

Ansadityas Elfirista, 2011. **Inferensi Parameter Distribusi Eksponensial Linier pada Data Kelompok**. Skripsi ini di bawah bimbingan Toha Saifudin, S.Si, M.Si dan Drs. H. Sediono, M.Si. Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Distribusi Eksponensial(α) dikenal memiliki fungsi *hazard* konstan, sedangkan distribusi Rayleigh(β) memiliki fungsi *hazard* monoton naik. Untuk mengakomodasi kedua sifat distribusi tersebut, maka diperkenalkan distribusi Eksponensial Linier(α, β). Seringkali dalam pengambilan sampel data tahan hidup tidak dilakukan secara kontinu, namun hanya pada titik-titik waktu tertentu saja sehingga menghasilkan data kelompok. Data kelompok didefinisikan dengan jumlah kerusakan pada interval $(a_{j-1}, a_j]$ sebanyak n_j untuk $j = 1, 2, \dots, (k+1)$. Oleh karena itu, tujuan dalam penulisan skripsi ini adalah untuk memperoleh estimasi titik dan uji *Goodness of Fit* distribusi Eksponensial Linier pada data kelompok. Untuk mendapatkan estimasi titik digunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan untuk uji *Goodness of Fit* digunakan *Generalized Likelihood Ratio Test* (GLRT). Estimator titik distribusi Eksponensial Linier(α, β) pada data kelompok diperoleh dengan menyelesaikan secara numerik sistem persamaan implisit. Untuk membantu dalam mencari estimator tersebut digunakan *software Mathematica*. Uji *Goodness of Fit* distribusi Eksponensial Linier dengan menggunakan GLRT diperoleh dengan menghitung statistik uji *RL*, dengan

$$RL = 2 \sum_{j=1}^{k+1} n_j \ln \left(\frac{e^{-\hat{\alpha} a_{j-1} - \frac{\hat{\beta}}{2} a_{j-1}^2} - e^{-\hat{\alpha} a_j - \frac{\hat{\beta}}{2} a_j^2}}{e^{-\hat{\alpha} a_{j-1}} - e^{-\hat{\alpha} a_j}} \right) \sim \chi^2(1).$$

Sebagai contoh penerapan, digunakan data kasus kerusakan 167 *part* mesin yang dikelompokkan dalam 9 interval waktu. Dengan pendekatan distribusi Eksponensial Linier diperoleh $\hat{\alpha} = 0,00452733$ dan $\hat{\beta} = 0,000276883$. Hasil uji *Goodness of Fit* dengan GLRT menunjukkan bahwa data kasus kerusakan 167 *part* mesin tersebut mengikuti distribusi Eksponensial Linier. Berdasarkan estimator tersebut, diperoleh rata-rata waktu tahan hidup suatu *part* mesin adalah 61,4 bulan dan dugaan fungsi *survival* pada waktu t adalah

$$\exp\left[-(0.00452733.t) - (0.000113844.t^2)\right].$$

Kata kunci : Distribusi Eksponensial Linier, Data Kelompok, *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), *Goodness of Fit*, *Generalized Likelihood Ratio Test* (GLRT)

Ansadityas Elfirista, 2011. **Parameters Inference For a Linear Exponential Distribution Based on Grouped Data**. This final project is under guidance by Toha Saifudin, S.Si, M.Si and Drs. H. Sediono, M.Si. Mathematics Department, Science and Technology Faculty, Airlangga University.

ABSTRACT

Exponential distribution (α) is known to has a constant hazard function, while the Rayleigh distribution (β) has an increasing hazard function. To accommodate both properties of those distribution, then it's introduced Linear Exponential distribution (α, β). In fact, sampling of lifetime data are not often carried out continuously, but only at points of time, then it's produce grouped data. The grouped data is defined by the amount of cracked unit in interval $(a_{j-1}, a_j]$ as many n_j for $j = 1, 2, \dots, (k+1)$. Therefore, the purpose of this final project is to obtain point estimators and Goodness of fit test of Linear Exponential distribution based on grouped data. The method that used to obtain point estimators is Maximum Likelihood Estimation (MLE) and for Goodness of fit test is used Generalized Likelihood Ratio Test (GLRT). Point estimators of Linear Exponential distribution based on grouped data are numerically obtained by solving the system of implicit equations. To assist in finding estimators, we used Mathematica software. Goodness of fit test of Linear Exponential distribution by using GLRT is obtained by calculating the test statistic of RL, with

$$RL = 2 \sum_{j=1}^{k+1} n_j \ln \left(\frac{e^{-\hat{\alpha} a_{j-1} - \frac{\hat{\beta}}{2} a_{j-1}^2} - e^{-\hat{\alpha} a_j - \frac{\hat{\beta}}{2} a_j^2}}{e^{-\hat{\alpha} a_{j-1}} - e^{-\hat{\alpha} a_j}} \right) \sim \chi^2(1).$$

As an example of the application, it's used sample of 167 cases of engine parts cracking that are grouped into nine time intervals. After we approach the sample by using Linear Exponential distribution, then we obtain that $\hat{\alpha} = 0,00452733$ and $\hat{\beta} = 0,000276883$. Goodness of fit test results with GLRT implies that the sample follow Linear Exponential distribution. Based on these estimators, it's gained an average survival time of an engine part is 61.4 month and the estimator of survival function at time t is

$$\exp\left[-(0.00452733.t) - (0.000113844.t^2)\right].$$

Key words : Linear Exponential Distribution, Grouped Data, Maximum Likelihood Estimation (MLE), Goodness of Fit Test, Generalized Likelihood Ratio Test (GLRT)