

# Pengantar Pemodelan Statistik

*by* Soenarnatalina Melaniani

---

**Submission date:** 02-Aug-2018 08:04 PM (UTC+0800)

**Submission ID:** 987044111

**File name:** Gabung\_Plus\_Cover\_1.docx (850.58K)

**Word count:** 10682

**Character count:** 64958

# PENDAHULUAN

---

## 1 PENDAHULUAN

### 1.1. PENDAHULUAN

Buku *Pengantar Pemodelan Statistik* ini memberikan penekanan pada konsep *pemodelan dalam ruang dan waktu*, lebih spesifik lagi pada pengembangan *model Statistik yang berbasis pada simulasi*. Pengetahuan pendukung agar pembaca dapat mempelajari buku ini antara lain adalah ; *Pemodelan Matematika, Pengantar metoda Simulasi* dan *Pengetahuan Pemrograman Komputer*. Pada buku ini akan dibahas konsep-konsep fundamental yang diperlukan, kemudian dilanjutkan dengan pengkajian masalah masalah konkrit yang terjadi melalui ilustrasi berupa projek projek kecil untuk diselesaikan secara lengkap dengan pendekatan pemodelan statistik yang berbasis simulasi.

### 1.2. PEMODELAN MATEMATIKA

Suatu sistem fisis diamati dan dipelajari dalam rangka mencari informasi dan pengetahuan tentang fenomena fisis tersebut selengkap mungkin termasuk struktur dan perilakunya. Untuk tujuan tersebut, penelitian sering dilakukan dan peralatan khusus kadangkala perlu dirancang sedemikian hingga dapat menghasilkan penemuan yang luar biasa hebatnya dari otak manusia. Sejarah ilmu pengetahuan mencatat bahwa penelitian ilmiah dilakukan oleh manusia untuk memahami suatu realitas fisis dari fenomena alam. Bila dilakukan melalui koleksi dan organisasi data penelitian, pengamatan yang sistematis yang dikembangkan

menjadi suatu analisis, maka yang akan dihasilkan adalah suatu formulasi “ **Model Matematika** ”.

Pada masa lalu, penurunan model matematika pada dasarnya dikaitkan dengan matematika fisika. Pada masa itu dipelajari model-model dasar dari mekanika modern dan teknologi. **Matematika modeling** dewasa ini merupakan suatu disiplin yang memainkan peranan penting pada hampir semua ilmu terapan, mulai dari ilmu alam sampai dengan teknologi, bahkan pada ilmu social dan ekonomi. Yang dipelajari pada **matematika modeling** adalah masalah yang berkaitan dengan aspek-aspek :

- Klasifikasi model
- Teknik penurunan persamaan
- Metoda matematika yang relevant dengan analisis model
- Validasi model dan optimasinya

Matematika model disajikan dengan evolusi persamaan dalam ruang dan waktu. Meskipun ada jenis pemodelan yang lain, misalnya “**Simulasi Komputer**” , “ **Konstruksi Geometris**” ,dsb. , pemodelan dengan menggunakan formulasi matematika masih merupakan cara yang paling mendasar untuk memahami dan mesimulasikan phenomena alam.

### 1.3. DEFINISI MATEMATIKA MODELLING

Untuk mendefinisikan matematika modeling secara lengkap , diperlukan pemahaman tentang beberapa istilah, misalnya “**State variable**” (variable keadaan) , yang akan digunakan untuk menjelaskan model terhadap “**Independent Variables**” (variable bebas)-nya melalui suatu “**Evolution Equation**” (evolusi persamaan) yang sesuai, dan mungkin juga masih tergantung pada beberapa parameter yang lain.

#### 1.3.1. DEFINISI 1.1 : VARIABEL BEBAS

Variabel bebas pada umumnya terdiri atas waktu dan ruang, yang didefinisikan sebagai berikut,

$$\text{waktu} \quad t \in [0, T] \subseteq \mathbb{R}_+ \quad (1.1)$$

$$\text{dan ruang} \quad x \in \{x, y, z\} \in D \subseteq \mathbb{R}^3 \quad (1.2)$$

adalah variabel-variabel bebas, sedangkan **Sistem** pada fenomena alam dapat diamati pada interval waktu  $[0, T] \subseteq \mathbb{R}_+$  dan dalam suatu volume  $D \subseteq \mathbb{R}^3$ . Sedangkan untuk mendefinisikan volume fisis yang ditempati oleh suatu sistem yang sedang diamati dapat digunakan **sumbu orthogonal Oxyz** dengan **unit vektor  $i, j, k$** . Masa lalu dapat disajikan dengan nilai negatif waktu  $t \in \mathbb{R}_-$ , sedangkan masa depan dengan waktu positif  $t \in \mathbb{R}_+$ .

### 1.3.2. DEFINISI 1.2 : VARIABEL KEADAAN

Variabel keadaan adalah suatu variabel nilai vektor yang pada umumnya merupakan fungsi dari suatu variabel bebas,

$$U = u(t, x) : [0, T] \times D \rightarrow \mathbb{R}^n \quad (1.3)$$

dimana

$$u = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} \quad (1.4)$$

Dengan demikian  $u$  merupakan himpunan variabel yang menjelaskan keadaan fisis dari sistem yang diamati. Variabel keadaan juga disebut sebagai variabel tak bebas, yang dapat mengambil semua nilai atau nilai diskrit dari variabel bebas.

## 1.4. DEFINISI MATEMATIKA MODEL

### 1.4.1 MATEMATIKA MODEL

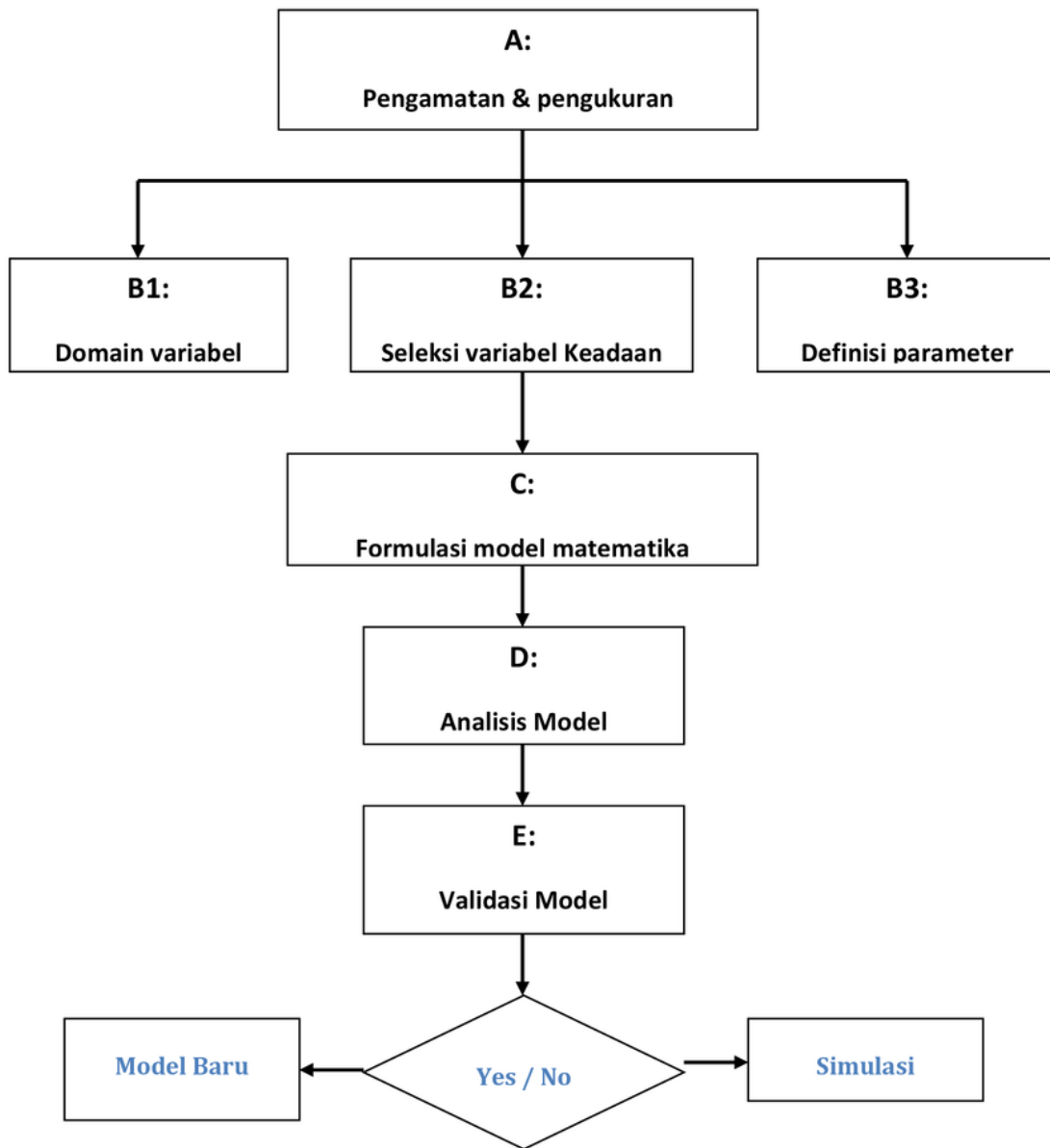
**Matematika Model** adalah suatu bentuk persamaan, atau himpunan persamaan dimana penyelesaiannya merupakan **evolusi terhadap ruang-waktu** dari variabel



keadaan, yaitu suatu perilaku fisis dalam kerangka model matematis sistem fisis yang berkaitan. Persamaan yang mendefinisikan model matematika inilah yang disebut dengan ***persamaan keadaan***. Struktur dari persamaan keadaan tidak boleh dan tidak dapat ditentukan secara apriori, tetapi tergantung pada teknik pemodelan yang diadopsi. Diagram alir pada ***Gambar 1***. menunjukkan garis besar proses penurunan model model matematika.

Secara umum proses pada pemodelan Matematika adalah sbb:

1. Pemilihan variabel keadaan sifatnya pragmatis dan dapat digunakan setelah membandingkan antara prediksi model dengan perilaku sistem.
2. Pemodelan merupakan kompromi antara kebutuhan model untuk memenuhi simulasi realitas secara lengkap dengan memodel pendekatan pada realitas sistem dengan cara yang disederhanakan.
3. Dapat diperoleh beberapa model sederhana dimana masing-masing model sesuai untuk nilai nilai tertentu dari variabel bebas, parameter dan atau variabel keadaan pada kondisi tertentu pula.
4. Gambaran menyeluruh diperoleh kemudian dengan menghubungkan model-model yang diperoleh sebelumnya menjadi suatu kesatuan yang lengkap.



### Gambar 1. Flowchart Pemodelan Matematika & Analisis

Ilustrasi sederhana berikut ini diberikan untuk menjelaskan notasi yang digunakan. Contoh tersebut ditulis tanpa detail lengkap tentang konstruksinya, sedangkan metoda pemodelannya akan dijelaskan nanti secara bertahap.

#### 1.4.2. ILUSTRASI 1 : MASALAH DIFUSI POLUTAN

Model berikut dibawah ini adalah suatu model difusi suatu polutan dalam air sungai,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = d \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1.5)$$

model tersebut dapat dikatakan telah memenuhi aturan pemodelan secara umum yaitu :

- **Konsentrasi** merupakan **variabel tak bebas** dari **polutan (u)**
- Sungai dipandang sebagai daerah satu dimensi, dan **panjang sungai** didefinisikan dengan **variabel x**.
- Selain **x**, **variabel keadaan** juga tergantung pada **waktu t** (variabel bebas yang lain )
- **Sistem fisis** tergantung pada **parameter c**, yaitu **kecepatan (velocity)**, dan **parameter d** yang mendefinisikan kejadian **difusi u** dalam **variabel ruang**.

Model tersebut dapat dianggap sebagai bentuk penyederhanaan dari realitas fisis, karena dua variabel ruang yang lain tidak diperhitungkan dan **parameter c** serta **d** dianggap konstan, padahal mungkin saja dapat berbentuk suatu fungsi dari variabel tak bebasnya. Model tersebut pada umumnya ditulis dalam bentuk yang lebih kompak sebagai berikut :

$$\nabla u = 0 \quad (1.6)$$

dimana

$$\mathfrak{S} = \mathfrak{S} = \frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial x} - d \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (1.7)$$

Meskipun **c** dan **d** merupakan fungsi dari variabel tak bebas **x**, model tersebut masih dapat ditulis dalam bentuk ( 2.6 ), dimana operator  $\mathfrak{S}$  adalah :

$$\mathfrak{S} = \frac{\partial}{\partial t} + c(x) \frac{\partial}{\partial x} - d(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (1.8)$$

## 1.5. KLASIFIKASI MODEL

Sebagaimana telah diketahui, matematika model adalah suatu evolusi persamaan dimana variabel keadaan merupakan variabel tak bebas , sedangkan ruang dan waktu adalah variabel bebas. Penyelesaian dari model tersebut, atau disebut juga sebagai analisis dari model, pada dasarnya terdiri atas penyelesaian masalah matematika. Karena alasan itulah klasifikasi model matematika menjadi sangat penting. Klasifikasi semacam itu akan melibatkan pada tehnik pemodelan dan metoda matematika untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan prosedur :

**MODELLING → SOLUTION → VALIDATION.**

Sedangkan Klasifikasinya terdiri atas :

- Analisa struktur variabel keadaan
- Analisa jenis persamaan keadaan
- Analisa struktur evolusi persamaan
- Analisa karakteristik parameter-parameternya.

### 1.5.1 DEFINISI 1. 3: MODEL STATIS dan DINAMIS

Model matematika dikatakan dinamis bila variabel keadaan **u** tergantung pada variabel waktu **t**, sedangkan sebaliknya disebut model statis.

**Tabel 1.** Klasifikasi model matematika

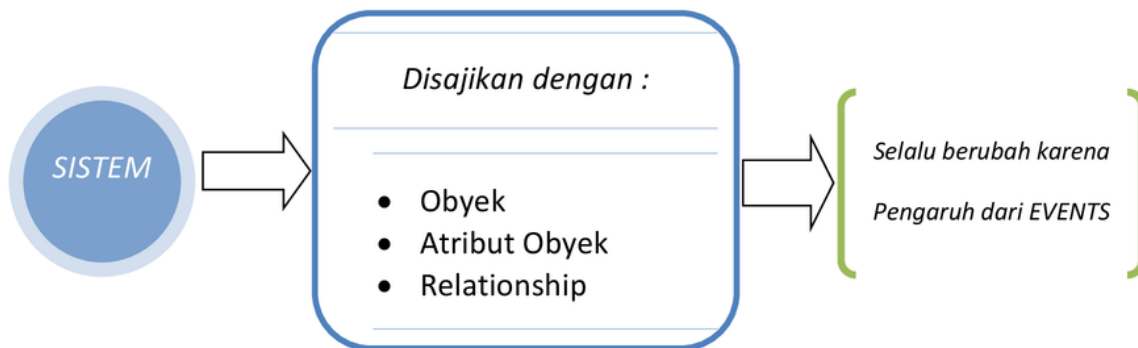
Model	Statis	Dinamis
Diskrit	$u = u_0$	$u = u(t)$
Kontinue	$u = u(x)$	$u = u(t,x)$

### 1.5.2. DEFINISI 1.4. : MODEL DISKRIT dan KONTINU

Model matematika disebut diskrit bila variabel keadaan tidak bergantung pada variabel ruang, sebaliknya disebut model kontinue.

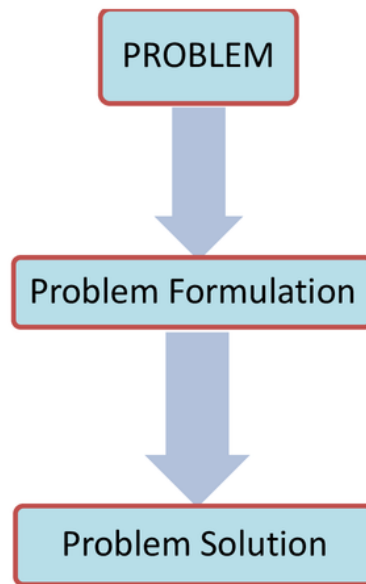
### 1.6. PEMODELAN SISTEM

Memodel suatu sistem yang menjadi interest, secara garis besar dapat digambarkan sebagai berikut :



**Gambar 2. Skema Penyajian System**

Tehnik penyajian yang baik akan banyak membantu dalam menyelesaikan berbagai masalah yang berbeda. Dalam konteks komputer sains, mengembangkan sistem informasi adalah merupakan proses "*problem solving*", yang pada umumnya digambarkan sebagai berikut :



**Gambar 3. Skema Proses Problem Solving**

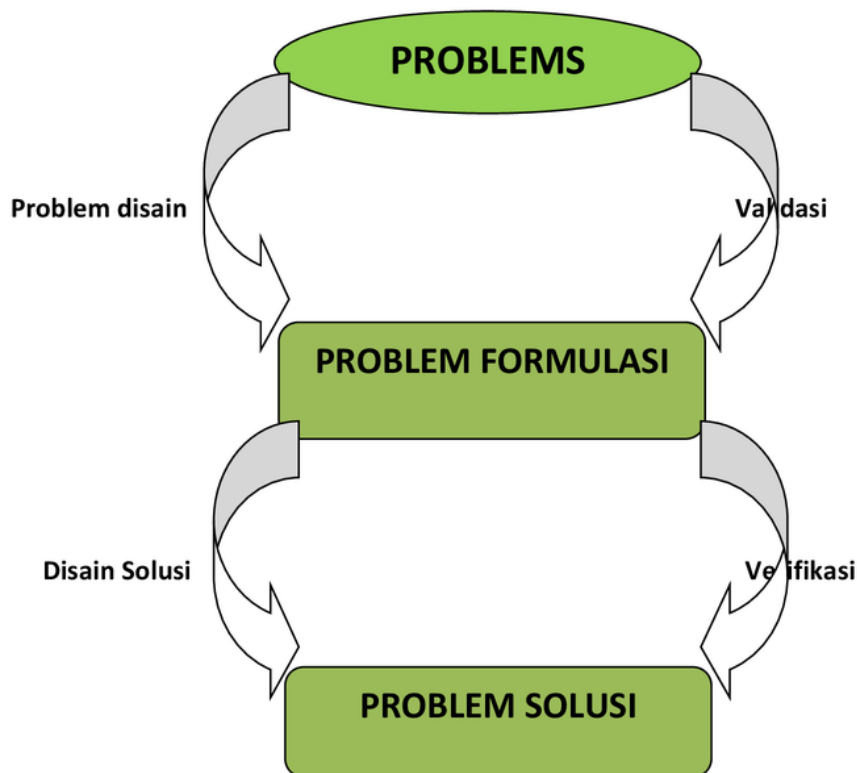
Cara sederhana dalam melakukan kategorisasi permasalahan pada umumnya dengan partisi menjadi 2 kelompok permasalahan, yaitu :

- Dengan “ **Well Structured Problems**” (WSP, formally defined, terdefinisi dengan baik),  
dan
- “ **Ill Structured Problems**” ( formal representasi)

Masalah pada **tipe pertama** adalah murni masalah matematis, jadi tidak perlu dipertanyakan mendekati realitas atau tidak. Ketepatan solusi pada **tipe kedua** tergantung pada seberapa baik model dan apakah telah memuat informasi tentang batasan – batasan yang ada ( **Algoritma All or Nothing**). Disamping itu untuk tipe masalah “ **Ill Structured Problems**”, pada umumnya masalahnya sendiri masih dipertanyakan, serta masih “ **Fuzzy** “ sedemikian hingga tidak dapat dimodel dengan sains dan engineering (termasuk kategori

wicked). Padahal hampir semua masalah yang kita hadapi sehari-hari adalah “wicked”. Karena itulah cara pendekatan masalah dengan metode

“Problem Solving” perlu dikembangkan agar dapat merefleksikan issue issue tersebut, sebagai berikut :



Gambar 4. Pengembangan Skema Problem solving

Terdapat kesamaan antara *pengembangan system informasi* dengan “wicked problems”

Dari pembahasan tersebut diatas Nampak bahwa , mengembangkan model statistik yang berbasis simulasi memberikan informasi yang lebih lengkap dari phenomena yang diamati, bahkan fitur fitur yang belum terantisipasi sebelumnya akan muncul kepermukaan, sehingga dapat mendorong investigasi lebih lanjut terhadap phenomena yang diobservasi.

