

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
LEMBAR PENGESAHAN .....	ii
PANITIA PENGUJI DISERTASI .....	iii
DAFTAR ISI .....	iv
PRAKATA .....	vi
UCAPAN TERIMA KASIH .....	vii
DAFTAR GAMBAR .....	viii
DAFTAR TABEL .....	ix
DAFTAR LAMPIRAN .....	xi
DAFTAR SIMBOL DAN SINGKATAN .....	xii
ABSTRAK .....	xiv
ABSTRACT .....	xv
BAB I    PENGANTAR.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Manfaat Penelitian.....	5
1.5 Batasan Masalah.....	6
BAB II    TINJAUAN PUSTAKA.....	7
2.1 Beberapa Definisi Berkaitan dengan Vektor.....	7
2.2 Fungsi Spline.....	9
2.3 <i>Reproducing Kernel Hilbert Space</i> .....	10
2.4 <i>Unbiased-Risk, Cross-Validation dan Generalized Cross-Validation</i>	12
2.5 Model Regresi Parametrik.....	13
2.6 Model Regresi Nonparametrik Unirespon.....	13
2.7 Pemilihan Parameter Penghalus Optimal dalam Estimator Spline...	16
2.8 Model Regresi Nonparametrik Birespon.....	16
2.9 Matriks Kovariansi.....	17
2.10 Heteroskedastisitas dan Homoskedastisitas.....	18
2.11 Uji Homogenitas Variansi.....	19

2.12 Uji Homogenitas Matriks Kovariansi.....	20
2.13 Sifat Asimtotik Estimator Spline.....	20
2.14 Tekanan Darah dan BMI.....	23
BAB III KONSEP ILMIAH.....	26
BAB IV METODE PENELITIAN.....	28
4.1 Menentukan Estimator Spline Secara Teoritis.....	28
4.2 Menentukan Estimator Spline pada Data Simulasi dan pada Data Riil.....	30
BAB V HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN.....	34
5.1 Model Regresi Nonparametrik Multirespon.....	34
5.2 Matriks Kovariansi dalam Model Regresi Nonparametrik Multirespon.....	35
5.3 Estimasi Fungsi Regresi Nonparametrik Multirespon Berdasarkan Estimator Smoothing Spline.....	37
5.4 Estimasi Matriks Kovariansi dalam Model Nonparametrik Multirespon.....	46
5.5 Pemilihan Parameter Penghalus Optimal dalam Regresi Nonparametrik Multirespon.....	50
5.6 Sifat Asimtotik Estimator Spline.....	54
5.7 Penentuan Estimator Spline pada Data Simulasi.....	57
5.8 Penentuan Estimator Spline pada Data Riil.....	64
5.8.1 Penentuan Estimasi Model Tekanan Darah Berdasarkan Estimator <i>Smoothing Spline</i> .....	66
5.8.2 Penentuan Estimasi Model Tekanan Darah Berdasarkan Estimator <i>Truncated Spline</i> .....	70
BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN.....	95
6.1 Kesimpulan.....	95
6.2 Saran.....	97

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

## PRAKATA

Topik ini dipilih karena dalam analisis regresi, sering ditemui pola hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon tidak diketahui bentuknya. Regresi nonparametrik merupakan pendekatan regresi yang sesuai untuk menganalisis pola hubungan antar variabel yang tidak diketahui bentuknya atau tidak ada informasi yang lengkap tentang pola data. Permasalahan utama dalam analisis regresi nonparametrik adalah menentukan estimator fungsi regresi yang menggambarkan hubungan fungsional antara variabel respon dan variabel prediktor. Untuk mengestimasi fungsi regresi, spline merupakan estimator yang bersifat fleksibel serta mempunyai interpretasi statistik dan interpretasi visual sangat khusus dan sangat baik. Dalam beberapa kasus riil, sering ditemui kasus yang melibatkan model regresi dengan variabel respon lebih dari satu dan antar variabel respon saling berkorelasi. Kasus seperti ini harus diselesaikan dengan model regresi nonparametrik multirespon.

