

## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang bidang matematika diskrit yang bisa digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan yang dapat direpresentasikan ke dalam bentuk titik (*vertex*) dan garis (*edge*). Titik merepresentasikan objek yang dipelajari, sedangkan garis merepresentasikan hubungan antara objek-objek yang dipelajari. Menurut Chartrand dan Lesniak (2000), sejarah teori graf dapat ditelusuri melalui karya Leonhard Euler yang mengulas masalah jembatan Konigsberg pada tahun 1736, yang kemudian mengarah pada konsep graf Euler. Aplikasi dan model dari teori graf biasanya melibatkan hubungan antarobjek di dunia nyata. Pengaplikasian teori graf umumnya digunakan sebagai model untuk menyelesaikan masalah yang terkait dengan hubungan antara beberapa objek, seperti masalah transportasi, masalah jalur terpendek, dan sebagainya.

Seiring berjalannya waktu, banyak ilmuwan menemukan beberapa konsep dan gagasan baru dalam teori graf, salah satunya adalah dimensi metrik pada graf. Dalam Saputro, *et al.* (2013), konsep basis dan dimensi metrik pada graf pertama kali dikemukakan oleh Harary pada tahun 1976. Basis pada graf didefinisikan sebagai himpunan titik dengan kardinalitas minimum yang mengakibatkan setiap titik pada graf memiliki representasi yang berbeda terhadap basis tersebut. Representasi disajikan menggunakan konsep jarak (metrik) dan kardinalitas dari basis disebut dengan dimensi metrik pada graf. Perkembangan konsep dimensi metrik antara lain adalah konsep dimensi metrik kuat yang dikembangkan oleh Oellarman dan Peters-Fransen (2007), dimensi metrik lokal yang dikembangkan oleh Okamoto, dkk (2010), dimensi metrik ketetanggaan yang dikembangkan oleh Jannesari dan Omoomi (2012) dan dimensi metrik ketetanggaan lokal oleh Rodriguez dan Fernau (2014).

Konsep lain yang juga merupakan hasil perkembangan di bidang teori graf adalah himpunan dominasi pada graf. Himpunan dominasi merupakan himpunan titik pada graf, sedemikian sehingga setiap titik yang tidak termasuk dalam himpunan tersebut bertetangga dengan minimal salah satu titik yang termuat dalam himpunan tersebut. Chartrand dan Lesniak (2000) menyatakan bahwa penelitian tentang himpunan dominasi pada graf mulai berkembang pada tahun 1862, ketika De Jaenisch berhasil menentukan jumlah minimum ratu sehingga semua petak catur berukuran  $8 \times 8$  dapat langsung diserang oleh ratu. Menurut Dreyer (2000), salah satu pengaplikasian konsep himpunan dominasi adalah dalam bidang tata letak fasilitas umum (rumah sakit, kantor pemadam kebakaran, dll) dalam suatu wilayah, yaitu penempatan fasilitas umum pada titik tertentu sedemikian sehingga semua penduduk dapat menjangkaunya.

Dengan memperhatikan perkembangan dalam teori graf, baik konsep dimensi metrik maupun himpunan dominasi pada graf mempunyai peluang yang sama untuk dikembangkan bersama. Beberapa ilmuwan yang telah mengembangkan konsep tersebut antara lain Brigham, dkk (2003) yang memperkenalkan istilah *resolving domination number*, yang merupakan perpaduan antara konsep dimensi metrik dan himpunan dominasi, dilanjutkan dengan Henning dan Oellermann (2004) yang mengembangkan definisi yang sama tetapi dengan istilah yang berbeda, yaitu *metric-location-domination number*, serta Gonzales, dkk (2018) yang menghubungkan *metric-location-domination number* dengan himpunan bagian lain dari himpunan titik pada graf.

Berdasarkan uraian di atas, baik *resolving domination number* maupun *metric-location-domination number* merupakan konsep dalam teori graf yang diperoleh dengan memadukan konsep dimensi metrik dan himpunan dominasi. Dengan mempertimbangkan efisiensi dan kompatibilitas perkembangan konsep pada graf hasil operasi, dalam penelitian ini definisi *resolving domination number* disajikan kembali dengan pendefinisian yang merujuk pada konsep dimensi metrik dengan istilah dimensi metrik dominasi. Hal ini dikarenakan istilah dimensi secara umum berkaitan dengan kardinalitas basis, sehingga konsep dimensi metrik dirasa lebih umum dan lebih menarik untuk dikembangkan lebih lanjut. Selanjutnya

konsep dimensi metrik dominasi dikembangkan pada graf hasil operasi *comb*. Adapun graf-graf khusus yang dilibatkan dalam penelitian ini antara lain graf lintasan, graf siklus, graf lengkap, graf bipartit lengkap dan graf bintang.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka rumusan masalah yang dibahas dalam tulisan ini adalah:

1. Bagaimana menentukan dimensi metrik dominasi dari graf lintasan, graf siklus, graf bintang, graf bipartit lengkap, dan graf lengkap?
2. Bagaimana menentukan dimensi metrik dominasi pada graf hasil operasi *comb*?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penulisan ini adalah:

1. Menentukan dimensi metrik dominasi dari graf lintasan, graf siklus, graf bintang, graf bipartit lengkap, dan graf lengkap.
2. Menentukan dimensi metrik dominasi pada graf hasil operasi *comb*.

## 1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memperluas kajian mengenai dimensi metrik dominasi, khususnya pada graf hasil operasi *comb*.
2. Penelitian ini dapat digunakan sebagai referensi dalam menentukan dimensi metrik dominasi pada graf hasil operasi lain.