Disamping itu informasi tentang realisasi individu dapat diperoleh dengan simulasi sehingga dapat memberi pertimbangan yang mendalam dari suatu sistem atau proses.

## 1.7. PENGEMBANGAN MODEL STATISTIKA

Pada suatu proyek pengembangan model statistik, pendekatan yang digunakan pada umumnya dengan “ *hypothesis*” atau dengan “ *exploratory data analysis*”. Tujuan dari kedua pendekatan tersebut sebenarnya sama yaitu mengembangkan model yang dapat menirukan sedekat mungkin, sesederhana mungkin, sifat-sifat dari obyek atau phenomena yang dimodel.

Pengembangan model Statistik pada umumnya mengikuti langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan variable variable yang akan diobservasi, pada pendekatan klasik, variable variable tersebut berkorespondensi dengan hipotesa yang akan diuji.
2. Mengumpulkan dan merekam data observasi
3. Mempelajari grafik dan ringkasan dari data tersebut, untuk menemukan dan mengeliminasi kesalahan yang ada agar hubungan pada dimensi yang lebih rendah diantara variabel dapat terungkap.
4. Pilih suatu model yang dapat memberikan penjelasan tentang hubungan yang penting yang ditemukan atau yang di hipotesakan pada data
5. Cocokkan (*fitting*) model tersebut dengan tehnik pemodelan yang sesuai.
6. Pelajari model yang sudah “ *fit*” tersebut dengan “ *summaries*” dan “ *diagnostic plot*”
7. Ulangi langkah 4 s/d 6 , sampai ditemukan model yang tepat ( memuaskan)

Model Statistik mengekspresikan hubungan antara variabel “ *response*” sebagai fungsi dari satu atau lebih variabel “ *predictor*”. Tipe model yang dipilih tergantung pada apakah variabel respons & predictor *kontinyu (numerik)* atau *kategori (faktor)* [3]. Misal pada model regresi klasik mempunyai response kontinyu tetapi prediktornya kategori.



### I.7.1 MODEL DETERMINISTIK ATAU STOCHASTIK ?

Pendekatan model *deterministics* maupun *stochastics* , keduanya mempunyai peran yang penting untuk menganalisa suatu sistem. Orientasi hanya pada salah satu pendekatan saja dapat mengakibatkan hasil yang fatal.[2] Misalnya pada model pertumbuhan populasi, bila jumlah populasi tidak menunjukkan penurunan yang semakin besar, maka *model deterministik* dapat digunakan untuk mendapatkan informasi tentang “ *Biological Understanding*” dari ststem. Akan tetapi bila jumlah populasi ternyata semakin mengecil , maka analisa stokastik menjadi hal yang sangat vital untuk dipertimbangkan. Karena itu penggunaan pendekatan kedua model secara simultan akan menjamin agar tidak terjebak pada suatu “ *fantasi deterministik*” atau pada situasi “ *unnecessary mathematical detail*”.

### I.7.2 KLASIFIKASI BERDASAR PADA PARAMETER DAN STOCHASTICITY

Klasifikasi berdasar pada *parameter* dan *stochasticity* juga dapat diterapkan pada semua model, baik diskrit maupun kontinu, dan merujuk pada struktur *deterministic* atau *stochastic* model.

Dengan kata lain, model dengan *parameter deterministic* adalah **Deterministic**, sedangkan model *parameter random* adalah **Stochastic**.

*Stochasticity* pada model matematika dapat dilakukan dengan beberapa cara, yaitu pada *syarat awal* dan *syarat batas, pertubasi, noise* dan sebagainya. Ciri-ciri model, parameter atau persyaratan yang diperlukan oleh model, yaitu nilai awal dan nilai batas hanya diketahui dengan ketidakpastian, atau mungkin dipengaruhi oleh noise. Pada realitas, berbagai kuantitas yang ada merupakan hasil pengukuran. Padahal beberapa ketidakpastian dapat mempengaruhi pengukuran tersebut, hal ini mungkin disebabkan kurang reliabelnya instrument atau dapat juga dipengaruhi oleh aspek eksternal dari system yang diobservasi.

# BAB 2

## REVIEW PROBABILITAS DAN PROSES STOCHASTICS

---

### 2.1 PENDAHULUAN

Pada Bab 2 ini pembahasan lebih ditekankan pada konsep pemodelan dalam ruang dan waktu, lebih spesifik lagi pada pengembangan model Statistik yang berbasis pada simulasi. Pengetahuan pendukung agar mahasiswa dapat mengikuti matakuliah ini antara lain adalah ; Pemodelan Matematika, Pengantar metoda Simulasi dan Pengetahuan Pemrograman Komputer. Pada Modul ini akan dibahas konsep-konsep fundamental yang diperlukan, kemudian dilanjutkan dengan pengkajian masalah masalah konkrit yang terjadi melalui tugas berupa projek projek kecil untuk diselesaikan secara comprehensive dengan pendekatan pemodelan statistic berbasis simulasi.

Pendekatan efektif untuk menganalisa dan memahami phenomena alam yang kompleks adalah dengan meng "**create**" model dari phenomena tersebut. Model adalah suatu bentuk struktur/mechanisme yang digunakan untuk menginterpretasikan bagian dari realitas.

Tujuan dari pengembangan suatu model adalah untuk mempelajari sesuatu proses atau sistem tentang realita yang menjadi interest, yaitu dengan menganalisa model dari pada langsung kepada suatu realitas. Untuk mengembangkan suatu model perlu diperjelas, bagian mana dari realitas yang ingin dikaji dan aspek mana dari "**real world**" tersebut yang ingin diuraikan. Bagian dari realitas yang akan dimodel ini disebut sebagai "**object system**" atau sinonimnya adalah UoD ( **Universe of Discourse**). Object dari system dapat dijelaskan dengan bahasa natural, namun demikian bahasa natural memiliki kelemahan, yaitu dapat menimbulkan "**ambiguity & redundancy**". Karena itu dalam memodel suatu system diperlukan bahasa formal yang terstruktur. Suatu bahasa disebut formal bila dapat memberi spesifikasi, bagian kalimat mana yang termasuk dalam bahasa. Sedangkan bahasa

disebut terstruktur, bila fakta tertentu dari “*real world*” dapat diekspresikan oleh bahasa tersebut dengan satu cara.[1]

## 2.2 CONTOH - ILUSTRASI

Pandang suatu populasi dimana semua anggotanya dapat berkembang secara independen satu dengan lainnya, dengan rata-rata kelahiran dengan symbol  $\lambda$ , dan rata-rata kematian yang diberi simbol  $\mu$ , maka jumlah deterministik individu yang hidup pada waktu  $t$ , bila dihitung dari populasi awal  $N(0)$  pada waktu  $t = 0$ , diberikan oleh persamaan :

$$N(t) = N(0) \exp \{ (\lambda - \mu) t \}$$

Bila rata - rata kelahiran mendominasi rata - rata kematian, maka jumlah populasi akan meledak secara eksponensial dengan cepat, sedangkan apabila kematian yang mendominasi kelahiran, maka kepunahan dapat dipastikan akan terjadi. Karena itu model tersebut hanya sesuai untuk  $N(0)$  yang cukup besar dengan  $t$  yang kecil.

**Apa yang terjadi bila  $N(0)$  nya kecil ?**

Misal  $N(0) = 1$  dengan  $\lambda = 2 \mu$ , yang artinya kecepatan kelahiran adalah 2 kali kecepatan kematian. Maka dengan rumus tersebut diatas akan diprediksi pertumbuhan eksponensial :

$$N(t) = \exp (\mu t)$$

Padahal mungkin saja kejadian (event) yang muncul pertama adalah kematian dengan probabilitas :

$$\frac{\mu}{(\mu + \lambda)} = 1/3$$

Bila hal tersebut terjadi, maka populasi akan langsung punah. Situasi akan menjadi semakin rumit bila  $\lambda = \mu$ , karena  $N(t)$  akan constant pada  $N(t) = 1$ , padahal fakta faktual dari proses yang terjadi adalah meliputi kelahiran dan kematian. Yang dapat dipelajari dari contoh ilustrasi tersebut adalah bahwa realisasi berbeda dari proses yang sama dapat bervariasi banyak sekali (stokastik). Untuk menjawab persoalan seperti itulah diperlukan pemodelan yang berbasis simulasi dimana kedua pendekatan dilakukan secara simultan.

Apabila model tersebut di atas disimulasi dengan nilai-nilai  $\lambda = 1.0$ ,  $\mu = 0.5$  dan  $N(0) = 3$ , maka dari 20 kali simulasi akan menunjukkan variasi yang cukup signifikan. Dari contoh tersebut menunjukkan bahwa dengan simulasi fitur-fitur yang tersembunyi, yang belum terantisipasi sebelumnya akan terungkap sehingga dapat mendorong investigasi lebih lanjut.

## 2.3 TEORI PROBABILITAS

Teori probabilitas menyediakan berbagai model bermanfaat yang cocok untuk mendeskripsikan dan menginterpretasikan masalah yang kompleks khususnya yang memuat unsur ketidakpastian. Dengan teori tersebut dapat diperoleh "*sufficient closeness*" antara keadaan ideal dan riilnya sedemikian hingga hasilnya bermanfaat. Pengulangan proses dengan berbagai "*outcomes*" memungkinkan untuk mendeteksi "*order*", formulasi model bahkan pemilihan teori dengan "*Selected measures of effectiveness*". Penyajian biasanya di check dengan data aktual, bila berhasil pada batas tertentu, maka teori tersebut dapat digunakan untuk tujuan peramalan.

### 2.3.1 SAMPLE SPACE

Untuk dapat memahami konsep umum, "*ukuran probabilitas*" dan "*Stochastic events*" perlu didefinisikan dengan jelas, basis dasar space  $U$  yang disebut dengan "*sample space*", yang memiliki elemen-elemen :

- Semua kemunculan yang mungkin terjadi (*possible occurrences*)
- Event-event mendasar
- Outcomes
- Effects

Yang dapat diasosiasikan dengan  $U$  adalah kumpulan subset-subset terukur (*measurable subsets*)  $B$  dari  $U$ . Koleksi dari  $B$  ini membentuk himpunan spesial yang disebut dengan "*Sigma-field*". Sedangkan ukuran  $P$  yang didefinisikan pada elemen-elemen  $B$  disebut dengan "*Ukuran Probabilitas*". Suatu fungsi bernilai riil  $x$  dari  $U$  ke himpunan bilangan riil  $R$ , yang merupakan ukuran pada  $B$ , disebut dengan "*Random Variabel*".  $X$  disebut ukuran dari  $B$  bbb.  $\{\omega : X(\omega) \leq a\} \in B$ , untuk semua  $a \in R$ .

## 2.4 FUNGSI DISTRIBUSI

Asosiasi dari random variabel merupakan suatu fungsi distribusi  $F$ , dimana :

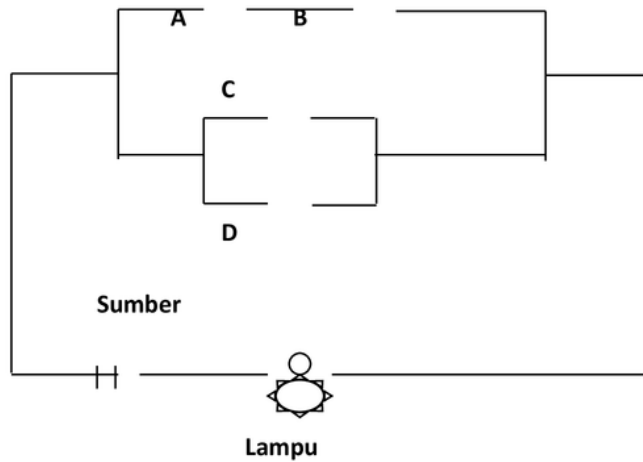
$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = P \{ X_1(\omega) \leq a_1, X_2(\omega) \leq a_2, \dots, X_n(\omega) \leq a_n \}$$

$$a_i \in R; \omega \in U; \{ X_1(\omega) \leq a_1, X_2(\omega) \leq a_2, \dots, X_n(\omega) \leq a_n \} \in B$$

Untuk memberi karakter pada proses stokastik, dimulai dari family random variable tersebut. Elemen-elemen yang membedakan berbagai proses stokastik adalah "*State space*", Himpunan Index, dan semua himpunan fungsi distribusi yang dimensinya berhingga. *State space* adalah subset dari "*Euclidean n-space*" atas nilai-nilai dari range random variable. *Distribusi* adalah merupakan hubungan antar random variabel, sedangkan *Index*, adalah notasi yang memberi index pada random variable sehingga menjadi terurut. Tiga elemen itulah (*State space, Distribusi dan Index*) yang digunakan untuk mengklasifikasi semua proses stokastik.

### 2.4.1 SOAL ILUSTRASI

1.



Dari gambar sirkuit sederhana tersebut hitung probabilitas lampu menyala ?

### 2. Permainan Judi dengan Dadu

Aturan permainan :

Dua dadu dilempar pertamakali , bila jumlah angka yang keluar adalah **7** atau **11**, maka sipelempar menang, tetapi bila jumlahnya **2, 3**, atau **12** maka dinyatakan **KALAH**, sedangkan bila keluar angka **4, 5, 6, 8, 9, 10** pada lemparan pertama , maka lemparan **DIULANG** sampai diperoleh angka yang sama atau jumlahnya 7, bila diperoleh angka 7 sebelum dapat angka yang sama, maka dintakan **KALAH**, sebaliknya dianggap **MENANG** .

### 2.4.2 JAWABAN SOAL ILUSTRASI

#### 1. Masalah probabilitas lampu menyala

Menurut teori probabilitas maka peluang lampu menyala adalah :

$$P ( \{A \wedge B\} \vee C \vee D ) = P (AB) + P(C) + P(D) - P (ABC) - P(ABD) - P(CD) + P (ABCD) = 13 / 16$$

Dimana :

$$P (AB) = P (CD) = \frac{1}{4} ; P (ABC) = P (ABD) = \frac{1}{8} ; P (ABCD) = \frac{1}{16}$$



Karena independent maka probabilitas diberikan oleh hasil kali masing-masing

Probabilitas

## 2. Masalah Judi dengan Dadu

**Probabilitas setiap angka adalah 1/16**

Maka probabilitas diperoleh :

angka **2** =  $1/16 \times 1/16 = 1/36$  ; angka **3** =  $1/36 + 1/36 = 1/18$  ; angka **4** =  $1/12$

Selanjutnya angka **5** =  $1/9$  ; angka **6** =  $5/36$  ; **7** =  $1/6$  ; **8** =  $5/36$  ; **9** =  $1/9$  ; **10** =  $1/12$  ;

Angka **11** =  $1/18$  ; angka **12** =  $1/36$ .

**Pemain menang bila :**

- Bila jumlah angka 7 atau 11 pada lemparan pertama dengan probabilitas  $P_A$
- Pengulangan angka (4, 5, 6, 8, 9, 10) muncul pertamakali sebelum angka 7 dengan probabilitas  $P_B$ .

Sehingga  $P_{win} = P_A + P_B$ , dimana

$$P_A = 6/36 + 2/36 = 8/36 = 2/9$$

$$P_B = 3/36 \times 3/36 + 3/36(1 - 3/36 - 6/36) 3/36 + 3/36(1 - 3/36 - 3/36)^2 3/36 + \dots = 1/36$$

**Pendekatan alternative :**

Terdapat 9 cara untuk mendapatkan 4 atau 7, 3 diantaranya menghasilkan 4 ; karena probabilitas 4 =  $3/36$ , maka  $3/36 \times 3/9 = 1/36$ ,

Argumentasi tersebut dapat diterapkan pada angka 5, angka 6 dan angka 8 , sehingga :

$$P_B = 2\left(\frac{1}{30} + \frac{8}{5 \times 36} + \frac{25}{11 \times 36}\right) = \frac{2}{36} \left(1 + \frac{8}{5} + \frac{25}{11}\right) = \frac{1}{18} \times \frac{286}{55}$$

$$P_{WIN} = \frac{2}{9} + \frac{1}{18} \times \frac{286}{55}$$

## 2.5 PROSES STOCHASTICS

Pada setiap kasus aplikasi teori probabilitas, konsep-konsep pada umumnya diturunkan dari situasi fisis kemudian diteruskan secara logik. Situasi fisis yang menunjukkan pengembangan teori proses stochastic ini jumlahnya besar sekali. Pada model yang umum, suatu rangkaian urutan waktu yang berelasi dengan "*random events*" muncul pada berbagai situasi. Karena itu satu set "*well-defined*" variabel random beserta joint distribusinya sangat bermanfaat untuk dikonstruksi. Pengetahuan tentang random variabel dan joint distribusinya, yaitu joint distribusi dari semua subset berhingga bila jumlah random variabelnya tak hingga, ekuivalent dengan melengkapi informasi tentang semua proses yang logis (*reasonable process*), seringkali tidak praktis atau tidak mungkin menurunkan joint distribusinya secara matematis. Untuk mendapatkan solusi seringkali dibutuhkan informasi yang lebih sedikit, sehingga solusi dari proses stokastik lebih diarahkan pada penurunan karakteristik proses dengan tanpa menggunakan joint distribusinya.