Tujuan penulisan disertasi ini adalah pengkajian secara teoritis metode baru estimasi fungsi regresi berdasarkan estimator spline, estimasi matriks kovariansi, pemilihan parameter penghalus optimal, dan penentuan sifat asimtotik estimator spline dalam model regresi nonparametrik multirespon, serta pengkajian secara aplikatif metode prediksi dan interpretasi tekanan darah systole, dan tekanan darah diastole yang dipengaruhi oleh *body mass index* (BMI) berdasarkan estimator *smoothing spline* dan *truncated spline*.

Penulis menyampaikan terima kasih kepada Dr. Alfinda Novi Kristanti, DEA., selaku Ketua Program Studi S3 MIPA; Dr. Fatmawati, S.Si., M.Si., selaku Promotor, dan Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si., selaku Ko-Promotor, yang telah memberikan perhatian dan bimbingan dengan tulus kepada penulis. Penulis juga menyampaikan terima kasih kepada Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D., yang selama menjabat sebagai Dekan FMIPA Universitas Jember senantiasa memotivasi dan memberikan ijin kepada penulis untuk melanjutkan studi S2 dan S3; serta kepada Kemenristekdikti atas dana hibah Penelitian Disertasi Doktor (PDD) tahun 2019 yang telah diberikan kepada penulis.

Semoga apa yang telah penulis kaji dalam disertasi ini bermanfaat bagi pihak-pihak yang tertarik pada statistika, khususnya analisis regresi nonparametrik.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah S.W.T., Tuhan Yang Maha Esa, atas karunia dan ridho-Nya yang telah dilimpahkan sehingga penulis telah dapat menyelesaikan penelitian dan penulisan disertasi dengan judul “*Estimator Spline dan Sifat Asimtotiknya dalam Regresi Nonparametrik Multirespon*”. Penulis juga menyampaikan terima kasih kepada:

1. Seluruh staf pengajar Prodi S3 MIPA, FST, Universitas Airlangga, atas ilmu pengetahuan yang diajarkan kepada penulis selama mengikuti pendidikan doktor.
2. Semua penilai ujian kelayakan dan ujian tertutup disertasi saya, yaitu: Dr. Fatmawati, M.Si.; Prof. Dr. Drs. I Nyoman Budiantara, M.Si.; Dr. Miswanto, M.Si.; Dr. Windarto, M.Si.; Dr. Ardi Kurniawan, M.Si.; Dr. Herry Suprajitno, M.Si.; Dr. Rimuljo Hendradi, M.Si.; dan Dr. Wahyu Wibowo, M.Si., yang telah banyak memberikan masukan untuk perbaikan disertasi ini.
3. Dr. Ir. Didik Pudji Restanto, MS., selaku wakil dari Universitas Jember, Prof. Dr. Sri Haryatmi, M.Sc., selaku wakil dari Universitas Gadjah Mada, serta semua wakil dari Universitas Airlangga dan Institut Teknologi Sepuluh Nopember, yang semuanya sebagai penilai ujian terbuka disertasi saya.
4. Prof. Dursun Aydin, Ph.D., staf pengajar University of Turkey, selaku *peer-reviewer* paper yang saya publikasikan pada *Songklanakarin Journal of Science and Technology (SJST)*.
5. Seluruh staf pengajar Prodi Statistika dan Prodi Matematika, FST, Universitas Airlangga, dan rekan-rekan mahasiswa S3 MIPA Universitas Airlangga angkatan Tahun 2016 atas doa, dukungan dan motivasi yang diberikan kepada penulis.
6. Ayahanda Alm. Dapini dan Ibunda Tukini, serta semua kakak dan adik yang selalu mencurahkan kasih sayang dan senantiasa berdoa untuk kelancaran studi penulis.
7. Istriku Nur Chamidah yang senantiasa mendampingi dalam suka dan duka, mendoakan, serta memotivasi penulis dalam menyelesaikan studi program doktor.

