; (\xi, \eta, \gamma)\}$  with  $(\xi, \eta, \gamma) \in [r,s] \times [t,u] \times [v,w] \subset (\xi - \delta(\xi, \eta, \gamma), \xi + \delta(\xi, \eta, \gamma)) \times (\eta - \delta(\xi, \eta, \gamma), \eta + \delta(\xi, \eta, \gamma)) \times (\gamma - \delta(\xi, \eta, \gamma), \gamma + \delta(\xi, \eta, \gamma))$ . The division  $D$  is called  $\delta$ -fine division. After that will be defined the Henstock integral in  $\mathbb{R}^3$ .

A real-valued function  $f$  is said to be Henstock Integrable to  $A$  over  $E$  if for every  $\varepsilon > 0$  there is a function  $\delta(\xi, \eta, \gamma) > 0$  such that for any  $\delta$ -fine division  $D$  of  $E$  we have

$$|(D) \Sigma f(\xi, \eta, \gamma)c(I) - A| < \varepsilon$$

with  $I$  is a block which contains  $(\xi, \eta, \gamma)$  and  $c(I) = (s-r)(u-t)(w-v)$ .

The Henstock integral in  $\mathbb{R}^3$  satisfy the basic properties of the integral, that is: the integral is uniquely defined, the integral is a linear space, if  $f$  is integrable on  $E_1$  and  $E_2$  with the both is disjoint then  $f$  is integrable on  $E = E_1 \cup E_2$ , if  $f$  is integrable on  $E$  then  $f$  is integrable on  $E_1 \subset E$ , and if  $f \leq g$  are integrable over  $E$  then  $\int_E f \leq \int_E g$ .

**Key word :** positive function  $\delta(\xi, \eta, \gamma)$ ,  $\delta$ -fine division, the Henstock integral.