### 2.5.1 EMPAT TIPE UTAMA PROSES STOKASTIK

#### 1. PROSES INDEPENDENT INCREMENT

Misalkan sebarang himpunan bagian berhingga (finite-subset) dari himpunan Index (Index set),  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  sdh.  $(t_1 < t_2 < \dots < t_n)$  maka bila random variabel  $X_{t_2} - X_{t_1}, X_{t_3} - X_{t_2}, \dots, X_{t_n} - X_{t_{n-1}}$  independent, maka hasilnya adalah suatu proses stochastic yang bertipe "*INDEPENDENT INCREMENT*". Pada proses stochastic semacam itu, "joint distribusi" dari sebarang himpunan bagian  $X_{t_i}$  dapat diperoleh dengan mudah, dan untuk :

$X_{t_i} = Z_{t_1} + Z_{t_2} + \dots + Z_{t_n}$ , dimana  $Z_{t_i} = X_{t_i} - X_{t_{i-1}}$  maka  $Z_{t_i}$  adalah independent.

#### 2. PROSES MARTINGALE

Misalkan sebarang himpunan bagian berhingga (finite-subset) dari himpunan Index (Index set),  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$  sdh.  $(t_1 < t_2 < \dots < t_n)$  maka bila ,



$$E ( X_{t_{n-1}} | X_{t_1} = a_1 | X_{t_2} = a_2 \dots | X_{t_n} = a_n ) = a_n$$

Maka proses stochastic yang bertipe semacam itu disebut **MARTINGALE** . Proses martingale merupakan kondisi mendasar untk suatu “ **Fair Game** ’ .

### 3. PROSES MARKOV

Misalkan sebarang himpunan bagian berhingga (finite-subset) dari himpunan Index (Index set),  $( t_1, t_2, \dots, t_n )$  sdh.  $( t_1 < t_2 < \dots < t_n )$  maka , BILA

$$P ( X_{t_n} \leq a_n | X_{t_1} = a_1, X_{t_2} = a_2, \dots | X_{t_{n-1}} = a_{n-1} ) = P ( X_{t_n} \leq a_n | X_{t_{n-1}} = a_{n-1} )$$

maka proses yang bertipe semacam itu disebut **PROSES MARKOV** .

### 4. PROSES STATIONARY

Misalkan sebarang himpunan bagian berhingga (finite-subset) dari himpunan Index (Index set),  $( t_1, t_2, \dots, t_n )$  dan  $h > 0$  , maka joint distribusi dari  $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$  dan  $X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_n+h}$  SAMA , maka proses yang bertipe seperti itu disebut **PROSES STATIONARY** .

#### 2.5.2 SOAL - ILUSTRASI

##### 1. Masalah KRL Paradox



Suatu **KRL** (Kereta Rel (menggunakan) Listrik) bergerak dari **Station Kota Jakarta(SKJ)** ke Stasiun **Bogor(BGR)** lewat Stasiun **Bekasi(BKS)**. Setiap kali anda datang di **BKS** secara random, dan menaiki kereta yang pertamakali datang, **9** dari **10** hari perjalanan tersebut akan berakhir di **WKR**. Hampir semua orang berpendapat (berfikir) bahwa orang akan menuju **SKJ** sama seringnya dengan yang menuju ke **BGR** . Ternyata sebenarnya tidak demikian, eror dari pertimbangan yang salah tersebut ternyata random.

**Catatan** : Perhatikan bahwa andalah dan bukan keretanya yang datang secara random. Kereta dari **SKJ** ke **BGR** berangkat setiap **10 menit**. Begitupula yang dari **BGR** ke **SKJ** juga berangkat setiap **10 menit**.

## 2. Makan Siang di Mall

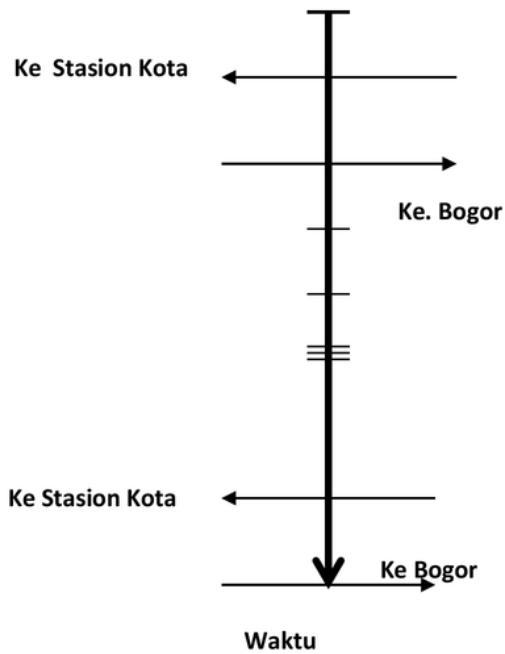
Dua orang **X** dan **Y** janji ketemu di Plaza antara jam **12.00** dan **13.00**. Kedatangan keduanya random, dan sepakat untuk menunggu paling lama **10 menit**, dan bila yang ditunggu tidak datang, maka yang lain boleh pergi. Berapakah probability mereka akan bertemu di Plaza ?

### 2.5.4 JAWABAN SOAL - ILUSTRASI

#### 2. Subway Paradox

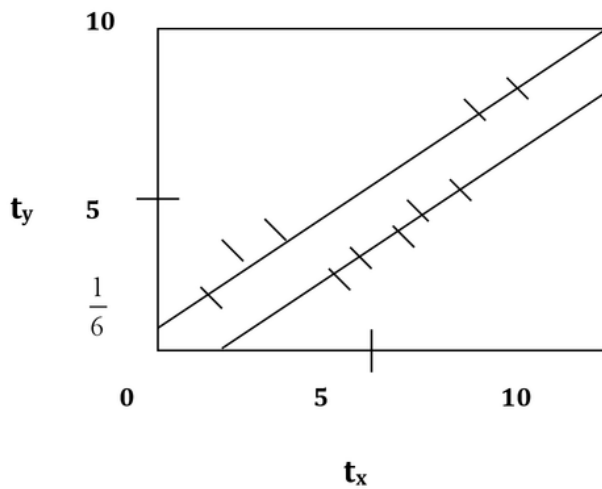


Untuk menyelesaikan paradox tersebut, anggap kereta yang ke SMT datang 1 menit setelah kereta ke WKR. Jadi bila waktu kedatangan random anda jatuh diantara waktu dari SMT dan WKR (9 menit) pasti akan berakhir di WKR, tetapi bila waktu kedatangan anda antara WKR dan SMT (1 menit) akan berakhir di SMT.



### 3. Makan Siang di Mall

Misalkan bahwa kedatangan salah satu dari kedua orang tersebut pada pukul 12.50, maka dia akan pergi pada pk. 1.00. Secara grafis digambar sbb.:



Misal  $x$  waktu kedatangan X

$$0 \leq x \leq 1$$

Dan  $y$  waktu kedatangan Y,

$$0 \leq y \leq 1$$

Pada saat  $x = y$   
menunjukkan event mereka  
datang bersamaan.

$y = x + \frac{1}{6}$  ,  $0 \leq x \leq \frac{5}{6}$  memberi batasan masalah pada situasi dimana X datang terlebih dahulu dan menunggu selama 10 menit, sedangkan :

$y = x - \frac{1}{6}$  ,  $\frac{1}{6} \leq x \leq 1$  memberi batasan situasi dimana Y datang terlebih dahulu dan menunggu selama 10 menit.

Daerah antara dua garis ini menyajikan situasi dimana keduanya dapat bertemu. Karena kedatangannya random pada periode waktu 1 jam, maka probabilitas dapat dinyatakan pada area yang dibatas dua garis pembatas tersebut, yaitu :

Pada  $1 - 2\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$

# BAB 3

## MODEL DETERMINISTICS ATAU STOCHASTICS

---

### 3.1. PENDAHULUAN

Pada model deterministic pertumbuhan populasi, perkembangan individu diasumsikan berbasis konstan ( *Completely Predictable* ). Padahal pada realitanya pertumbuhan tersebut sebenarnya bersifat “**stochastic**”. Ukuran populasi pada pertumbuhan cell misalnya, tidak diasumsikan berkembang pada interval waktu tertentu, tetapi seharusnya dideskripsikan dengan probabilitas tertentu. Lebih lagi, observasi pada ukuran populasi hanya dapat menggunakan nilai integer : 1, 2, 3, . . ., padahal dari model mungkin saja menghasilkan bilangan decimal, misalnya 1,22499 atau bilangan  $\pi$  dan sebagainya. Model deterministic tidak dapat memberikan hasil yang memuaskan pada nilai  $N(0)$  yang kecil. Kelemahan - kelemahan tersebut dapat diatasi dengan mengkaji bentuk “ **stochastic** “ model proses pertumbuhan.

### 3.2. MODEL DETERMINISTIK

Pandang suatu formulasi klasik dengan pendekatan deterministic, maka  $N(t)$  menyatakan ukuran populasi pada waktu  $t$ , sehingga pertumbuhan populasi pada interval yang panjangnya  $h$ , untuk setiap single individu adalah,

$$\lambda \times h \text{ (rate } \times \text{ time)}$$

Dan pertumbuhan untuk seluruh populasi  $N(t)$  adalah ,

$$\lambda \times h \times N(t) \text{ ( rate x time x jumlah populasi pada waktu t )}$$

Jadi : 
$$N(t+h) = N(t) + \lambda h N(t) \quad (1)$$

Apabila kedua ruas dibagi  $h$  ,

Maka 
$$\frac{N(t+h) - N(t)}{h} = \lambda N(t) \quad (2)$$

Bila nilai  $h$  mendekati nol (limit  $h \rightarrow 0$  ), diperoleh persamaan diferensial :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) \quad (3)$$

Apabila diintegral diperoleh,

$$N(t) = N(0) \exp(\lambda t) \quad (4)$$

Dimana  $n(0)$  adalah populasi awal pada  $t = 0$  . Bila pada persamaan (4) diambil logaritma pada kedua ruas, diperoleh ‘

$$\ln [ N(t) ] = \ln [ N(0) ] + \lambda t \quad (5)$$

Relasi tersebut sangat bermanfaat untuk melihat apakah data set menunjukkan pertumbuhan eksponensial atau tidak, karena bila diplot kurva dari  $\ln [ N(t) ]$  versus  $t$  seharusnya menunjukkan kurva yang mendekati linier.

### 3.3. MODEL STOCHASTICS

Model yang dikembangkan pada pembahasan diatas adalah “ *Purely Deterministic*”, karena setiap individu diasumsikan berkembang dengan basis yang konstan, atau dikatakan “*Completely predictable*”.[2] Pada kenyataannya, pertumbuhan populasi mempunyai sifat stokastik atau random. Misalnya pertumbuhan cell yang berkembang dengan membelah dirinya, maka jelas bahwa cell tersebut berkembangnya tidak pada domain interval waktu tertentu, tetapi harus dideskripsikan pada interval tersebut dengan probabilitas tertentu. Disamping itu ukuran observasi populasi hanya dapat menggunakan nilai-nilai integer saja, misalnya 1, 2, 3, . . ., sedangkan pada model persamaan (4) dapat menghasilkan bilangan decimal atau berbentuk 1,345 atau bilangan  $\pi$  misalnya dari  $N(0)$  dsb. Kelemahan tersebut dapat diatasi bila digunakan pendekatan stokastik pada proses, yaitu sebagai berikut:

Misal pada interval waktu  $h$  probabilitas suatu cell membelah diri adalah  $\lambda h$ , maka untuk suatu populasi yang berukuran  $N$  pada waktu  $(t+h)$ , ada kemungkinan terjadi kelahiran dari interval  $N$  pada waktu  $t$  ke  $(t+h)$  atau dari  $N - 1$  pada waktu  $t$  ke  $(t+h)$ .

Dengan memilih  $h$  yang cukup kecil dapat dijamin bahwa probabilitas munculnya kelahiran lebih dari satu dapat diabaikan. Karena probabilitas ukuran  $N$  menjadi  $N+1$  pada interval  $(t, t+h)$  adalah  $\lambda h \times N$ , maka probabilitas tidak terjadi pertumbuhan pada interval  $(t, t+h)$  konsekuensinya adalah  $1 - \lambda h N$ , begitu pula probabilitas bertambahnya populasi dari  $N-1$  ke  $N$  pada interval  $(t, t+h)$  menjadi  $\lambda (N-1) h$ .

### 3.4. NOTASI

$P_N(t)$  = Probabilitas ( populasi ukuran  $N$  pada waktu  $t$  )

Adalah :

$$P_N(t+h) = P_N(t) \times \Pr\{\text{tidak terjadi kelahiran pada } (t, t+h)\} + P_{N-1}(t) \times \Pr\{\text{terjadi satu kelahiran pada } (t, t+h)\};$$

Atau

$$P_N(t+h) = P_N(t) \times (1 - \lambda h) + P_{N-1}(t) \times \lambda h$$

(1)

Bila kedua ruas dibagi dengan  $h$ , maka

$$([P_N(t+h) - P_N(t)]) / h = -\lambda P_N(t) + \lambda (N-1) P_{N-1}(t)$$

(2)

Untuk  $h$  mendekati 0, diperoleh persamaan diferensial

$$\frac{dP_N(t)}{dt} = -\lambda N P_N(t) + \lambda (N-1) P_{N-1}(t)$$

(3)

Untuk  $N = N(0), N(0) + 1, \dots$

Solusi dari persamaan (7) diberikan oleh distribusi *Negative Binomial* :

$$P_N(t) = \binom{N-1}{n_0-1} e^{-\lambda n_0 t} (1 - e^{-\lambda t})^{N-n_0} \quad (N = n_0, n_0 + 1, \dots)$$

(4)

( untuk kemudahan  $N(0)$  ditulis dengan  $n_0$  )

Perhatikan bahwa  $\lambda$  dan  $t$  muncul hanya dalam bentuk perkalian ( $\lambda t$ ), sehingga untuk  $\lambda$  besar dengan  $t$  kecil nilai probabilitasnya sama dengan  $\lambda$  kecil pada  $t$  besar.

*Mean* dan *variance* dari bentuk *Negative Binomial* adalah :

$$M(t) = n_0 e^{\lambda t} \quad \text{dan} \quad V(t) = n_0 e^{\lambda t} (e^{\lambda t} - 1)$$



Untuk  $n_0 = 1$  *Negative Binomial* tereduksi menjadi bentuk *Geometri* sebagai berikut:

$$P_N(t) = e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^{N-1} \quad (5)$$

Karena nilai-nilai dari  $1 - \exp(-\lambda t)$  terletak antara 0 dan 1 untuk semua nilai positive  $\lambda t$  maka distribusinya akan berbentuk *Geometri* untuk nilai  $\lambda t$  yang kecil, tetapi sebaliknya naik kenilai maksimum pada  $N = N_m$ .

$N_m$  ini dievaluasi dengan menggunakan rasio suku-suku yang berurutan sebagai berikut :

$$\frac{P_{N(t)}}{P_{N-1(t)}} = \left[ \frac{(N-1)}{N-n_0} \right] (1 - e^{-\lambda t}) \quad (6)$$

Nilainya akan menjadi 1 bila  $N = N_m$ .

Jadi ,

$$(N_m - 1) (1 - e^{-\lambda t}) = N_m - n_0$$

Menghailkan formula ,

$$N_m = (n_0 - 1) e^{\lambda t} + 1 \quad (7)$$

### 3.5 SIMULASI MODEL

Untuk mesimulasi suatu model *Stochastics* , misalnya Model Pertumbuhan Populasi dari suatu spesies di lokasi tertentu dan dengan memperhitungkan faktor-faktor lingkungan yang mempengaruhi sebagai unsur ketidakpastian (*randomness*), dapat dilakukan dengan pendekatan dua model , yaitu **Model Deterministics** dan **Model Stochastics**.

#### 3.5.1 Model Deterministik

Berdasarkan data yang diamati pada interval waktu tertentu, maka didapatkan suatu model persamaan differensial biasa yang didapat dari laju rata-rata perubahan jumlah

populasi per individu dan laju rata-rata perubahan jumlah populasi terhadap waktu yang dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) \quad (8)$$

31

Dimana  $N(t)$  adalah banyaknya populasi pada waktu  $t$  sedangkan  $\lambda$  adalah laju rata-rata perubahan jumlah populasi per individu.

Penyelesaiannya dapat ditulis dengan :

$$N(t) = N_0 e^{\lambda t} \quad (9)$$

Atau dengan model Deterministik

$$\ln[N(t)] = \ln[N_0] + \lambda t \quad (10)$$

### 3.5.2 Simulasi Model

Waktu ( $S$ ) untuk kejadian berikutnya yaitu bertambahnya populasi sebanyak 1 adalah variable random yang terdistribusi eksponensial dengan probabilitas

$$P(S \geq s) = e^{-\lambda N s}, \quad s \geq 0 \quad (11)$$

Untuk mensimulasi nilai  $S$  dipilih bilangan random yang terdistribusi uniform pada interval  $[0,1]$  kemudian  $Y$  diletakkan pada

$$Y = e^{-\lambda N s} \quad (12)$$

Sehingga

$$S = -\frac{\ln Y}{\lambda N} \quad (13)$$

### 3.5.3 Membangkitkan Bilangan Random

Sebelum melakukan simulasi waktu antar kejadian maka diperlukan pembangkitan bilangan random yang akan digunakan untuk menirukan proses berevolusinya model terhadap waktu . Bilangan random yang dihasilkan akan disimpan pada  $Y$  . Bilangan random tersebut dihimpun dengan menggunakan Algoritma "*Congruential generator*" yaitu generator berbentuk recursive sebagai berikut :

$$Y_{n+1} = (aY_n + c) \bmod m \quad (14)$$

Dimana  $a$  dan  $m$  adalah bilangan bulat positif dan  $b$  adalah bilangan bulat tak negatif. Untuk suatu nilai awal (atau biasa disebut *seed*)  $Y_0$ , algoritma tersebut akan membangkitkan barisan nilai-nilai bilangan bulat dari 0 sampai  $(m - 1)$ .

Bila nilai-nilai  $a$ ,  $c$  dan  $m$  dipilih secara tepat, maka bilangan-bilangan

$$U_n = \frac{Y_n}{m} \quad (15)$$

Akan terdistribusi uniform pada interval  $[0,1]$ . Jika didapatkan nilai dari  $a$ ,  $c$  dan  $m$  yang tepat maka barisan bilangan random tersebut dapat di test "randomness" nya melalui plotting bentuk Struktur Lattice , yaitu dengan melakukan plot antara bilangan yang urutan ganjil terhadap bilangan dean urutan genap sedemikian hingga yang diperoleh gambar plotting yang tidak teratur dan tidak memiliki pola tertentu .Bila berhasil didapatkan plotting semacam itu, maka bilangan random yang dibangkitkan secara visual dapat dianggap telah memiliki randomness.Bilangan random yang memiliki Randomness yang baik memiliki sifat :

1. Barisan bilangan yang dihasilkan jumlahnya terbatas dan semua kemungkinan munculnya bilangan harusa memiliki peluang yang sama
2. Bilangan random yang letaknya berurutan tidak memiliki korelasi.
3. Barisan bilangan random tersebut memiliki *cycle* yang panjang.