Semoga Allah S.W.T., Tuhan Yang Maha Esa senantiasa melimpahkan pahala atas jasa-jasa semua pihak tersebut di atas yang telah diberikan kepada penulis.

Surabaya, 25 Oktober 2019

Penulis

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 3.1</b>	Skema Penelitian Terkait Regresi Nonparametrik Unirespon dan Multirespon Berdasarkan Estimator Spline.....	27
<b>Gambar 5.1</b>	Plot Hasil Estimasi Model (5.48) untuk Respon-1 ( $\hat{y}_1$ ) (atas), untuk Respon-2 ( $\hat{y}_2$ ) (tengah), dan untuk Respon-3 ( $\hat{y}_3$ ) (bawah), dengan $\lambda_{1(optimal)} = 2,146156e-07$ , $\lambda_{2(optimal)} = 1,084013e-07$ dan $\lambda_{3(optimal)} = 5,930101e-08$ .....	61
<b>Gambar 5.2</b>	Plot Hasil Estimasi Model (5.48) untuk Respon-1 ( $\hat{y}_1$ ) (atas), untuk Respon-2 ( $\hat{y}_2$ ) (tengah), dan untuk Respon-3 ( $\hat{y}_3$ ) (bawah), Berdasarkan Nilai Parameter Penghalus Kecil.....	62
<b>Gambar 5.3</b>	Plot Hasil Estimasi Model (5.48) untuk Respon-1 ( $\hat{y}_1$ ) (atas), untuk Respon-2 ( $\hat{y}_2$ ) (tengah), dan untuk Respon-3 ( $\hat{y}_3$ ) (bawah), Berdasarkan Nilai Parameter Penghalus Optimal.....	62
<b>Gambar 5.4</b>	Plot Hasil Estimasi Model (5.48) untuk Respon-1 ( $\hat{y}_1$ ) (atas), untuk Respon-2 ( $\hat{y}_2$ ) (tengah), dan untuk Respon-3 ( $\hat{y}_3$ ) (bawah), Berdasarkan Nilai Parameter Penghalus Besar.....	63
<b>Gambar 5.5</b>	Scater Plot Tekanan Darah Systole Terhadap BMI.....	64
<b>Gambar 5.6</b>	Scater Plot Tekanan Darah Diastole Terhadap BMI.....	64
<b>Gambar 5.7</b>	Plot Spline Tekanan Darah Systole terhadap BMI.....	68
<b>Gambar 5.8</b>	Plot Spline Tekanan Darah Diastole terhadap BMI.....	68
<b>Gambar 5.9</b>	Plot GCV terhadap Lambda untuk Spline Birespon Orde Satu dengan Knot Optimal 19 dan 28,5.....	77
<b>Gambar 5.10</b>	Plot GCV terhadap Lambda untuk Spline Birespon Orde Dua dengan Knot Optimal 27.....	77
<b>Gambar 5.11</b>	Plot GCV terhadap Lambda untuk Spline Birespon Orde Tiga dengan Knot Optimal 25,5.....	77
<b>Gambar 5.12</b>	Plot Spline Tekanan Darah Systole Terhadap BMI dengan Knot 19 dan 28,5.....	80
<b>Gambar 5.13</b>	Plot Spline Tekanan Darah Diastole terhadap BMI dengan Knot 19 dan 28,5.....	80
<b>Gambar 5.14</b>	Plot Spline Systole terhadap BMI dengan Knot 19 dan 28,5 Pada Investigasi Lanjutan.....	92
<b>Gambar 5.15</b>	Plot Spline Diastole terhadap BMI dengan Knot 19 Pada Investigasi Lanjutan.....	93