### 3.5.4 Algoritma Congruential Generator

Rumus pembangkit bilangan random pada persamaan (14) tersebut , selanjutnya ditulis dalam bentuk struktur algoritma sebagai berikut:

1. Tentukan nilai nilai a, c dan m
2. Lakukan pemrograman dengan matlab m.file , persamaan :

$$Y_{n+1} = (a Y_n + c) \bmod m$$

3. Lakukan Plot bilangan random yang disimpan dalam  $Y_n$  terhadap bilangan random

Yang disimpan dalam  $Y_{n+1}$ .

### 3.5.5 Pemrograman m.file

Program dalam m.file , dikonstruksi dengan tujuan dari untuk melakukan konfirmasi apakah pemrograman sudah berjalan seperti yang diharapkan , serta untuk mengidentifikasi komponen - komponen yang akan digunakan untuk merancang **Graphical User Interface** (GUI) matlab yang akan dibuat untuk mesimulasi model.

```
a=input('a=');
c=input('c=');
m=input('m=');
x(1)=0;
for n=1:9999;
x(n+1)=mod(((a*x(n))+c),m);
end
b=x/m;
disp(b);
y=[b 0];
z=[0 b];
plot(y,z, '.');
xlabel('x(i)');
ylabel('x(i+1)');
title('Struktur Lattice');
```

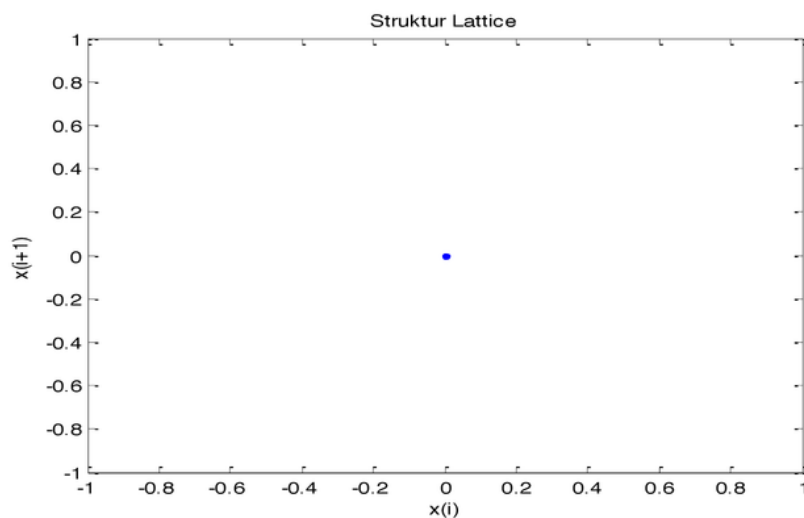
Sebelum melakukan uji coba, perlu direncanakan terlebih dahulu nilai nilai parameter input yang akan disimulasikan , sebagai berikut ;

**Tabel 2.** Rencana nilai parameter input Simulasi Struktur Lattice.

No.	Nilai a	Nilai c	Nilai m	Hasil
1.	1	2	2	Gambar 5
2.	9827	2	8462	Gambar 6
3.	18903	1	987623	Gambar 7
4.	18903	1	98762	Gambar 8

Selanjutnya dari m.file tersebut dapat dilakukan uji coba berdasar data dari Tabel 2. sebagai berikut :

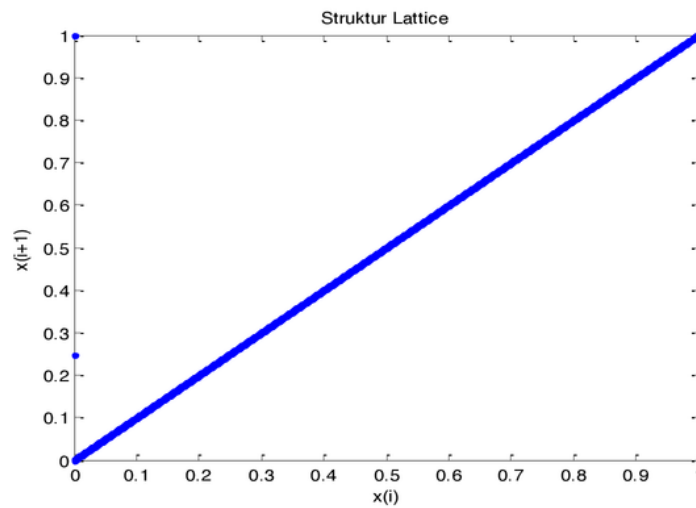
Untuk nilai nilai parameter input  $a = 1$ ,  $c = 2$  dan  $m = 2$  , Struktur Lattice-nya adalah :



**Gambar 5.** Struktur Lattice,  $a=1$ ,  $c=2$  dan  $m = 2$

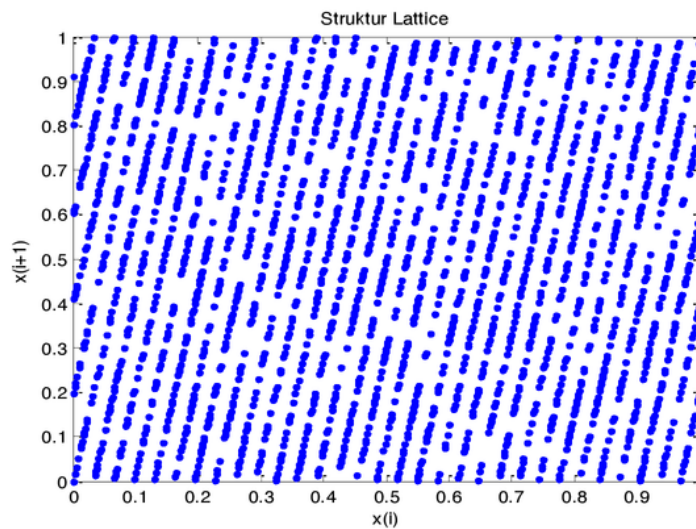
Dari plotting tersebut Nampak bahwa bilangan random belum berhasil diperoleh sesuai dengan yang diharapkan. Selanjutnya dapat dilakukan percobaan dengan berbagai nilai input parameter sampai diperoleh hasil yang diharapkan.

Untuk nilai  $a = 1$ ,  $c = 2$  dan  $m = 8903$  dimana nilai  $m$  diberikan nilai yang tinggi, Struktur Lattice-nya menjadi :



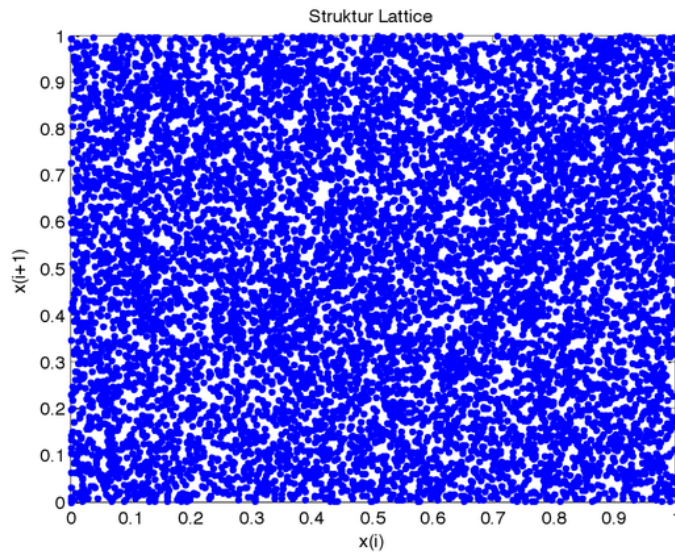
**Gambar 6. Struktur Lattice,  $a=9827, c=2$  dan  $m = 8462$**

Untuk nilai  $a = 9827, c = 2$  dan  $m = 8462$  dimana  $c$  diberikan nilai yang kecil, Struktur Lattice-nya menjadi :



**Gambar 7. Struktur Lattice,  $a=18903, c=1$  dan  $m=987623$**

Untuk nilai  $a = 18903, c = 1$  dan  $m = 987623$  dimana  $c$  diberikan nilai yang kecil, Struktur Lattice-nya menjadi :



**Gambar 8. Struktur Lattice,  $a=18903, c=1$ , dan  $m=987623$**

Pada plotting yang terakhir ini, nampak bahwa struktur lattice sudah terpenuhi, dan siap digunakan untuk melakukan simulasi dengan menggunakan algoritma pembangkit bilangan random yang telah ditentukan

## 3.6 CONTOH SIMULASI

### 3.6.1 Program Simulasi Waktu Antar Event

Untuk mensimulasikan program simulasi waktu antar event, maka diperlukan fungsi bilangan random untuk membangkitkan bilangan randomnya. Fungsinya adalah sebagai berikut:

```
function y=bilrandom(k)
y=zeros(1,k);
y(1)=1;
a=16807;
c=1;
m=(2^31)-1;
for n=1:49;
y(n+1)=mod(((a*y(n))+c),m);
end
y=y/m;
```



### Listing program simulasi waktu antar event :

```
disp('Model Simulasi Penghitungan Waktu Antar Event')
lambda=input('Masukkan nilai rata-rata kelahiran : ')
n0=input('Masukkan jumlah populasi awal : ')
y=bilrandom(50);
x=-log(y);
N=n0:1:(n0+49);
z=lambda.*N;
s=x./z;
for n=1:49
t(1)=0;
t(n+1)=t(n)+s(n);
end
disp('*****')
disp('Jumlah Pupulasi Waktu antar Total Bilangan')
disp(' (N) Event(s) Waktu(t) Random')
disp('*****')

disp(['N' s' t' y'])
plot(N,t,'-')
xlabel('Jumlah populasi N(t)')
ylabel('Total waktu(t)')
title('Grafik jumlah populasi terhadap waktu')
```

Matlab Script tersebut diatas digunakan untuk mesimulasi **random number generator** dengan **metode mid square generator** ( $p = 2$ ), yang selanjutnya diplot struktur latticeny, untuk melihat apakah bilangan random yang degenerate sudah betul betul memenuhi **randomness**-nya

Sedangkan langkah langkah simulasinya adalah sebagai berikut :

1. Tentukan nilai awal (**seed**) $p$  digit, yang akan dijadikan bilangan random pertama
2. Kuadratkan nilai random sebelumnya
3. Ambil  $p$  digit bilangan tengah nilai hasil kali 2 sebagai nilai random baru
4. Hitung  $u(i) = \text{bilangan random}/10^p$
5. Kembali pada langkah 2(1)



Hasil pada langkah keempat selanjutnya dianalisis lebih lanjut dengan menggunakan model stokastik.

Model stokastik yang disimulasikan adalah :

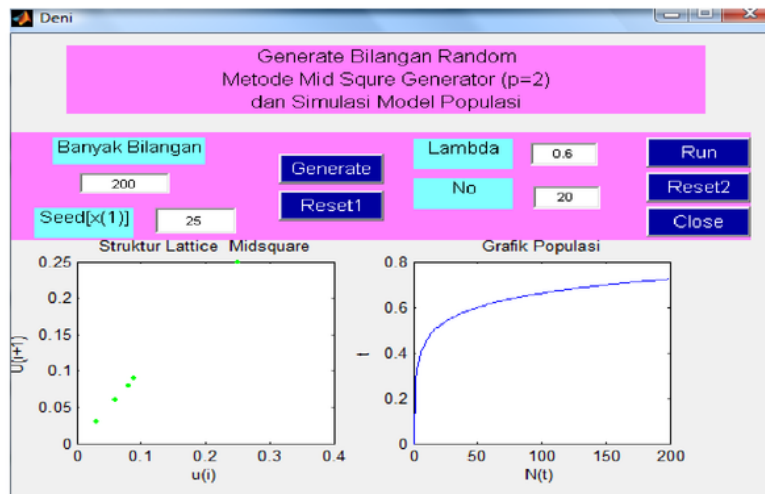
$$s = - [\log_e(Y)]/(\lambda N) \quad (16)$$

menggunakan MATLAB, dengan algoritma sebagai berikut:

- (1) Bangkitkan bilangan random Y.
- (2) Bentuk Log (x(i)).
- (3) Inisialisasi  $N = 1, 2, 3, \dots, n$ .
- (4) Bentuk  $\lambda N$ .
- (5) Bentuk  $s = [\log(x(i))]/(\lambda N)$ .
- (6) Hitung total waktu t.
- (7) Plot  $N(t)$  sebagai fungsi waktu t.

35

Sedangkan salah satu hasil simulasi ditunjukkan pada **Gambar 9**, dibawah ini



**Gambar 9.** Tampilan Hasil Simulasi

Sedangkan hasil running simulasi dapat dirangkum dalam suatu table sebagai berikut :

**Tabel 3.** Rangkuman Hasil Running Simulasi pertumbuhan populasi

No.	Jumlah Populasi (N)	Event (t)	Waktu (t)	Bilangan Random
1.	8000	3.9856	0.0000	0.0000
2.	9000	1.8679	3.9856	0.0002
3.	10.000	0.1738	5.8535	0.4193
5.	11.000	0.2730	6.0273	0.2228
6.	12.000	0.0340	6.3003	0.8153
7.	13.000	0.0388	6.3741	0.7771
8.	.	.	.	.
9.	.	.	.	.
10.	dst.			

# BAB 4

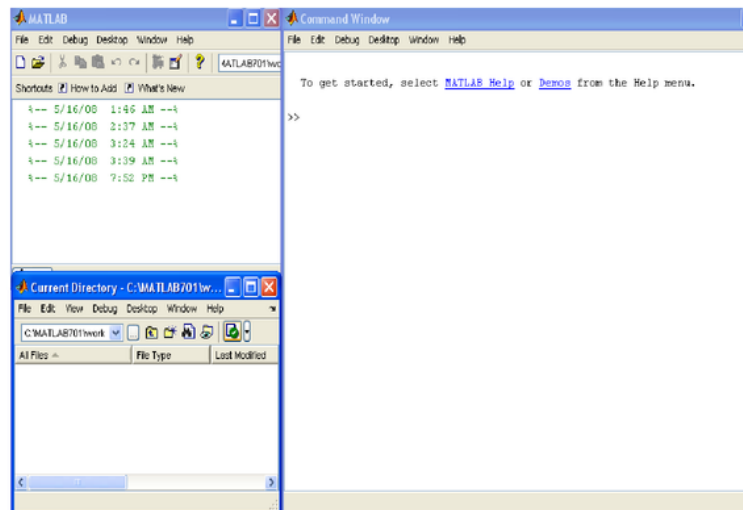
## TEHNIK RANCANGAN GUI MATLAB

---

### 4.1 PEMROGRAMAN m.file

Matrix Laboratory (Malab) adalah salah satu paket software yang dikembangkan oleh MathWorks. Matlab tidak hanya sebagai bahasa pemrograman, tetapi juga sebagai alat untuk menampilkan grafik hasil simulasi yang berbasis model matematika secara visual, Matlab semakin banyak digunakan oleh para programmer dari kalangan perguruan tinggi terkemuka didunia yang menghendaki kepraktisan dalam menampilkan hasil penelitian secara lebih elegan.

Tampilan hakaman pertama Matlab adalah sebagai berikut:














**Gambar 10. Halaman Utama Matlab**

Tampilan halaman utama Matlab dibagi menjadi beberapa bagian, yaitu :

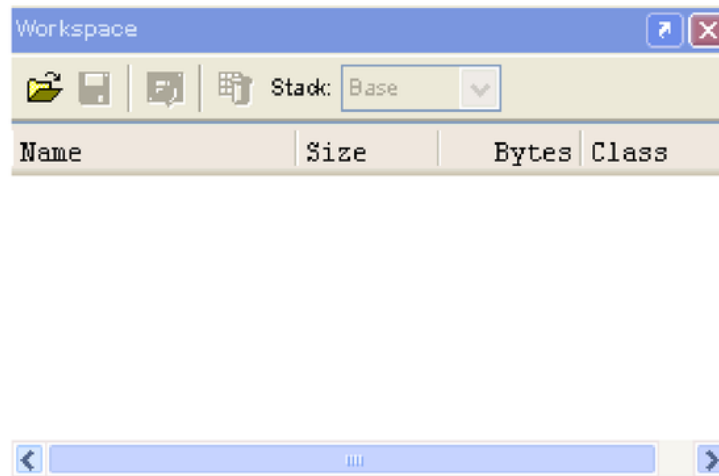
## 1. JENDELA UTAMA ( gambar 1)

Dengan fungsi-fungsi icon-icon pada toolbar sebagai berikut:

- a. New  untuk membuka lembar kerja Matlab editor baru
- b. Open  untuk membuka file-file yang sudah tersimpan
- c. Copy  untuk mengkopi suatu teks
- d. Cut  untuk menghapus suatu teks yang diketikkan supaya dapat disalin kembali
- e. Paste  untuk menyalin kembali teks yang sudah dihapus atau dicopy
- f. Undo  untuk mengembalikan suatu perintah yang dilakukan sepenuhnya
- g. Redo  untuk mengembalikan suatu perintah yang telah dilakukan
- h. Simulink  untuk mengakses Simulink Library Browser
- i. Help  untuk mengakses help yang berfungsi sebagai bantuan
- j. Current Directory    untuk memilih lembar kerja aktif yang digunakan selama Matlab berlangsung.