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel 2.1</b>	Klasifikasi Berat Badan Berdasarkan BMI Penduduk Asia Dewasa....	24
<b>Tabel 4.1</b>	Struktur Data Tekanan Darah Systole, Diastole, dan BMI.....	32
<b>Tabel 5.1</b>	Pengaruh Tiga Parameter Penghalus pada Hasil Estimasi.....	64
<b>Tabel 5.2</b>	Estimasi Tekanan Darah Systole dan Tekanan Darah Diastole, Serta Nilai Lambda Optimal, Nilai GCV Minimum dan MSE.....	67
<b>Tabel 5.3</b>	Knot, Lambda untuk Lima Nilai GCV Terkecil pada Spline Orde Satu dengan Satu Knot.....	71
<b>Tabel 5.4</b>	Knot, Lambda untuk Lima Nilai GCV Terkecil pada Spline Orde Satu dengan Dua Knot.....	71
<b>Tabel 5.5</b>	Knot, Lambda untuk Lima Nilai GCV Terkecil pada Spline Orde Satu dengan Tiga Knot.....	72
<b>Tabel 5.6</b>	Knot, Lambda untuk Lima Nilai GCV Terkecil pada Spline Orde Dua dengan Satu Knot.....	73
<b>Tabel 5.7</b>	Knot, Lambda untuk Lima Nilai GCV Terkecil pada Spline Orde Dua dengan Dua Knot.....	73
<b>Tabel 5.8</b>	Knot, Lambda untuk Lima Nilai GCV Terkecil pada Spline Orde Dua dengan Tiga Knot.....	74
<b>Tabel 5.9</b>	Knot, Lambda untuk Lima Nilai GCV Terkecil pada Spline Orde Tiga dengan Satu Knot.....	75
<b>Tabel 5.10</b>	Knot, Lambda untuk Lima Nilai GCV Terkecil pada Spline Orde Tiga dengan Dua Knot.....	75
<b>Tabel 5.11</b>	Knot, Lambda untuk Lima Nilai GCV Terkecil pada Spline Orde Tiga dengan Tiga Knot.....	76
<b>Tabel 5.12</b>	Knot Optimal, Lambda Optimal dan GCV Minimum untuk Spline Orde Satu, Spline Orde Dua, dan Spline Orde Tiga.....	76
<b>Tabel 5.13</b>	Orde Optimal, Knot Optimal, dan Lambda Optimal.....	78
<b>Tabel 5.14</b>	Hasil Estimasi Parameter Model Spline Orde Satu.....	78
<b>Tabel 5.15</b>	Lima Nilai Lambda dan GCV Spline Orde Satu untuk Pasangan Knot (19) dengan (19), (19) dengan (28,5), dan (28,5) dengan (19).....	82
<b>Tabel 5.16</b>	Lima Nilai Lambda dan GCV Spline Orde Satu untuk Pasangan Knot (28,5) dengan (28,5), (19) dengan (19 ; 28,5), dan (28,5) dengan (19 ; 28,5).....	82
<b>Tabel 5.17</b>	Lima Nilai Lambda dan GCV Spline Orde Satu untuk Pasangan Knot (19 ; 28,5) dengan (19), (19 ; 28,5) dengan (28,5), dan (19 ; 28,5) dengan (19 ; 28,5).....	83
<b>Tabel 5.18</b>	Nilai Lambda Optimal dan GCV Minimum dalam Spline Orde Satu	