## 2. WORKSPACE

Tampilan Workspace dalam Matlab adalah sebagai berikut :

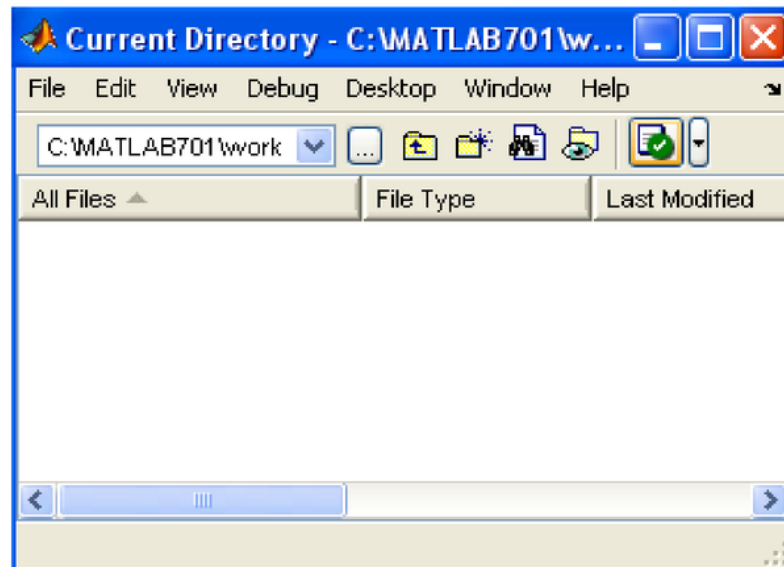


Gambar 11. Tampilan *Workspace*

Fungsi workspace adalah member informasi tentang variabel-variabel yang digunakan selama Matlab berlangsung

### 3. CURRENT DIRECTORY

Tampilan current directory adalah sebagai berikut :

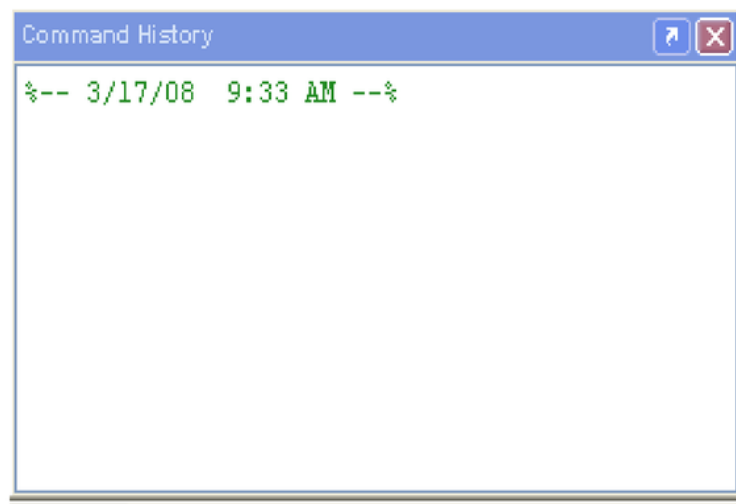


**Gambar 12. Tampilan *Current Directory***

Fungsi current directory adalah memilih direktori aktif yang akan digunakan oleh pengguna Matlab

### 4. COMMAND HISTORY

Tampilan command history adalah sebagai berikut :

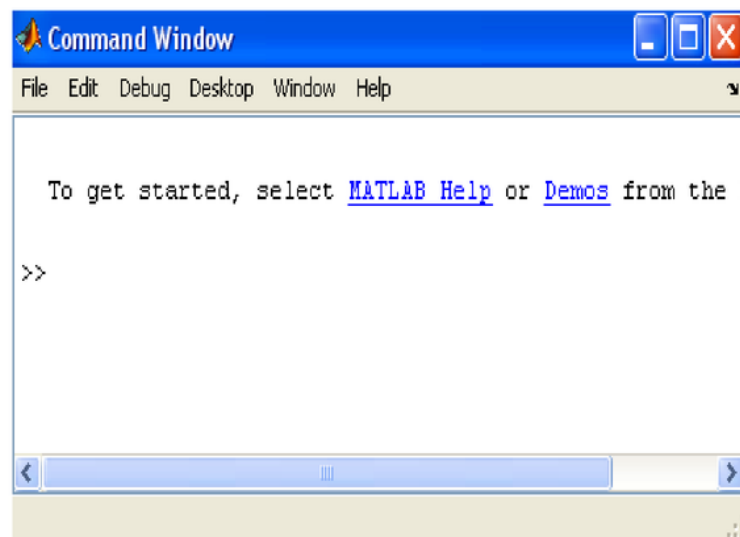


**Gambar 13. Tampilan *Command History***

Command history fungsinya adalah untuk merekam perintah-perintah yang pernah dilakukan.

## 5. COMMAND WINDOW

Tampilan command window adalah sebagai berikut:

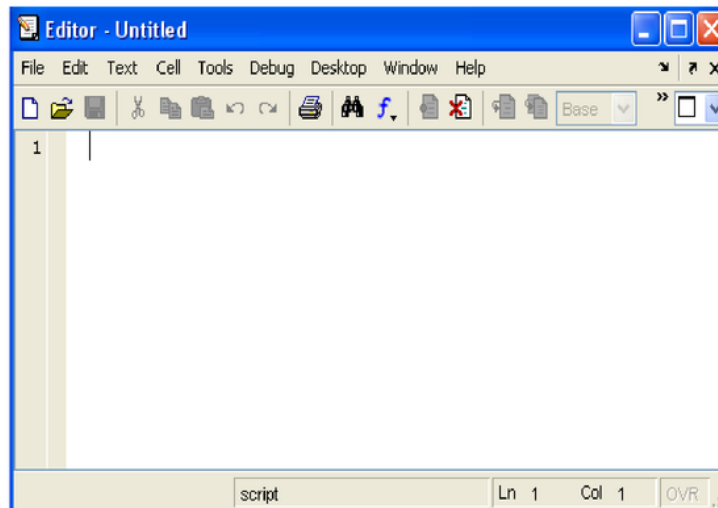


**Gambar 14. Tampilan *Command window***

Fungsi command window adalah tempat menulis seluruh perintah Matlab yang digunakan. Command window merupakan tempat programmer berinteraksi dengan Matlab.

## 6. MATLAB EDITOR

Tampilan **Matlab editor** adalah :



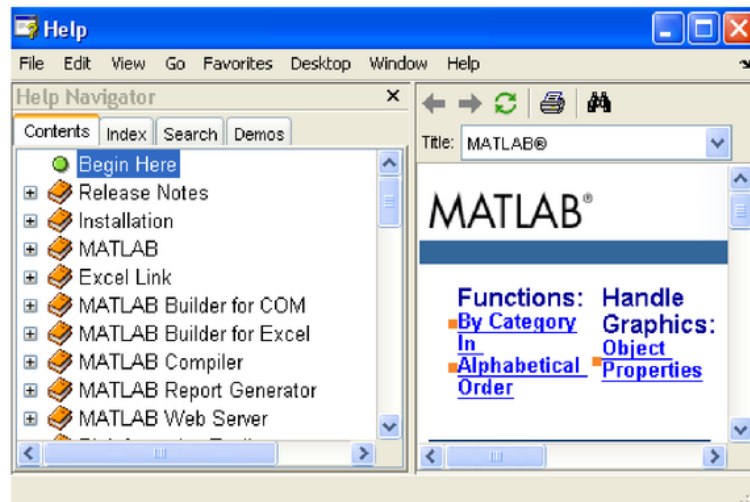
**Gambar 15. Tampilan Matlab Editor**

Fungsi Matlab Editor adalah membuat Matlab script program (m.file) Untuk menampilkan Matlab editor, digunakan perintah dengan klik pada menu **File-New-M.file** atau dengan megetik **>> edit** pada **command window**.

## 7. HELP

Tampilan menu **help** dalam Matlab adalah sebagai berikut:





Gambar 16. Tampilan Help

## 4.2 CONTOH ILUSTRASI :

### RANCANGAN GUI MATLAB UNTUK ME-GENERATE BILANGAN RANDOM DENGAN ALGORITMA : " MID SQUARE GENERATOR "

Pada pemodelan dan simulasi dan model-model probalistik untuk menirukan sedekat mungkin fenomena-fenomena alam yang sedang diobservasi , diperlukan suatu distribusi **random variable** yang memiliki **randomness** yang memadai dengan simulasi tersebut. Karena itu diperlukan suatu metode pemilihan **random number generator** yang tepat. Random number yang digunakan harus terdistribusi secara uniform, yaitu pada  $(0,1)$ (Law,2000)

Barisan random number yang di-**generate** oleh generator harus memiliki sifat :

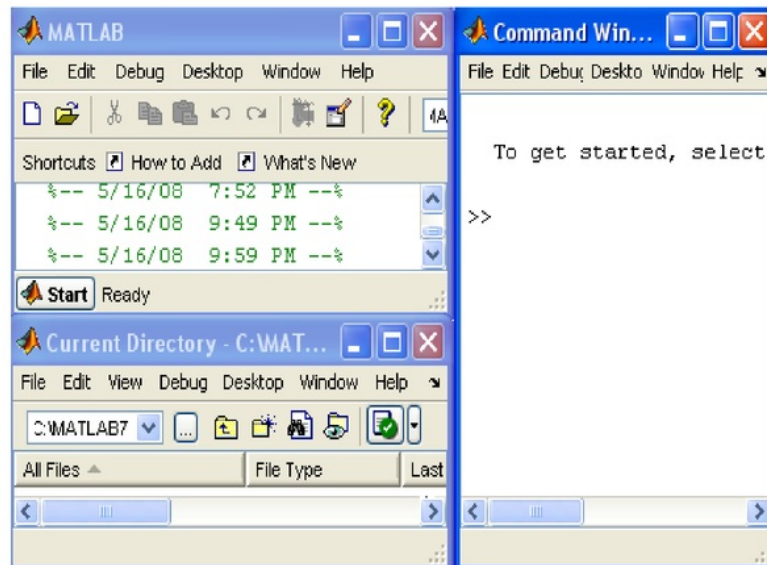
1. Barisan yang dihasilkan harus terbatas dan semua nilai yang mungkin, harus muncul dengan peluang yang sama
2. Bilangan random yang berurutan letaknya tidak terdapat korelasi
3. Barisan harus mempunyai **long cycle** (periode siklus panjang)

Periode yang panjang saja tidak cukup untuk suatu random number generator dikatakan baik. Nilai-nilai bilangan random harus tersebar secara uniform. Dalam me-**generate**

bilangan random dengan algoritma *"Mixed Concruential Generator"* melalui beberapa tahap sebagai berikut :

### 1. Buka halaman Utama Matlab :

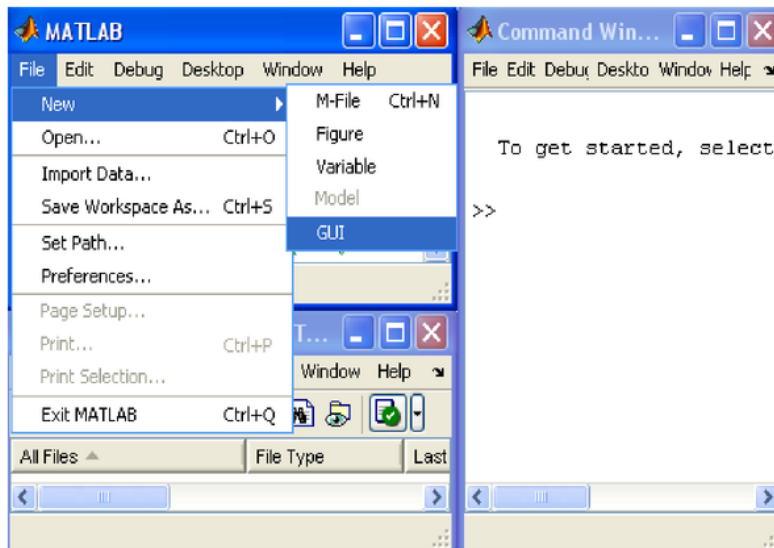
Yaitu dengan mengklik icon Matlab pada computer , maka akan muncul tampilan gambar sebagai berikut :



Gambar 17. Tampilan Matlab

### 2. Membuka File GUI Baru

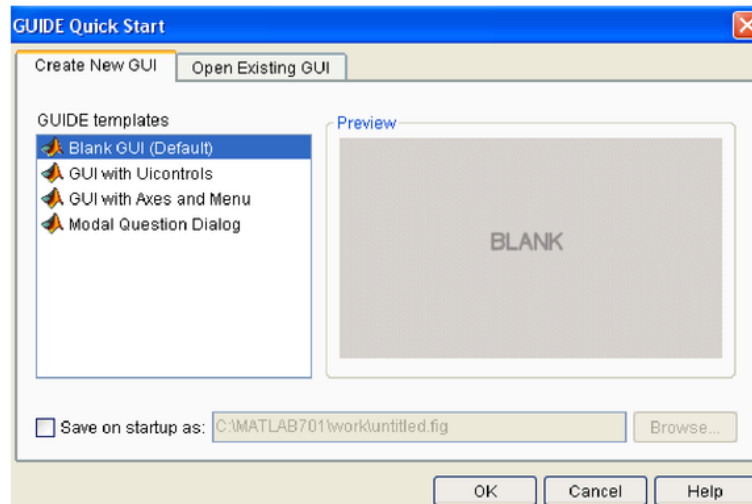
Dari tampilan Matlab kita mengklik **File** kemudian ke **New** lalu mengklik **GUI** seperti tampilan berikut:



**Gambar 18. Tampilan Membuka GUI**

### 3. Klik Sub menu GUI

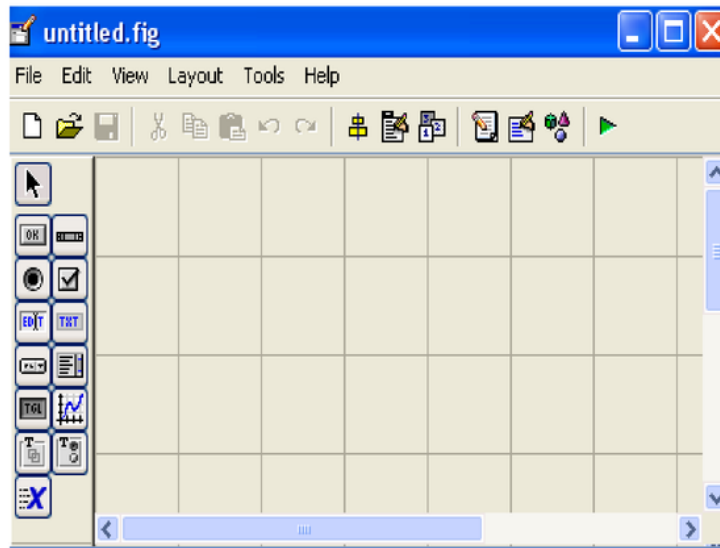
Selanjutnya klik sub menu **GUI** maka akan tampil gambar sebagai berikut :



**Gambar 19. Tampilan GUI Matlab**

#### 4. Pilih Blank

Kemudian melalui tampilan **GUI Matlab** tersebut di atas dipilih **Blank** kemudian klik **OK** dan akan muncul tampilan sebagai berikut:



Gambar 20. Tampilan *Work sheet*

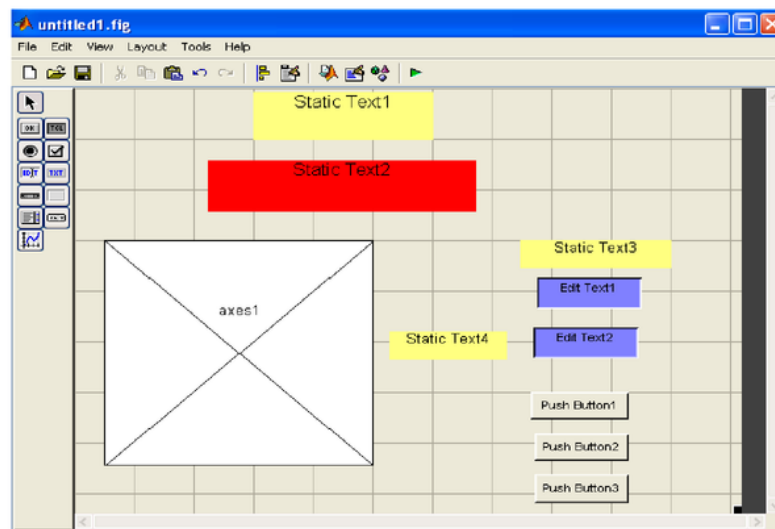
Dengan **work sheet** inilah dirancang disain untuk **GUI** yang akan digunakan untuk **me-generate** Bilangan Random

Salah satu cara untuk me-generate bilangan random adalah dengan **Algoritma "Mid Square Generator"**. Metode ini diusulkan oleh **Von Neumann** pada tahun 1951. Pada contoh ilustrasi simulasi ini dipilih  $p = 2$ , dimana urutan langkah langkahnya adalah sebagai berikut :

1. Tentukan nilai awal (**seed**) 2 (dari nilai  $p$ ) digit yang akan dijadikan bilangan random pertama
2. Kuadratkan nilai random sebelumnya
3. Ambil dua digit tengah nilai hasil , sebagai nilai random yang baru
4. Hitung  $u(i) = \text{bilangan random} / 10^2$
5. Kembali pada langkah ke 2, dan seterusnya diulang ulang sejumlah bilangan yang diinginkan.

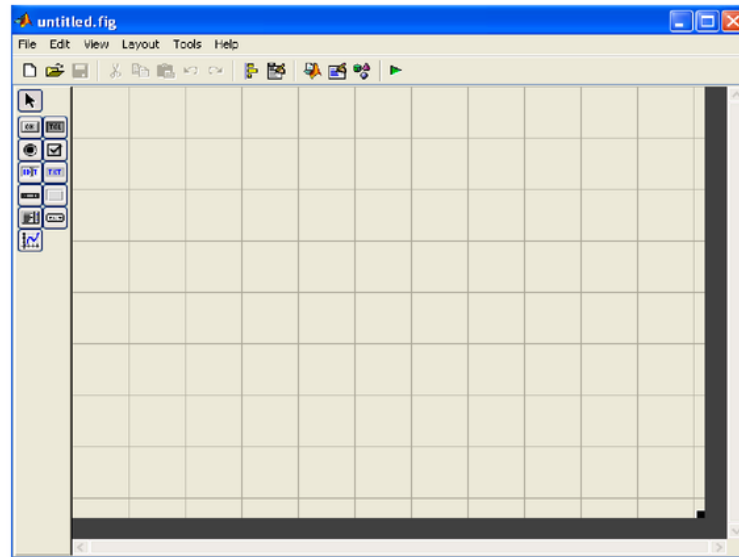
## 6. Merancang komponen GUI .

- a. Klik salah satu dari komponen *pallet* yang akan anda tempatkan pada *worksheet* area
- b. Pindahkan (*drag*) kursor ke worksheet area dan tempatkan komponen tersebut sesuai dengan rancangan.
- c. Besar kecilnya objek dapat diatur sesuai dengan rancangan yang diinginkan dengan cara menempatkan kursor pada ujung kotak.
- d. Sebagai catatan komponen yang telah ditempatkan pada worksheet masih belum berfungsi













Gambar 21. Hasil rancangan GUI

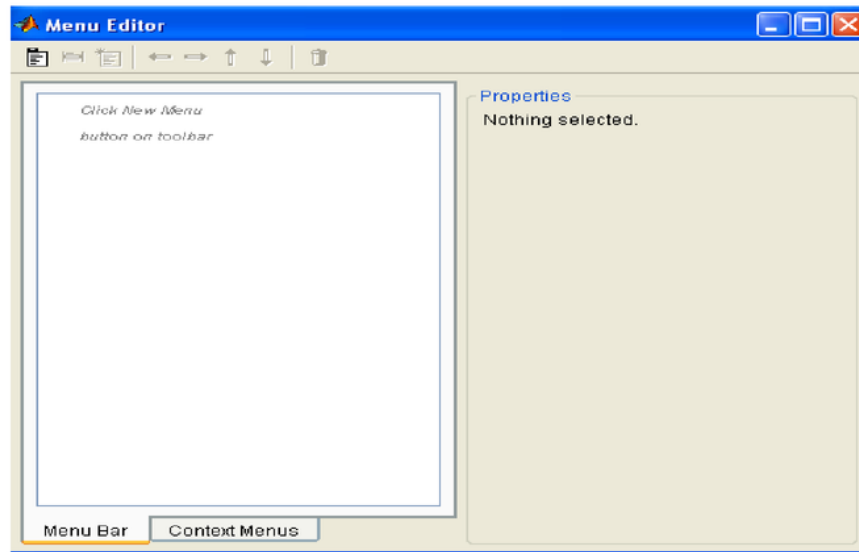
Setelah membuat komponen-komponen **GUI** dalam keadaan kosong pada lembar kerja **GUI**, kita akan mengisi area-area tersebut sesuai dengan kebutuhan dalam simulasi bilangan random dengan memperhatikan *pallet* disamping lembar kerja **GUI** karena masing-masing mempunyai tugas yang berbeda beda seperti tampak di bawah ini:





**Gambar 22. Tampilan Toolbar GUI Matlab**

Adapun bagian bagian itu adalah :

- a. **New**  Untuk membuka lembar kerja **GUI Matlab** yang baru
- b. **Open**  untuk membuka file **Matlab** yang sudah tersimpan
- c. **Save**  untuk menyimpan **GUI** yang sudah dibuat
- d. **Cut**  untuk menghapus komponen **GUI** supaya dapat disalin kembali
- e. **Copy**  untuk mengkopi komponen **GUI** supaya dapat disalin
- f. **Paste**  untuk menyalin komponen **GUI** yang telah dihapus atau dikopi
- g. **Undo**  untuk mengembalikan suatu perintah sebelumnya
- h. **Redo**  untuk mengembalikan perintah yang dilakukan sebelumnya
- i. **Align Objects**  untuk merapikan beberapa komponen **GUI**
- j. **Menu Editor**  terdapat dua menu yaitu :
  - **Menu Bar** : untuk membuat **menu** pada figure yang bersangkutan
  - **Conteks Menu** : klik kanan mouse pada komponen di menu yang didefinisikan



**Gambar 23. Tampilan Menu Editor**

- k. <sup>1</sup>  untuk membuka script program GUI pada M-file
- l. **Property Inspektor**  untuk membuka property komponen GUI yang dibuat

















**Gambar 24. Tampilan Property Inspector**

Disamping itu ada juga Komponen-Komponen GUI yang posisinya Vertical pada bagian


lembar kerja GUI, sebagai berikut :

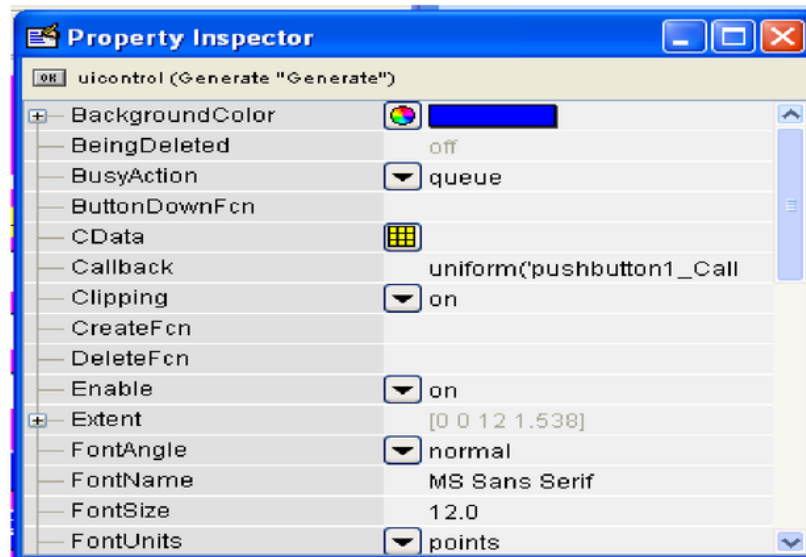
- a. **Select**  untuk menuntun kembali pada kursor utama
- b. **Push Button**  merupakan tombol yang jika diklik akan menghasilkan suatu tindakan
- c. **Toggle Button**  menyerupai push button hanya jika push button di klik ,tombol akan kembali ke posisi semula, sebaliknya jika toggle button diklik tombol tidak akan kembali ke posisi semula kecuali diklik kembali
- d. **Radio Button**  merupakan kontrol yang digunakan untuk memilih satu pilihan dari beberapa pilihan yang ditampilkan
- e. **Check Box**  merupakan control yang digunakan untuk memilih satu tau lebihpilihan dari beberapa pilihan yang ditampilkan
- f. **Edit Text**  merupakan kontroln untuk menginputkan atau memodifikasi teks

- g. **Static Text**  merupakan control untuk membuat teks label
- h. **Pop Up Menu**  merupakan control yang digunakan untuk membuka tampilan daftar pilihan yang telah didefinisikan dengan mengklik tanda panah yang terdapat pada pop up menu
- i. **Frame**  merupakan kotak tertutup yang dapat kita gunakan untuk mengelompokkan control yang berhubungan kecuali axes.
- j. **List Box**  merupakan control yang digunakan untuk menampilkan semua daftar item, kemudian pengguna memilih item-item yang ada
- k. **Slider**  Slider menerima masukan berupa angka pada suatu range tertentu dimana pengguna menggeser control pada slider
- l. **Axes**  untuk menampilkan grafik pada gambar

Selama bekerja pada *worksheet GUI, Property Inspector* sangat berperan dalam mengatur area lembar kerja GUI, karena *Property Inspector* akan digunakan untuk menggenarate bilangan random dengan "*Metode Mid Square Generetor*"

Adapun langkah-langkah yang ditempuh adalah:

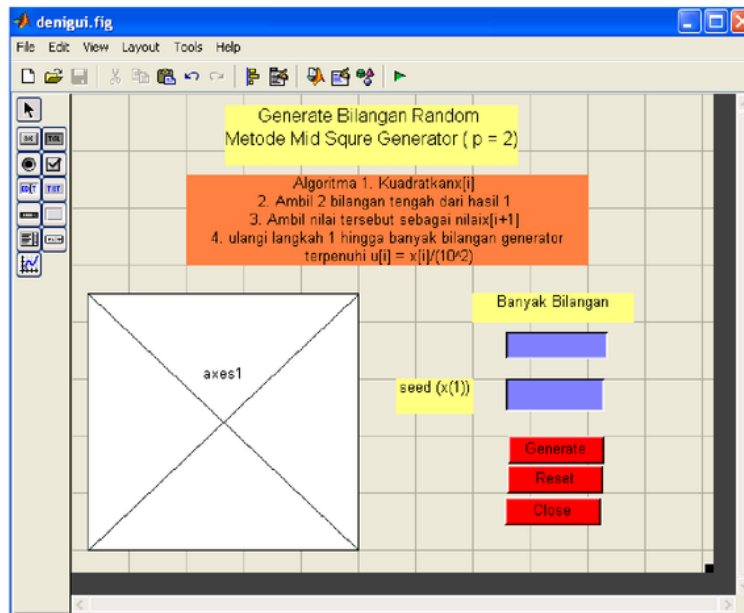
- a. Arahkan mouse ke *Icon static text* kemudian klik kiri, selanjutnya arahkan *mouse* ke lembar kerja lalu klik di tempat yang dikehendaki.
- b. Buka *property Inspector* dengan mengklik pada icon  dalam gambar 15, maka tampil gambar berikut.



Gambar 25. Kotak Dialog

- c. Pilih **BackgroundColor** untuk menentukan warna **background**, pilih **foregroundColor** untuk menentukan warna huruf, pilih **fontsize** untuk menentukan ukuran huruf, pada string ketik kalimat **Generate Bilangan Random Metode Mid Square Generator**
- d. Selanjutnya ulangi langkah a dan b.
- e. Pilih **BackgroundColor** untuk menentukan warna **background**, pilih **ForegroundColor** untuk menentukan warna huruf, pilih **FontSize** untuk menentukan ukuran huruf, pada string ketik kalimat **“Algoritma, 1.Kuadratkan  $x[i]$ , 2. Ambil 2 bilangan tengah dari hasil 1, 3. Ambil nilai tersebut sebagai nilai  $x[x+i]$ , 4.Ulangi langkah 1 hingga banyak bilangan generator terpenuhi  $u[i] = x[i]/[10^2]$ ”**
- f. Arahkan mouse ke **Axes** untuk membuat tempat grafik pada lembar kerja GUI.
- g. Pilih **BackgroundColor** untuk menentukan warna **background**, pada string kata **Static Text** dihapus.
- h. Pilih **BackgroundColor** untuk menentukan warna **background**, pilih **foregroundColor** untuk menentukan warna huruf, pilih **fontsize** untuk menentukan ukuran huruf, pada string ketik kalimat **Banyak Bilangan**.

- i. Pilih **BackgroundColor** untuk menentukan warna background, pilih **foregroundColor** untuk menentukan warna huruf, pilih **fontsize** untuk menentukan ukuran huruf, pada string ketik **seed(x(1))**
- j. Arahkan **mouse** ke **Edit Text** lalu klik, selanjutnya arahkan **mouse** kelembar kerja lalu klik di bawah Banyak Bilangan.
- k. Pilih **BackgroundColor** untuk menentukan warna **background**, pilih **foregroundColor** untuk menentukan warna huruf, pilih **fontsize** untuk menentukan ukuran huruf, pada **string** kata **Edit Text** dihapus.
- l. Pilih **BackgroundColor** untuk menentukan warna **background**, pilih **foregroundColor** untuk menentukan warna huruf, pilih **fontsize** untuk menentukan ukuran huruf, pada string kata **Edit Text** dihapus, disamping **seed(x(1))**.  
Arahkan **mouse** ke **Push Button** lalu klik, selanjutnya arahkan **mouse** kelembar kerja lalu klik di bawah.
- m. Pilih **BackgroundColor** untuk menentukan warna background, pilih **foregroundColor** untuk menentukan warna huruf, pilih **fontsize** untuk menentukan ukuran huruf, pada string ketik **Generate**, sebagai push button 1.
- n. Arahkan mouse ke **Push Button** lalu klik, selanjutnya arahkan mouse kelembar kerja lalu klik di bawah **Generate**.
- o. Pilih **BackgroundColor** untuk menentukan warna **background**, pilih **foregroundColor** untuk menentukan warna huruf, pilih **fontsize** untuk menentukan ukuran huruf, pada string ketik **Reset**, sebagai **push button 2**
- p. Arahkan **mouse** ke **Push Button** lalu klik, selanjutnya arahkan mouse kelembar kerja lalu klik di bawah **Reset**.
- q. Pilih **BackgroundColor** untuk menentukan warna **background**, pilih **foregroundColor** untuk menentukan warna huruf, pilih **fontsize** untuk menentukan ukuran huruf, pada **string** ketik **Close**, sebagai **push button 3**.
- r. Maka akan diperoleh tampilan gambar sebagai berikut :



Gambar 26. Rancangan GUI belum berfungsi

```

C:\MATLAB6p5p1\work\denigui.m
File Edit View Text Debug Breakpoints Web Window Help
[Toolbar icons] Stack Base
1 function varargout = denigui(varargin)
2 % DENIGUI M-file for denigui.fig
3 % DENIGUI, by itself, creates a new DENIGUI or raises the existing
4 % singleton*.
5 %
6 % H = DENIGUI returns the handle to a new DENIGUI or the handle to
7 % the existing singleton*.
8 %
9 % DENIGUI('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...) calls the local
10 % function named CALLBACK in DENIGUI.M with the given input arguments.
11 %
12 % DENIGUI('Property','Value',...) creates a new DENIGUI or raises the
13 % existing singleton*. Starting from the left, property value pairs are
14 % applied to the GUI before denigui_OpeningFunction gets called. An
15 % unrecognized property name or invalid value makes property application
16 % stop. All inputs are passed to denigui_OpeningFcn via varargin.
17 %
18 % *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows only one
19 % instance to run (singleton)".
20 %
21 % See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

```

Gambar 27. M.file untuk rancangan GUI

Namun tampilan ini belum berfungsi mengoperasikan lembar kerja GUI karena belum didukung dengan program M-file yang berkaitan. Agar lembar kerja GUI berfungsi maka program M-file seperti dibawah perlu dimasukkan kedalam komponen GUI yang berkaitan:

```
5
% --- Executes on button press in pushbutton1.

function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)

% hObject handle to pushbutton1 (see GCBO)

% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB

% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)

x(1)=str2num(get(handles.edit2,'string'));

n=str2num(get(handles.edit1,'string'));
```

Kemudian masukkan program ( yang sudah dibuat m.filenya ) , sebagai berikut :

```
29
x(1)=str2num(get(handles.edit2,'string'));

n=str2num(get(handles.edit1,'string'));

u(1)=x(1)/100;

for i=2:41

kuad=x(i-1)^2;

str=int2str(kuad);

ukur=size(str);

ukur2=ukur(2)

if ukur2>3;

baru=str(2:3);
```

```

elseif ukur2>2;

    baru=str(1:2);

elseif ukur2>1;

    baru=str(1);

end

x(i)=str2num(baru);

u(i)=x(i)/100;

end

x(i);

a=[u(1:40)];

b=[u(2:41)];

plot(a,b,'g. ');

xlabel('u(i)');

ylabel('u(i+1)');

title('Struktur Lattice Midsquare');

```

**Selanjutnya di bawah pushbutton 2, ketik :**

```

% --- Executes on button press in pushbutton2.

function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)

% hObject handle to pushbutton2 (see GCBO)

% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB

```



```
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

Masukkan pula :