untuk Kombinasi Knot 19 dan 28,5 pada Respon-1 dan Respon-2.....	83
<b>Tabel 5.19</b> Lima Nilai Lambda dan GCV Spline Orde Dua untuk Pasangan Knot (19) dengan (19), (19) dengan (28,5), dan (28,5) dengan (19).....	84
<b>Tabel 5.20</b> Lima Nilai Lambda dan GCV Spline Orde Dua untuk Pasangan Knot (28,5) dengan (28,5), (19) dengan (19 ; 28,5), dan (28,5) dengan (19 ; 28,5).....	85
<b>Tabel 5.21</b> Lima Nilai Lambda dan GCV Spline Orde Dua untuk Pasangan Knot (19 ; 28,5) dengan (19), (19 ; 28,5) dengan (28,5), dan (19 ; 28,5) dengan (19 ; 28,5).....	85
<b>Tabel 5.22</b> Nilai Lambda Optimal dan GCV Minimum dalam Spline Orde Dua untuk Kombinasi Knot 19 dan 28,5 pada Respon-1 dan Respon-2.....	86
<b>Tabel 5.23</b> Lima Nilai Lambda dan GCV Spline Orde Tiga untuk Pasangan Knot (19) dengan (19), (19) dengan (28,5), dan (28,5) dengan (19).....	87
<b>Tabel 5.24</b> Lima Nilai Lambda dan GCV Spline Orde Tiga untuk Pasangan Knot (28,5) dengan (28,5), (19) dengan (19 ; 28,5), dan (28,5) dengan (19 ; 28,5).....	87
<b>Tabel 5.25</b> Lima Nilai Lambda dan GCV Spline Orde Tiga untuk Pasangan Knot (19 ; 28,5) dengan (19), (19 ; 28,5) dengan (28,5), dan (19 ; 28,5) dengan (19 ; 28,5).....	88
<b>Tabel 5.26</b> Nilai Lambda Optimal dan GCV Minimum dalam Spline Orde Tiga untuk Kombinasi Knot 19 dan 28,5 pada Respon-1 dan Respon-2.....	88
<b>Tabel 5.27</b> Knot Optimal Respon-1 dan Respon-2, Nilai Lambda Optimal dan Nilai GCV Minimum.....	89
<b>Tabel 5.28</b> Knot Optimal, Lambda Optimal dan Nilai GCV Minimum untuk Spline Orde Satu.....	89
<b>Tabel 5.29</b> Hasil Estimasi Parameter Model Spline Orde Satu untuk Respon-1 dengan knot (19 ; 28,5) dan Respon-2 dengan knot (19).....	90

## DAFTAR LAMPIRAN

<b>Lampiran 1.</b>	Output Program Estimasi Model pada Data Simulasi Menggunakan <i>Software</i> OSS-R Berdasarkan Estimator <i>Smoothing Spline</i> .....	103
<b>Lampiran 2.</b>	Data Tekanan Darah Systole, Tekanan Darah Diastole, dan <i>Body Mass Index</i> (BMI).....	104
<b>Lampiran 3.</b>	Output Uji Korelasi Antara Respon-1 (Systole) dan Respon-2 (Diastole) Menggunakan <i>Software</i> MINITAB .....	107
<b>Lampiran 4.</b>	Output Uji Homogenitas Matriks Kovariansi dan Variansi Error Menggunakan <i>Software</i> SPSS.....	108
<b>Lampiran 5.</b>	Output Program Estimasi Model Tekanan Darah Systole dan Tekanan Darah Diastole Berdasarkan Estimator <i>Smoothing Spline</i> Menggunakan <i>Software</i> OSS-R.....	109
<b>Lampiran 6.</b>	Estimasi Model Tekanan Darah Systole dan Tekanan Darah Diastole Menggunakan Pendekatan Regresi Parametrik Menggunakan <i>Software</i> SPSS.....	111
<b>Lampiran 7.</b>	Output Program Estimasi Matriks Kovariansi Menggunakan <i>Software</i> MINITAB.....	112
<b>Lampiran 8.</b>	Output Program Mencari Orde Optimal, Knot Optimal, Lambda Optimal, dan GCV Minimum Berdasarkan Estimator <i>Truncated Spline</i> Menggunakan <i>Software</i> OSS-R.....	113
<b>Lampiran 9.</b>	Output Program Plot GCV Berdasarkan Estimator <i>Truncated Spline</i> Menggunakan <i>Software</i> OSS-R.....	118
<b>Lampiran 10.</b>	Output Program Estimasi Model Tekanan Darah Systole dan Tekanan Darah Diastole Berdasarkan Estimator <i>Truncated Spline</i> Menggunakan <i>Software</i> OSS-R.....	119
<b>Lampiran 11.</b>	Output Program Mencari Orde Optimal, Knot Optimal, Lambda Optimal, dan GCV Minimum untuk Sembilan Kombinasi Knot Berdasarkan Estimator <i>Truncated Spline</i> Menggunakan <i>Software</i> OSS-R.....	122
<b>Lampiran 12.</b>	Output Program Estimasi Model Tekanan Darah dengan Dua Knot pada Respon-1 (Systole) dan Satu Knot pada Respon-2 (Diastole) Berdasarkan Estimator <i>Truncated Spline</i> Menggunakan OSS-R.....	132
<b>Lampiran 13.</b>	Output Program Menentukan Orde Optimal, Knot Optimal, Lambda Optimal, dan GCV Minimum untuk 9 Kombinasi Knot Pada Investigasi Lanjutan Menggunakan <i>Software</i> OSS-R.....	135
<b>Lampiran 14.</b>	Output Program Estimasi Model Spline dengan Dua Knot (19 ; 28,5) untuk Respon-1 dan Satu Knot (19) untuk Respon-2 pada Investigasi Lanjutan Menggunakan <i>Software</i> OSS-R.....	144