```
set(handles.edit1,'string','');
```

```
set(handles.edit2,'string','');
```

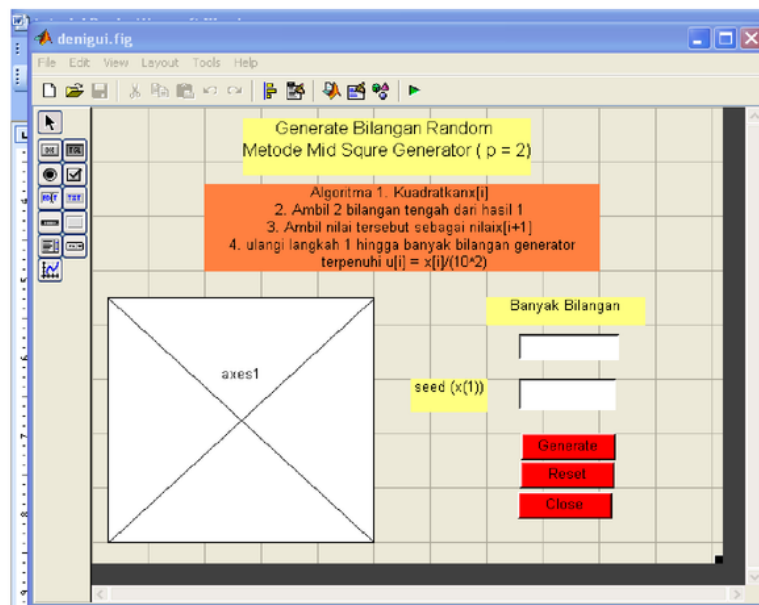
```
plot(0);
```

Dan terakhir (karena hanya didisain 3 pushbutton,yaitu untuk *RUN*, *Reset*, dan *Exit*), yaitu

dibawah push button 3, ketik :

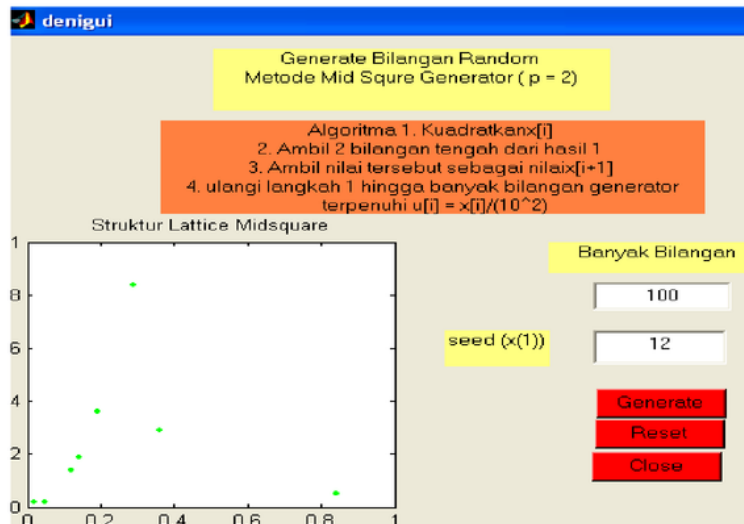
```
Delete(handles.figure1).
```

Dengan demikian simulasi akan bilangan random dengan menggunakan Metode Mid Square Generator ( $p=2$ ) dapat kita lakukan, seperti tampak pada gambar berikut:



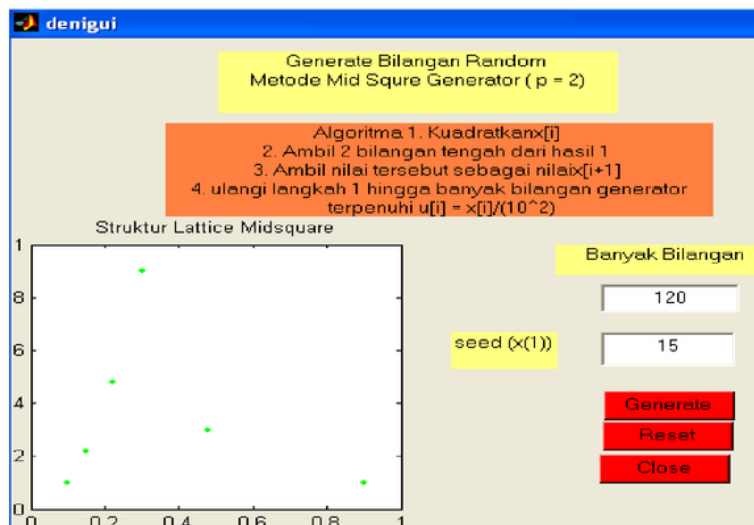
Gambar 28. Rancangan GUI Siap Digunakan

Misalkan masukkan jumlah bilangan 100 dengan nilai awal 12 maka akan diperoleh hasil simulasi sebagai berikut :



Gambar 29. Hasil Simulasi Jumlah Bilangan 100 dengan seed 12

Untuk memperoleh himpunan bilangan random yang lain, tekan **Button Reset**, kemudian gantikan input pada kotak banyak bilangan dan bilangan awal dengan bilangan lain, seperti pada contoh di bawah ini :



Gambar 30. Hasil Simulasi Jumlah Bilangan 120 dan seed 15

Hal lain yang perlu diperhatikan dalam simulasi adalah , meskipun digenerate sebanyak 100 atau lebih bilangan, namun yang muncul pada **struktur lattice** hanya beberapa titik. Hal ini dikarenakan mulai pada bilangan ke 9 dan seterusnya, bilangan yang dihasilkan adalah nol. Bilangan yang jelas ditunjukkan berikut ini adalah : {12, 14, 19, 36, 84, 5, 2, 0, 0, ... .

#### 4.3 SIMULASI MODEL PERTUMBUHAN POPULASI

Untuk melakukan simulasi model Pertumbuhan Populasi memilih pendekatan model deterministik atau model stokastik yang tepat adalah langkah pertama yang perlu diselesaikan

Berikut ini adalah langkah langkah yang dikerjakan terlebih dahulu :

- (1) Model Pertumbuhan populasi dikembangkan dengan pendekatan deterministic, kemudian dianalisa apakah ada unsure ketidak pastian pada model, apabila ya, maka dikerjakan langkah berikutnya.
- (2) Model Pertumbuhan populasi dikembangkan dengan pendekatan model stokastik,pada langkah ini perlu dicermati bagian mana dari model yang perlu didekati secara stokastik.
- (3) Selanjutnya , pendekatan model deterministik atau model stokastik yang sesuai untuk simulasi , dikembangkan terlebih dahulu algoritma dari model tersebut.Kemudian pada langkah berikut dilakukan pemrograman dalam **matlab script ( m.file )**

Langkah yang efisien untuk menganalisis dan memahami fenomena alam yang kompleks adalah dengan melakukan pemodelan matematika dari fenomena tersebut. Model adalah suatu bentuk struktur/mechanisme yang digunakan untuk menginterpretasikan bagian dari realitas. Tujuan dari pengembangan suatu model adalah untuk mempelajari sesuatu yang menjadi pusat perhatian tentang realitas, yaitu dengan menganalisa model dari observasi langsung suatu realitas.

Untuk mengembangkan suatu model, perlu ditentukan, bagian mana realitas yang ingin dikaji dan aspek mana dari *real world* tersebut yang ingin dipahami perilakunya. Bagian dari realitas yang akan dimodel ini disebut sebagai *object system* atau UoD (*Universe of Discourse*). Objek dan sistem dapat dijelaskan dengan bahasa natural, namun demikian bahasa natural memiliki kelemahan, yaitu dapat menimbulkan *ambiguity & redundancy*. Oleh karena itu dalam memodelkan suatu sistem diperlukan bahasa formal yang terstruktur. Suatu bahasa disebut formal bila dapat memberi spesifikasi, bagian kalimat yang mana yang termasuk dalam bahasa, dan bagian kalimat mana yang tidak termasuk dalam bahasa. Sedangkan bahasa disebut terstruktur bila fakta tertentu dari *real world* dapat diekspresikan oleh bahasa tersebut dengan satu cara (*Boman, 1997*). Banyak peneliti yang tidak menyadari bahwa baik pendekatan model deterministik maupun stokastik, keduanya berperan penting untuk menganalisis suatu system. Orientasi hanya pada salah satu pendekatan saja dapat mengakibatkan hasil yang fatal. Misalkan pada pertumbuhan populasi akan membesar, maka model deterministik sudah cukup untuk mendapatkan pemahaman perilaku dari system biologis. Jika sewaktu-waktu jumlah populasi bisa mengecil, maka yang diperlukan adalah model stokastik (*Renshaw, 1993*).

Dengan menggunakan pendekatan kedua model tersebut, maka dapat dipastikan bahwa tidak akan terjebak dalam *fantasi deterministik* atau *unnecessary mathematical detail*.

<sup>2</sup> Informasi pada perilaku realisasi bisa diperoleh dengan melakukan simulasi secara berulang-ulang pada model dengan bantuan komputer. Ini bukan hanya akan mempermudah melihat kemungkinan perbedaan perilaku, tapi juga akan menghasilkan kemungkinan terlihatnya komponen yang tidak ditemukan di lapangan atau di laboratorium (*Renshaw, 1993*).

Dengan kata lain bahwa <sup>2</sup> simulasi sangat membantu dalam menemukan suatu model matematis yang tepat guna menggambarkan fenomena alam atau perilaku suatu sistem sehingga dapat diramalkan proses sistem yang akan datang.

Menurut *Renshaw (1993)* pendekatan deterministik dengan formula klasik yaitu menyatakan  $N(t)$  sebagai ukuran populasi pada waktu  $t$ , sehingga pertumbuhan populasi pada interval waktu yang panjangnya  $h$ , untuk setiap satu individu adalah :

$$\lambda \times h \text{ (rate x time),}$$

dan pertumbuhan untuk seluruh populasi  $N(t)$  adalah :

$$\lambda \times h \times N(t).$$

Jadi:

$$N(t+h) = N(t) + \lambda h N(t) \quad (1)$$

Bila kedua ruas dibagi dengan  $h$ , diperoleh

$$\lambda N(t) = [N(t+h) - N(t)] / h \quad (2)$$

Misalkan nilai  $h$  mendekati nol (limit  $h \rightarrow 0$ ), diperoleh persamaan diferensial:

$$\lambda N(t) = [dN(t)] / dt \quad (3)$$

bila diintegrasikan diperoleh :

$$N(t) = N(0) \exp(\lambda t) \quad (4)$$

Dengan  $N(0)$  adalah populasi awal pada  $t = 0$ . Bila diambil logaritma pada kedua ruas dari persamaan (4), maka diperoleh

$$\ln[N(t)] = \ln[N(0)] + \lambda t \quad (5)$$

Relasi tersebut sangat bermanfaat untuk melihat apakah data set menunjukkan pertumbuhan eksponensial atau tidak, karena bila diplot kurva dari  $\log e[N(t)]$  versus  $t$  seharusnya menunjukkan kurva yang mendekati linier.

Dari model stokastik ini terdapat definisi dan dasar teori dalam pengambilan keputusan, termasuk teori peluang yang sangat bermanfaat.

Teori peluang menyediakan berbagai model bermanfaat yang cocok untuk mendeskripsikan dan menginterpretasikan masalah yang kompleks. Dengan teori tersebut dapat diperoleh *sufficient closeness* antara keadaan ideal dan riilnya, sehingga membuat hasilnya bermanfaat. Pengulangan prosedural berbagai *outcomes* memungkinkan untuk

mendeteksi *order*, formulasi model, dan pemilihan teori dengan *selected measures of effectiveness*.

Penyajian biasanya dicek dengan data aktual. Bila berhasil pada limit tertentu, maka teorinya dapat digunakan untuk tujuan peramalan. Model pada persamaan (4) tersebut di atas adalah *purely* deterministik karena setiap individu diasumsikan berkembang dengan kenaikan/ tingkatan yang konstan (*completely predictable*). Pada kenyataannya, pertumbuhan populasi bersifat stokastik (random) (Renshaw, 1993).

Misalkan pertumbuhan sel yang berkembang dengan membelah dirinya, maka jelas bahwa sel tersebut berkembangnya tidak pada interval waktu tertentu, tetapi harus dideskripsikan pada interval tersebut dengan probabilitas tertentu. Di samping itu ukuran observasi populasi hanya dapat menggunakan nilai-nilai integer saja, misalnya 1, 2, 3, ... sedangkan pada model persamaan (4) dapat menghasilkan bilangan desimal misal 1,345 atau bilangan  $\pi$

dan sebagainya dari  $N(0)$ . Kelemahan tersebut dapat diatasi bila digunakan pendekatan stokastik pada proses. Misalkan pada interval waktu  $h$ , probabilitas bahwa suatu sel membelah diri adalah  $\lambda h$ . Sedangkan untuk suatu populasi yang berukuran  $N$  pada waktu  $(t + h)$ , ada kemungkinan terjadi kelahiran dari interval  $N$  pada waktu  $t$  ke  $(t + h)$  atau dari  $N-1$  pada waktu  $t$  ke  $(t + h)$ . Dengan memilih yang cukup kecil dapat dijamin bahwa probabilitas munculnya kelahiran lebih dari satu dapat diabaikan. Karena probabilitas ukuran  $N$  menjadi  $N+1$  pada interval  $(t, t + h)$  adalah  $(\lambda h) \times N$ , maka probabilitas tidak ada pertumbuhan pada interval  $(t, t + h)$  konsekuensinya adalah  $1 - \lambda h N$ , begitu pula probabilitas bertambahnya populasi dari  $N-1$  ke  $N$  pada interval  $(t, t + h)$  menjadi  $\lambda (n-1)h$ .

Jadi dapat dinotasikan:

$$PN(t) = \text{Pr (populasi ukuran } N \text{ pada waktu } t)$$

Sehingga:

$$PN(t + h) = PN(t) \times \text{Pr \{tidak terjadi kelahiran pada } (t, t + h)\}} \\ + P(N-1)(t) \times \text{Pr\{terjadi satu kelahiran pada } (t, t + h)\}},$$



atau

$$PN(t+h) = PN(t) \times (1-\lambda Nh) + PN-1(t) \times \lambda(N-1)h \quad (6)$$

Bila kedua ruas dibagi dengan h, maka :

$$[PN(t+h)-PN(t)] / h = -\lambda NP(t) + \lambda(N-1)PN-1(t) \quad (7)$$

dan untuk h mendekati 0, diperoleh persamaan diferensial

$$[dPN(t)]/dt = -\lambda NP(t) + \lambda(N-1)PN-1(t) \quad (8)$$

untuk :  $N = N(0), N(0)+1, \dots$

Solusi dari persamaan (8) diselesaikan dengan menggunakan distribusi *negative binomial*.

$$P_N(t) = \binom{N-1}{N_0-1} e^{\lambda n_0 t} (1-e^{-\lambda t})^{N-n_0} \quad (N = n_0, n_0+1, \dots) \quad (9)$$

Untuk kemudahan penulisan  $N(0)$  selanjutnya akan ditulis dengan  $n_0$ .

Notasi  $\lambda$  dan t muncul hanya dalam bentuk perkalian ( $\lambda t$ ), sehingga untuk  $\lambda$  besar dengan t kecil nilai probabilitasnya sama dengan  $\lambda$  kecil dengan t yang besar. Mean dan varians dari bentuk binomial negatif adalah:

$$m(t) = n_0 e^{\lambda t} \quad \text{dan} \quad V(t) = n_0 e^{\lambda t} (e^{\lambda t} - 1) \quad (10)$$

Untuk  $n_0 = 1$  distribusi binomial negatif tereduksi menjadi distribusi *geometrik*, sebagai berikut:

$$P_N(t) = e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^{N-1} \quad (11)$$



Karena nilai-nilai dari  $1 - \exp(-\lambda t)$  terletak di antara 0 dan 1 untuk semua nilai positif  $\lambda t$  maka distribusinya akan berbentuk **J-shaped**. Jika  $n_0 > 1$  maka persamaan (9) disebut **J-shaped** untuk nilai  $\lambda t$  yang kecil. Tetapi sebaliknya naik ke nilai maksimum  $N = N_m$ , maka  $N_m$  akan ditentukan dengan menggunakan rasio suku-suku yang berurutan, sebagai berikut:

$$(N-1)[P_N(t)]/[P_{N-1}] = (1 - e^{-\lambda t}) \quad (12)$$

$N - n_0$  nilainya akan sama dengan 1 bila  $N = N_m$ .

Jadi

$$(N_m - 1)(1 - e^{-\lambda t}) = N_m - n_0$$

menghasilkan formula

$$N_m = (n_0 - 1)e^{\lambda t} + 1 \quad (13)$$

yang nilainya sedikit lebih kecil dibandingkan dengan  $n_0 \exp(\lambda t)$  (mean).

Dari persamaan (8), bila  $t$  bertambah maka  $V(t)/n_0$  akan naik sebagai kuadrat dari  $m(t)/n_0$ , hal tersebut dapat memicu interpretasi yang keliru, yaitu proses  $\{N(t)\}$  semakin menjauh meninggalkan **mean  $m(t)$** . Padahal untuk melihat apa sebenarnya yang terjadi adalah dengan melihat koefisien variasinya :

$$\{V(t)\}m(t) = \frac{n_0 e^{\lambda t} (e^{\lambda t} - 1)}{n_0 e^{\lambda t}} = \frac{(1 - e^{-\lambda t})}{n_0} \cong \frac{1}{n_0} \quad (14)$$

untuk  $t$  besar. Bila populasi awal bertambah maka nilai persamaan (14) akan mendekati 0, hal ini menunjukkan bahwa terjadi variasi yang besar disekitar **mean  $m(t) = n_0 \exp(\lambda t)$**  yang berasosiasi dengan nilai  $n_0$  yang kecil.

Meskipun distribusi populasi dari probabilitas  $\{PN(t)\}$  tidak menunjukkan secara eksplisit bagaimana bentuk realisasi dari proses yang sebenarnya, tetapi hanya menunjukkan sifat-sifat distribusinya saja. Di samping itu perilaku mean yang disajikan dengan  $m(t)$  mungkin berbeda dengan perilaku individu pada realisasi. Komplikasi lainnya adalah solusi

deterministik dari persamaan (4) sesuai dengan mean dari persamaan (10), kecocokan tersebut tidak berlaku untuk seluruh proses populasi. Syarat cukup untuk kecocokan tersebut adalah setiap individu dari populasi berkembangnya secara *independen* dari lainnya (*Renshaw, 1993*).

Kata *simulasi* adalah suatu istilah *generic* yang menjelaskan berbagai aktivitas, misalnya *video games* yang rumit, *model konstruksi jembatan* atau *model pesawat* yang dibuat oleh para insinyur, dan lain sebagainya. Bila istilah simulasi digunakan oleh para *ilmuwan komputer, statistikawan, dan ilmuwan manajemen*, yang dimaksud adalah suatu model abstrak yang menyajikan suatu sistem dari dunia nyata. Simulasi menguraikan aspek yang berhubungan dari suatu sistem sebagai rangkaian persamaan dan hubungan yang digunakan pada program komputer (*Boman, 1997*).

Pada umumnya suatu model dikonstruksi terlebih dahulu untuk digunakan sebagai eksperimen dengan model tersebut, daripada melakukan eksperimen langsung dengan riil, hal ini dikarenakan oleh tiga alasan berikut :

- (1) Sistemnya belum eksis, sehingga simulasi dapat digunakan misalnya untuk perencanaan suatu fasilitas produksi atau membangun rumah sakit baru;
- (2) Eksperimen dengan sistem riil sangat mahal. Pemodelan, dapat digunakan untuk pertimbangan apakah perlu mengeluarkan dana besar untuk pembelian peralatan baru;
- (3) Eksperimen dengan sistem riil tidak **appropriate**, misal pelayanan rumah sakit, polisi dan ambulan digunakan untuk simulasi suatu kecelakaan yang skalanya besar.

Bila simulasi dianggap sebagai "kotak hitam" (*black box*), maka simulasi harus menyediakan *output* atau *responses* yang dikaitkan dengan tujuan simulasi yang telah disusun. Kotak hitam tersebut harus diberi *input* agar diperoleh informasi tentang keadaan dari sistem yang dimodel. Beberapa variabel *input* terkontrol oleh hal-hal yang mengatur sistem riilnya. Variabel semacam itu disebut *decision variable*. *Input* tersebut dapat diubah-ubah untuk melihat efeknya pada *output* atau *responses variable* (*Bratley, 1987*).

Klasifikasi tersebut sangat membantu dalam menentukan tipe analisis dan eksperimen yang akan diperlukan (**Bratley, 1987**). Dalam penelitian ini simulasi digunakan untuk tujuan investigasi, yaitu ingin mengetahui perilaku sistem dalam hal ini perilaku pertumbuhan penduduk di

Informasi tentang bentuk realisasi individu mungkin dapat diperoleh dengan melakukan simulasi pada proses. Teknik simulasi ini tidak hanya memberikan pertimbangan yang mendalam dari proses, tetapi dapat juga mengungkapkan fitur-fitur perilaku lainnya yang tidak diantisipasi sebelumnya. Karena *even'* adalah ukuran populasi yang bertambah 1, maka yang dapat dilakukan adalah mengkonstruksi waktu antar-*event* untuk disimulasi (**interevent times**). Dalam hal ini akan diperoleh dua hasil, yaitu:

- 1) bila populasi ukuran **N**, maka waktu **S** untuk *event* berikutnya adalah random variabel yang berdistribusi eksponensial dengan probabilitas:

$$\Pr(S \geq s) = \exp(-\lambda N s), (s \geq 0) \quad (15)$$

- 2) Untuk simulasi nilai **s** dipilih random number yang berdistribusi uniform **Y** pada range

$0 \leq Y \leq 1$  dan kemudian substitusikan nilai  $\exp(-\lambda N s)$  pada **Y**, atau

$$Y = \text{Exp}(-\lambda N s) \quad (16)$$

dengan melogaritmakan persamaan diperoleh:

$$s = -[\log_e(Y)]/(\lambda N) \quad (17)$$

Nilai-nilai **Y** dapat digenerate dengan menggunakan *pseudo random number* apa saja. Realisasi berbeda akan diperoleh dengan mengganti *starting point* yang disebut *seed* dari random number **Y**. Untuk simulasi proses kelahirandengan  $N(0) = \text{no}$ .

Jumlah individua pada  $t = 0$ , perlu digenerate *pseudorandom number* **Y1, Y2, Y3, ....** Kemudian untuk mendapatkan nilai *inter event time* yaitu **s1, s2, s3, ...** digunakan hasil dari persamaan (17) dengan,

**N = no pada waktu t = 0**

**N = n0+1 pada waktu t = s1**

**N = no+2 pada waktu t = s1+s2, dst (Renshaw, 1993).**

Jika simulasi dan pemodelan melibatkan model-model probabilistik yang dapat menirukan sedekat mungkin dengan fenomena alam yang sedang diobservasi, maka diperlukan suatu distribusi **random variable** yang sesuai untuk simulasi tersebut. Sehingga diperlukan suatu metode pemilihan **random number generator** yang tepat. **Random number** yang diambil harus terdistribusi secara uniform, yaitu **random number** distribusi **uniform (0,1)** (Law, 2000).

Barisan random variable yang digenerate oleh generator fisik dianggap terlalu **non-predictable**. Biasanya fitur yang diinginkan bila hasil dari simulasi dapat dites atau dibandingkan, yang biasanya disebut **pseudorandom number**, karena itu random number generator harus memiliki sifat:

- (1) Barisan yang dihasilkan harus terbatas dan semua nilai yang mungkin harus muncul dengan kesempatan yang sama;
- (2) Bilangan random yang berurutan letaknya tidak boleh terdapat korelasi;
- (3) Barisan harus mempunyai **long cycle**.

Model deterministik yang diplot adalah persamaan:

$$N(t) = N(0)\exp(\lambda t) \text{ dan } \ln[N(t)] = \ln[N(0)] + \lambda t$$

dengan algoritma sebagai berikut:

- 1) Tentukan  $N(0)$ ,  $t_0$ ,  $\Delta t$ ,  $t_1$ , dan  $\lambda$ .
- 2) Bentuk  $N(t) = N(0)\exp(\lambda t)$
- 3) Bentuk  $\ln[N(t)] = \ln[N(0)] + (\lambda t)$ .
- 4) Inisialisasi  $N(t)_i$ , untuk  $j=1, 2, 3, \dots$

5) Plot  $N(t)$  sebagai fungsi waktu  $t$ .

6) Plot  $\ln [N(t)]$  sebagai fungsi waktu  $t$ .

Simulasi untuk mencari **random number generator** dengan **algoritma mid square generator** (dengan nilai  $p = 2$ ), yang selanjutnya diplot **struktur lattice** nya.

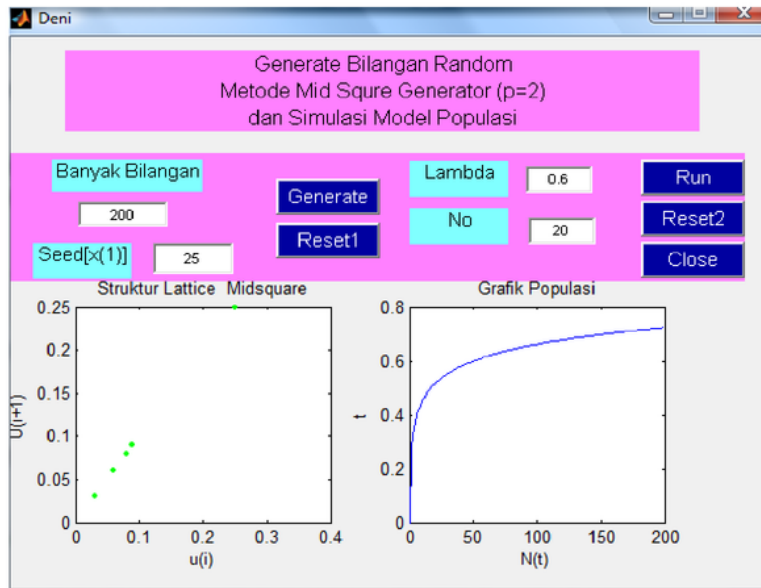
Kemudian dibuat simulasi menggunakan program MATLAB, dengan algoritma berikut:

6. Tentukan nilai awal (seed)  $p$  digit, yang akan dijadikan bilangan random pertama
7. Kuadratkan nilai random sebelumnya
8. Ambil  $p$  digit bilangan tengah nilai hasil kali 2 sebagai nilai random baru
9. Hitung  $u(i) = \text{bilangan random}/10^p$
10. Kembali pada langkah 2

Hasil pada langkah keempat selanjutnya dianalisis lebih lanjut dengan menggunakan model stokastik. Model stokastik yang disimulasikan adalah  $s = - [\log_e(Y)]/(\lambda N)$  selanjutnya menggunakan program MATLAB, dengan algoritma berikut:

- a. Bangkitkan bilangan random  $Y$ .
- b. Bentuk  $\log (x(i))$ .
- c. Inisialisasi  $N = 1, 2, 3, \dots, n$ .
- d. Bentuk  $\lambda N$ .
- e. Bentuk  $s = [\log(x(i))]/(\lambda N)$ .
- f. Hitung total waktu  $t$ .
- g. Plot  $N(t)$  sebagai fungsi waktu  $t$ .

Pada Gambar 31 menunjukkan hasil simulasi, dimana bilangan random diplot struktur Laticenya pada gambar pertama, kemudian digunakan untuk plot pada model pada gambar yang kedua disebelah kanan gambar pertama.



**Gambar 31. Tampilan Hasil Simulasi Populasi**



# BAB 5

## PENUTUP

---

### 5.1 KESIMPULAN

Simulasi bilangan random dengan menggunakan **algoritma *Mid Square Generator***, dan simulasi ***Model Pertumbuhan Populasi Dinamik Sederhana***, yang dibahas didalam buku ini bertujuan untuk memberikan suatu contoh praktis bagi mahasiswa maupun para peneliti yang ingin menampilkan hasil penelitiannya secara ***visual*** dan ***elegan***.

**GUI Matlab** adalah sarana yang efektif untuk melakukan simulasi model secara matematis , dan hasil nya dapat diverifikasi dengan hasil ekperimen di Laboratorium , apabila sudah nampak , kesamaan hasil antara hasil simulasi dengan hasil laboritorium, maka hasil simulasi tersebut sudah siap untuk digunakan.

Dari hasil simulasi nampak bahwa semakin besar bilangan yang di masukkan dengan laju pertumbuhan populasi yang besar akan menghasilkan grafik yang sesuai dengan laju pertumbuhan populasi terhadap waktu.

Spesifikasi tehnik dari computer yang digunakan juga perlu mendapat perhatian, karena semakin baru versi ***software*** yang digunakan dan semakin variatif tampilan yang ingin dikeluarkan , menuntut ***Random Acces Memory (RAM)*** yang memadai, agar hasil simulasi dapat segera diketahui dan proses ***computing*** nya juga semakin cepat. Menurut pengalaman penulis menggunakan **GUI Matlab** dengan tampilan ***grafis*** , ***photo*** dan juga ***movie*** yang digunakan pada simulasi, memerlukan kapasitas ***Random Acces Memory*** minimal 2 ***Giga***.

## 5.2 REKOMENDASI

Sebagai mahasiswa dan peneliti di perguruan tinggi Teknik maupun non teknik , seyogyanya mulai menggunakan pendekatan metode yang berbasis Teknologi Informasi . Disamping hasilnya yang lebih efisien, penyajian secara visual Nampak lebih elegan dan arena bersumber dari suatu algoritma , maka secara matematis dapat dilacak kebenaran logikanya (*Mathematically Tractable*) **Matlab** dan **GUI Matlab**, sangat efisien dalam melakukan simulasi pada peristiwa-peristiwa yang sifatnya probabilistik . Dengan generate bilangan random sendiri , maka model simulasi dapat menirukan sedekat mungkin fenomena-fenomena alam yang diobservasi. Di lain sisi Matlab versi terbaru juga telah menyediakan fitur-fitur yang lebih lengkap , sehingga para mahasiswa dan peneliti dapat melakukan eksplorasi penelitian secara lebih comprehensive dan lengkap.



## DAFTAR PUSTAKA

---

**Altman, Douglas G.** <sup>28</sup> **1995.** *PRACTICAL STATISTICS FOR MEDICAL RESEARCH.* London : CHAPMAN & HALL, 1995.

**ANDERSON, ALAN J.B.** **1994.** *Interpreting Data.* London : CHAPMAN & HALL, 1994.

<sup>14</sup> **Borse, G. J.** **1997.** *Numerical Methods with MATLAB A Resource for SCIENTISTS AND ENGINEERS.* Boston : International Thomson Publishing, 1997.

<sup>17</sup> **G.M. CLARKE AND D. COOKE.** **1992.** *A basic course in STATISTICS.* LONDON : Edward Arnold, 1992.

<sup>23</sup> **Hiller, Frederick S. ; Gerald J. Lieberman.** **1995.** *INTRODUCTION TO MATHEMATICAL PROGRAMMING.* New York : McGraw-Hill, Inc., 1995.

**Keller-Mcnulty, James J. Higgins Sallie.** **1995.** *CONCEPTS IN PROBABILITY AND STOCHASTIC MODELLING.* California : Duxbury Press, 1995.

<sup>27</sup> **Lindfield, George and Penny, John.** **2000.** *NUMERICAL METHODS Using MATLAB.* New Jersey : Prentice-Hall, Inc., 2000.

<sup>20</sup> **Marchand Patrick, Holland Thomas O.** **2003.** *Graphics and GUIs With Matlab, 3ed .* London : CRC Press, 2003.

**Mathworks, The.** **2000.** *Creating Graphic User Interfaces.* NewYork : MATLAB, 2000.

<sup>26</sup> **Morgan, Byron J.T.** **1995.** *ELEMENTS OF SIMULATION.* London : CHAPMAN & HALL, 1995.

**O'KEEFE, RUTH DAVIES ROBERT.** **1989.** *SIMULATION MODELLING WITH PASCAL.* London : Prentice Hall International Ltd., 1989.

<sup>25</sup> **Preziosi, Nicola Belomo & Luigi.** **1995.** *Modelling Mathematical Methods and Scientific Computation.* London : CRC Press, 1995.

<sup>21</sup> **Renshaw, Eric.** **1991.** *MODELLING BIOLOGICAL POPULATIONS IN SPACE AND TIME.* London : CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1991.

<sup>30</sup> **Strang, Gilbert.** **1986.** *INTRODUCTION TO APPLIED MATHEMATICS.* Cambridge : Wellesley-Cambridge Press, 1986.

**Watkins, Kevin.** **1991.** *DISCRETE EVENT SIMULATION IN C.* London : McGraw-Hill Book Company, 1991.

# INDEKS

---

## A

Algoritma,14  
Ambiguity,19  
Analysa,11, 17  
Axes,57

## B

Biological,17  
Blank,51  
Background color,58  
Button Reset,64

## C

Create,19  
Closeness,21  
Completely,32  
Concruential,36  
Cycle,36  
Current Directory,44  
Command History,46  
Command Windows,48  
Check Box,56

## D

Drag,8  
Difusi,10  
Diskrit,14  
Dinamis,13  
Disain,15  
Diagnostik,17  
Deterministik,17  
Decision variable,71

## E

Evolution Equation,8  
Events,14  
Exploratory,17  
Effectiveness,21  
Effects,22  
Euclidean,22  
Edit Text,56  
Elegan,75

## F

Fuzzy,14

Fitting,17

Fit,17

Fungsi Distribusi,22

Fair Game,25

File GUI,50

Frame,57

## G

Geometri,33

Graphical User Interface,37

Generic,70

Giga,75

## H

Hypothesis,17

Help,47

## I

Independent Variabel,8

Ill Structure,14

Investigasi,15

Index,22

Independent increment,25Ilustrasi,49

Icon Static Text,57

Inter even time,71

## J

J-Shape,69

## K

Koleksi,7

Klasifikasi,8

Konstruksi Geometris,8

Kompromi,9

Kecepatan,10

Konsentrasi,10

KRL Paradox,25

## L

Long Cycle,49

List Box,57

## M

Model,7

Matematika,model,8

Metode,8

Measures,21

Martingale,25

Mean,33m.file,44Matlab Editor,48

Mixed Concruential Generator,50

Mathematically Tractable,76

## N

Nilai Diskrit,9

Notasi,10,33

Nothing,14

## O

Organisasi,7

Orthogonal,9

Object System,19

## P

Phenomena,7

Polutant,10

Parameter,10

Possible Occurrence,22

Proses Markov,25

Proses Stationary,25

Purely Deterministics,32

Pallet,52

Pushbutton,56

Pop Up Menu,57

Property Inspector,57

Pseudo Random,72

## Q

## R

Realitas,7

Relationship,14

Real world,19,65

Redundancy,19

Random Variable,22

Reasonable Process,25

Random Acces Memory (RAM),75

## S

Simulasi,7

Sistem,7

State Variable,8

Struktur proses,9

Skema,14

Statis,13

Stochastics,17

Stochasticity,18

Sufficient,21

Selected,21

Sample Space,21

Stochastics Event,21

Subsets,22,

Sigma,22

State Space,22

Static Text,56

Slider,57String,59

## T

Teori,21

Toggle Button,56

## U

Unit Vektor,9

Unessary,18

Ukuran probabilitas,21

Uniform,72

Universe Of Discourse,19

## V

Validasi,8

Variance,8

Verifikasi,13,15

Von Newmann,51

Visual,75

## W

Waktu,8

Well Structure Problem,14

Wicked,14

Well Defined,25

Workspace,44

Worksheed,51

## X

## Y

## Z



# Pengantar Pemodelan Statistik

## ORIGINALITY REPORT

9%

SIMILARITY INDEX

8%

INTERNET SOURCES

3%

PUBLICATIONS

2%

STUDENT PAPERS

## PRIMARY SOURCES

1	<a href="http://mzulfiandy.orgfree.com">mzulfiandy.orgfree.com</a> Internet Source	2%
2	<a href="http://eprints.uns.ac.id">eprints.uns.ac.id</a> Internet Source	1%
3	<a href="http://bbecq.free.fr">bbecq.free.fr</a> Internet Source	1%
4	<a href="http://yeni_setiani.staff.gunadarma.ac.id">yeni_setiani.staff.gunadarma.ac.id</a> Internet Source	1%
5	Submitted to University of Edinburgh Student Paper	<1%
6	<a href="http://karin.rohsman.se">karin.rohsman.se</a> Internet Source	<1%
7	C. Chi, X. Sun, Y. Qian. "Evaluating the impact of flooding schemes on best-effort traffic", GLOBECOM '05. IEEE Global Telecommunications Conference, 2005., 2005 Publication	<1%
8	Yurii N. Grigoriev, Nail H. Ibragimov, Vladimir F. Kovalev, Sergey V. Meleshko. "Symmetries	<1%

of Integro-Differential Equations", Springer

Nature America, Inc, 2010

Publication

---

9

E. Renshaw. "Stochastic Effects in Population Models", Advanced Ecological Theory, 04/01/1999

Publication

---

10

Submitted to Chester College of Higher Education

Student Paper

---

11

Masanao Aoki. "Stock Prices and the Real Economy: Power Law versus Exponential Distributions", Journal of Economic Interaction and Coordination, 05/2006

Publication

---

12

[www.nd.edu](http://www.nd.edu)

Internet Source

---

13

[dokumen.tips](http://dokumen.tips)

Internet Source

---

14

[www.econ.uoi.gr](http://www.econ.uoi.gr)

Internet Source

---

15

[syajaratul-ilmu.blogspot.com](http://syajaratul-ilmu.blogspot.com)

Internet Source

---

16

[hep.physics.indiana.edu](http://hep.physics.indiana.edu)

Internet Source

---

<1%

<1%

<1%

<1%

<1%

<1%

<1%

<1%



17

P.L. Agren, H. Goranson, T. Hindmarsh, E. Knutsson, D. Mohlkert, M. Rosenqvist, L. Bergfeldt. "Magnetocardiographic localization of arrhythmia substrates: a methodology study with accessory pathway ablation as reference", IEEE Transactions on Medical Imaging, 1998

Publication

&lt;1%

18

[repository.usu.ac.id](http://repository.usu.ac.id)

Internet Source

&lt;1%

19

M TODINOV. "Probabilistic risk assessment and risk management", Risk-Based Reliability Analysis and Generic Principles for Risk Reduction, 2007

Publication

&lt;1%

20

Jose Alex Mathew, A. M. Khan, U. C. Niranjan. "Diagnosis of the Abnormality Extracted MRI Slice Images of a GUI Based Intelligent Diagnostic Imaging System", 2011 International Conference on Process Automation, Control and Computing, 2011

Publication

&lt;1%

21

[web.unbc.ca](http://web.unbc.ca)

Internet Source

&lt;1%

22

[www.coursehero.com](http://www.coursehero.com)

Internet Source

&lt;1%

23

[www.fsas.upm.edu.my](http://www.fsas.upm.edu.my)

---

Internet Source

<1%

---

24

[www.euclide-scuola.org](http://www.euclide-scuola.org)

Internet Source

<1%

---

25

Ikhtisholiyah Ikhtisholiyah. "Optimasi Besarnya Suhu pada Ladle untuk Baja Low Carbon dengan Metode Fuzzy– Mamdani (Studi Kasus PT. Ispatindo)", Zeta - Math Journal, 2017

Publication

<1%

---

26

Douglas A. Smith. "Tobit Models in Social Science Research: Some Limitations and a More General Alternative", Sociological Methods & Research, 02/01/2003

Publication

<1%

---

27

[www.produtronica.pucpr.br](http://www.produtronica.pucpr.br)

Internet Source

<1%

---

28

[www.slideshare.net](http://www.slideshare.net)

Internet Source

<1%

---

29

[repository.its.ac.id](http://repository.its.ac.id)

Internet Source

<1%

---

30

Gopalakrishnan, S.H.. "A formal theory for estimating defeaturing-induced engineering analysis errors", Computer-Aided Design, 200701

Publication

<1%

---

31

Elfa Verda Puspita, Ratih Purnama Sari.  
"EFFECT OF DIFFERENT STOCKING  
DENSITY TO GROWTH RATE OF CATFISH  
(Clarias gariepinus, Burch) CULTURED IN  
BIOFLOC AND NITROBACTER MEDIA",  
AQUASAINS, 2018

Publication

&lt;1%

32

[moodle.technion.ac.il](http://moodle.technion.ac.il)

Internet Source

&lt;1%

33

[media.proquest.com](http://media.proquest.com)

Internet Source

&lt;1%

34

[yulia-statistics.staff.uns.ac.id](http://yulia-statistics.staff.uns.ac.id)

Internet Source

&lt;1%

35

[vdocuments.site](http://vdocuments.site)

Internet Source

&lt;1%

36

[www.math.leidenuniv.nl](http://www.math.leidenuniv.nl)

Internet Source

&lt;1%

37

[192.124.245.3](http://192.124.245.3)

Internet Source

&lt;1%

38

[d3-teknikmesin-fti-its.blogspot.com](http://d3-teknikmesin-fti-its.blogspot.com)

Internet Source

&lt;1%

39

Qi Jiang, Hong-Sheng Xi, Bao-Qun Yin.  
"Adaptive Optimization of Time-out Policy for  
Dynamic Power Management Based on SMCP",  
2007 IEEE International Conference on Control

&lt;1%

## Applications, 2007

Publication

---

40

Shaefer, . "BTH. Basic Theorems", Probability and Statistics Applications for Environmental Science, 2007.

Publication

---

<1%

41

Michael E. Taylor. "Partial Differential Equations I", Springer Nature America, Inc, 2011

Publication

---

<1%

42

Iasson Karafyllis, Zhong-Ping Jiang. "Stability and Stabilization of Nonlinear Systems", Springer Nature America, Inc, 2011

Publication

---

<1%

---

Exclude quotes    On

Exclude matches    < 5 words

Exclude bibliography    Off

# Pengantar Pemodelan Statistik

---

## GRADEMARK REPORT

---

FINAL GRADE

GENERAL COMMENTS

**/100**

**Instructor**

---

PAGE 1

---

PAGE 2

---

PAGE 3

---

PAGE 4

---

PAGE 5

---

PAGE 6

---

PAGE 7

---

PAGE 8

---

PAGE 9

---

PAGE 10

---

PAGE 11

---

PAGE 12

---

PAGE 13

---

PAGE 14

---

PAGE 15

---

PAGE 16

---

PAGE 17

---

PAGE 18

---

PAGE 19

---

PAGE 20

---

PAGE 21

---

PAGE 22

---

PAGE 23

---

PAGE 24

---

PAGE 25

---

PAGE 26

---

PAGE 27

---

PAGE 28

---

PAGE 29

---

PAGE 30

---

PAGE 31

---

PAGE 32

---

PAGE 33

---

PAGE 34

---

PAGE 35

---

PAGE 36

---

PAGE 37

---

PAGE 38

---

PAGE 39

---

PAGE 40

---

PAGE 41

---

PAGE 42

---

PAGE 43

---

PAGE 44

---

PAGE 45

---

PAGE 46

---

PAGE 47

---

PAGE 48

---

PAGE 49

---

PAGE 50

---

PAGE 51

---

PAGE 52

---

PAGE 53

---

PAGE 54

---

PAGE 55

---

PAGE 56

---

PAGE 57

---

PAGE 58

---

PAGE 59

---

PAGE 60

---

PAGE 61

---

PAGE 62

---

PAGE 63

---

PAGE 64

---

PAGE 65

---

PAGE 66

---

PAGE 67

---

PAGE 68

---

PAGE 69

---

PAGE 70

---

PAGE 71

---

PAGE 72

---

PAGE 73

---

PAGE 74

---

PAGE 75

---

PAGE 76

---

PAGE 77

---