## DAFTAR SIMBOL DAN SINGKATAN

■	: Akhir bukti.
$\hat{f}_\lambda$	: Estimator fungsi regresi $f$ yang bergantung pada parameter penghalus $\lambda$ .
$W_2^m[a, b]$	: Ruang Sobolev yang didefinisikan sebagai berikut:  $W_2^m[a, b] = \{g; g^{(k)}, k = 0, 1, \dots, m-1 \text{ kontinu absolute pada } [a, b] \text{ dan } g^{(m)} \in L_2[a, b]\}$ .
$L_2[a, b]$	: Didefinisikan sebagai $L_2[a, b] = \{g; \int_a^b [g(t)]^2 dt < \infty\}$ .
$R^p$	: Ruang Euclidean dimensi $p$ .
$R(s, t)$	: Fungsi <i>Reproducing Kernel</i> .
RK	: <i>Reproducing Kernel</i> .
RKHS	: <i>Reproducing Kernel Hilbert Space</i> .
$f^{(k)}$	: Turunan ke- $k$ fungsi $f$ .
$\ \square\ $	: Norm.
$\square$	: Nilai Mutlak
$\langle \square, \square \rangle$	: Perkalian dalam ( <i>inner product</i> ).
$\sum_i$	: Penjumlahan meliputi indeks $i$ .
$\in$	: Anggota himpunan.
$\square$	: Himpunan bilangan real.
$\oplus$	: <i>Direct sum</i> .
$\otimes$	: <i>Kronecker Product</i> .
$\perp$	: Orthogonal.
$i.i.d$ $\sim$	: Berdistribusi secara identik dan independen.
$E(X)$	: Nilai harapan $X$ atau mean $X$ atau ekspektasi $X$ .
$\text{Var}(X)$	: Variansi $X$
$\text{Cov}(X, Y)$	: Kovariansi $X$ dan $Y$ .
$\text{Corr}(X, Y)$	: Korelasi $X$ dan $Y$ .

PLS	: <i>Penalized Least Square.</i>
PWLS	: <i>Penalized Weighted Least Square.</i>
UBR	: <i>Unbiased Risk.</i>
CV	: <i>Cross Validation.</i>
GCV	: <i>Generalized Cross Validation.</i>
GACV	: <i>Generalized Approximate Cross Validation.</i>
GML	: <i>Generalized Maximum Likelihood.</i>
MISE	: <i>Mean Integrated Squared Error.</i>
$\mathbf{A}'$	: Transpose matriks $\mathbf{A}$ .
$\mathbf{A}^{-1}$	: Invers Matriks $\mathbf{A}$ .
$\mathbf{I}_n$	: Matriks Identitas berukuran $n \times n$ .
$\text{diag}(\mathbf{A})$	: Matriks Diagonal $\mathbf{A}$ .
$\text{tr}(\mathbf{A})$	: Trace Matriks $\mathbf{A}$ .
$\square$	: Didefinisikan.